

習題 2.1

習題 2.1-1

如圖 2.1-14，在 $\triangle ABC$ 中，D、E 兩點分別在 \overline{AB} 、 \overline{AC} 上，且 \overline{CD} 交 \overline{BE} 於 F 點。則圖中可找出_____個三角形。

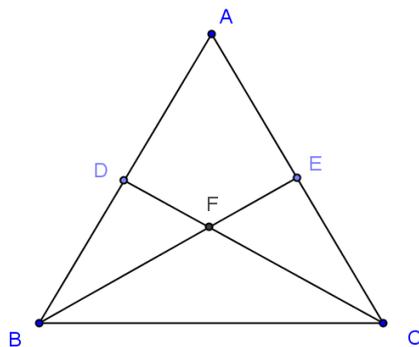


圖 2.1-14

想法：三個線段，兩兩相連於三點，則此三線段所圍成的圖形叫做三角形

解：

敘述	理由
(1) $\triangle ABC$ 為三角形	三角形的定義
(2) $\triangle ABE$ 為三角形	三角形的定義
(3) $\triangle ACD$ 為三角形	三角形的定義
(4) $\triangle BCD$ 為三角形	三角形的定義
(5) $\triangle BCE$ 為三角形	三角形的定義
(6) $\triangle BCF$ 為三角形	三角形的定義
(7) $\triangle BDF$ 為三角形	三角形的定義
(8) $\triangle CEF$ 為三角形	三角形的定義

習題 2.1-2

$\triangle ABC$ 中，若 $\angle A=35^\circ$ ， $\angle B=25^\circ$ ， $\angle C=120^\circ$ ，則 $\triangle ABC$ 為下列何種三角形？

- (A) 銳角三角形 (B) 直角三角形 (C) 鈍角三角形 (D) 不能確定

想法：(1) 三角形三內角皆小於 90° 為銳角三角形

(2) 三角形中，有一個角等於 90° 為直角三角形

(3) 三角形中，有一個角大於 90° 為鈍角三角形

(4) 三角形的三邊中，有兩邊等長，為等腰三角形

(5) 三角形中若三個邊都相等，為正三角形

解：

敘述	理由
(1) $\triangle ABC$ 為鈍角三角形	已知 $\angle C=120^\circ$ & 鈍角三角形的性質
(2) 所以此題答案選 (C) 鈍角三角形	

習題 2.1-3

若三角形中有三個內角為銳角，則此三角形為何種三角形？

想法：(1) 三角形三內角皆小於 90° 為銳角三角形

(2) 三角形中，有一個角等於 90° 為直角三角形

(3) 三角形中，有一個角大於 90° 為鈍角三角形

(4) 三角形的三邊中，有兩邊等長，為等腰三角形

(5) 三角形中若三個邊都相等，為正三角形

解：

敘述	理由
(1) 此三角形為銳角三角形	銳角三角形定義

習題 2.1-4

三角形的三個內角中，最多可以有_____個鈍角。

想法：(1) 三角形三內角皆小於 90° 為銳角三角形

(2) 三角形中，有一個角等於 90° 為直角三角形

(3) 三角形中，有一個角大於 90° 為鈍角三角形

(4) 三角形的三邊中，有兩邊等長，為等腰三角形

(5) 三角形中若三個邊都相等，為正三角形

解：

敘述	理由
(1) 三角形最多只有一個鈍角	鈍角三角形的性質

習題 2.1-5

下列何者為等腰三角形的三個邊？

(A) 2, 3, 4 (B) 11, 15, 23 (C) 5, 10, 11 (D) 10, 10, 15

想法：(1) 三角形三內角皆小於 90° 為銳角三角形

(2) 三角形中，有一個角等於 90° 為直角三角形

(3) 三角形中，有一個角大於 90° 為鈍角三角形

(4) 三角形的三邊中，有兩邊等長，為等腰三角形

(5) 三角形中若三個邊都相等，為正三角形

解：

敘述	理由
(1) 答案選 (D) 10, 10, 15	三角形的三邊中，有兩邊等長，為等腰三角形 & $10=10$

習題 2.1-6

已知 $\triangle ABC$ ，則可作出幾個與 $\triangle ABC$ 的三內角對應相等的三角形？

- (A) 一個 (B) 兩個 (C) 無限多個 (D) 不能作三角形

想法：移形定理

解：

敘述	理由
(1) $\triangle ABC$ 的三內角為 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$	三角形有三個內角
(2) 可做出無限多個與 $\angle A$ 相等的角	移形定理
(3) 可做出無限多個與 $\angle B$ 相等的角	移形定理
(4) 可做出無限多個與 $\angle C$ 相等的角	移形定理
(5) 可作出無限多個與 $\triangle ABC$ 的三內角對應相等的三角形	由(2)&(3)&(4)
(6) 所以此題答案選 (C) 無限多個	

習題 2.1-7

圖 2.1-15 中， $\triangle ABC$ 及 $\triangle DEF$ 為兩全等三角形，試述 $\angle B$ 及 $\angle C$ 的對應角各為何角？ \overline{BC} 及 \overline{DE} 的對應邊各為何邊？

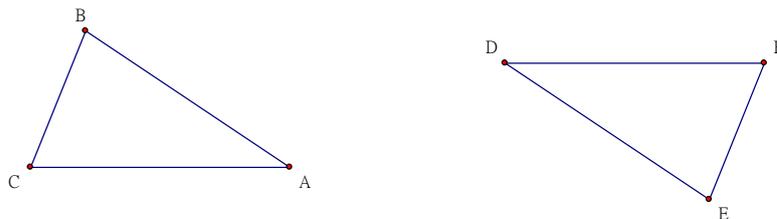


圖 2.1-15

解：

敘述	理由
(1) $\angle B$ 的對應角為 $\angle E$	已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$
(2) $\angle C$ 的對應角為 $\angle F$	已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$
(3) \overline{BC} 的對應邊為 \overline{EF}	已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$
(4) \overline{DE} 的對應邊為 \overline{AB}	已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

習題 2.1-8

圖 2.1-16 中， $\triangle ABC$ 及 $\triangle DEF$ 為兩全等三角形，試述 $\angle B$ 及 $\angle E$ 的對邊各為何？ \overline{BC} 及 \overline{DE} 的對角各為何角？

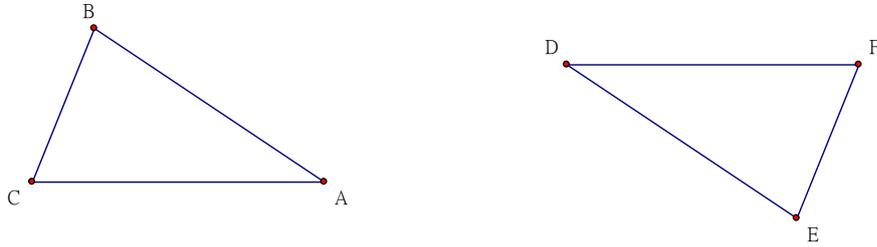


圖 2.1-16

解：

敘述	理由
(1) $\triangle ABC$ 中， $\angle B$ 的對邊為 \overline{AC}	對邊的定義
(2) $\triangle DEF$ 中， $\angle E$ 的對邊為 \overline{DF}	對邊的定義
(3) $\triangle ABC$ 中， \overline{BC} 的對角為 $\angle A$	對角的定義
(4) $\triangle DEF$ 中， \overline{DE} 的對角為 $\angle F$	對角的定義

習題 2.1-9

圖 2.1-17 中，已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，且 A、B、C 的對應頂點分別是 D、E、F。若 $\overline{BC}=6$ ， $\overline{AC}=8$ ， $\overline{DE}=10$ ， $\angle A=37^\circ$ ， $\angle F=90^\circ$ ， $\angle B=53^\circ$ 則：(1) $\overline{AB}=?$ (2) $\overline{EF}=?$ (3) $\overline{DF}=?$
(4) $\angle D=?$ (5) $\angle E=?$ (6) $\angle C=?$

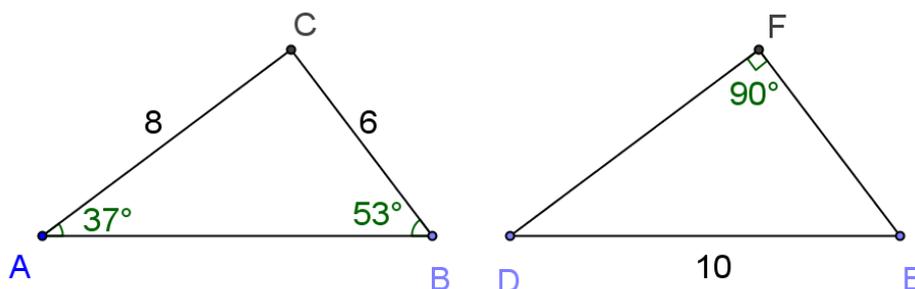


圖 2.1-17

想法：兩全等三角形的對應角相等且對應邊相等

解：

敘述	理由
(1) $\overline{AB}=\overline{DE}=10$	已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ & 對應邊 \overline{AB} 與 \overline{DE} 相等 & 已知 $\overline{DE}=10$
(2) $\overline{EF}=\overline{BC}=6$	已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ & 對應邊 \overline{EF} 與 \overline{BC} 相等 & 已知 $\overline{BC}=6$
(3) $\overline{DF}=\overline{AC}=8$	已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ & 對應邊 \overline{DF} 與 \overline{AC} 相等 & 已知 $\overline{AC}=8$
(4) $\angle D=\angle A=37^\circ$	已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ & 對應角 $\angle D$ 與 $\angle A$ 相等 & 已知 $\angle A=37^\circ$
(5) $\angle E=\angle B=53^\circ$	已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ & 對應角 $\angle E$ 與 $\angle B$ 相等 & 已知 $\angle B=53^\circ$
(6) $\angle C=\angle F=90^\circ$	已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ & 對應角 $\angle C$ 與 $\angle F$ 相等 & 已知 $\angle F=90^\circ$

習題 2.1-10

圖 2.1-18 中，已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，且 A、B、C 的對應頂點分別是 D、E、F。若 $\overline{AB} = 3x + 6$ ， $\overline{BC} = 14$ ， $\overline{AC} = 9$ ， $\overline{EF} = 6y + 2$ ， $\overline{DE} = 18$ ，則 $x - y = \underline{\quad}$ 。

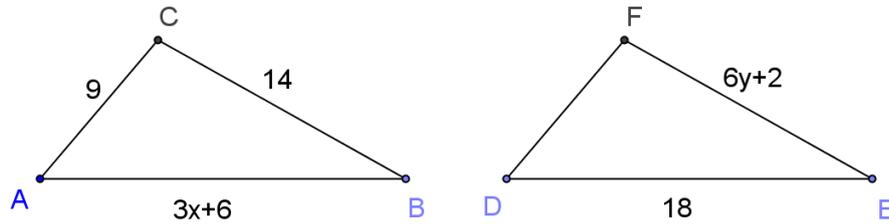


圖 2.1-18

想法：兩全等三角形的對應角相等且對應邊相等

解：

敘述	理由
(1) $\overline{AB} = \overline{DE}$	已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ & 對應邊 \overline{AB} 與 \overline{DE} 相等
(2) $3x + 6 = 18$	將已知 $\overline{AB} = 3x + 6$ ， $\overline{DE} = 18$ 代入(1)
(3) $x = (18 - 6) \div 3 = 4$	由(2)解一元一次方程式
(4) $\overline{EF} = \overline{BC}$	已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ & 對應邊 \overline{EF} 與 \overline{BC} 相等
(5) $6y + 2 = 14$	將已知 $\overline{EF} = 6y + 2$ ， $\overline{BC} = 14$ 代入(4)
(6) $y = (14 - 2) \div 6 = 2$	由(5)解一元一次方程式
(7) $x - y = 4 - 2 = 2$	由(3)&(6)

習題 2.1-11

圖 2.1-19 中，已知 $\triangle ABC \cong \triangle PQR$ ，若 $\overline{AB} = 2x + 3$ ， $\overline{BC} = 4x - 2$ ， $\overline{AC} = 3x$ ， $\overline{PQ} = x + 8$ ，則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

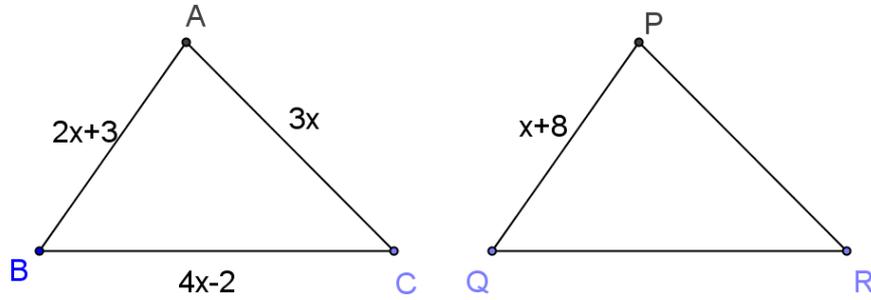


圖 2.1-19

想法：兩全等三角形的對應角相等且對應邊相等

解：

敘述	理由
(1) $\overline{AB} = \overline{PQ}$	已知 $\triangle ABC \cong \triangle PQR$ & 對應邊 \overline{AB} 與 \overline{PQ} 相等
(2) $2x + 3 = x + 8$	將已知 $\overline{AB} = 2x + 3$ ， $\overline{PQ} = x + 8$ 代入(1)
(3) $x = 8 - 3 = 5$	由(2)解一元一次方程式

習題 2.1-12

圖 2.1-20 中，若 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，且 $\angle A = (3x - 4)^\circ$ ， $\angle B = (6y + 10)^\circ$ ， $\angle D = 56^\circ$ ， $\angle E = 64^\circ$ ，則 $x + y = ?$

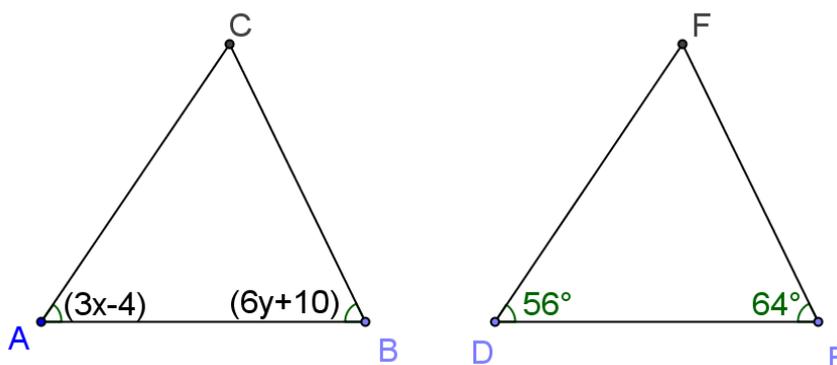


圖 2.1-20

想法：兩全等三角形的對應角相等且對應邊相等

解：

敘述	理由
(1) $\angle A = \angle D$	已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ & 對應角 $\angle D$ 與 $\angle A$ 相等
(2) $(3x - 4)^\circ = 56^\circ$	將已知 $\angle A = (3x - 4)^\circ$ & $\angle D = 56^\circ$ 代入(1)
(3) $x = (56 + 4) \div 3 = 20$	由(2) 解一元一次方程式
(4) $\angle B = \angle E$	已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ & 對應角 $\angle E$ 與 $\angle B$ 相等
(5) $(6y + 10)^\circ = 64^\circ$	將已知 $\angle B = (6y + 10)^\circ$ & $\angle E = 64^\circ$ 代入(4)
(6) $y = (64 - 10) \div 6 = 9$	由(5) 解一元一次方程式
(7) $x + y = 20 + 9 = 29$	由(3)式 + (6)式

習題 2.2

習題 2.2-1

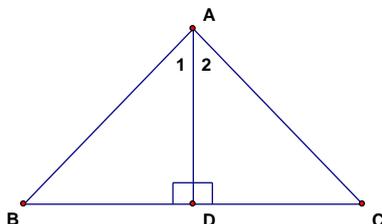


圖 2.2-23

已知：圖 2.2-23 中， $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ， $\overline{BD} = \overline{CD}$

試證： $\triangle ABC$ 為一等腰三角形。且 $\angle 1 = \angle 2$ 。

想法：(1) 若證得 $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，則可證得 $\triangle ABC$ 為一等腰三角形

(2) 若證得 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ ，則可證得 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 、 $\angle 1 = \angle 2$

(3) 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S. 三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在 $\triangle ABD$ 與 $\triangle ACD$ 中 $\overline{BD} = \overline{CD}$ $\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$ $\overline{AD} = \overline{AD}$	如圖 2.2-23 所示 已知 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 已知 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 共同邊
(2) $\triangle ABD \cong \triangle ACD$	由(1) S.A.S. 三角形全等定理
(3) $\angle 1 = \angle 2$	由(2) 對應角相等
(4) $\overline{AB} = \overline{AC}$	由(2) 對應邊相等
(5) $\triangle ABC$ 為等腰三角形	由(4) $\overline{AB} = \overline{AC}$ & 兩腰等長為等腰三角形

習題 2.2-2

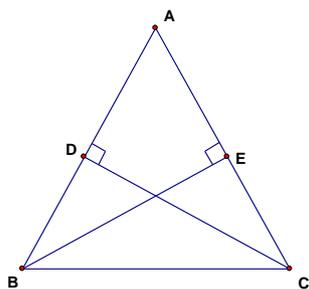


圖 2.2-24

已知：圖 2.2-24 中， $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{BE} \perp \overline{AC}$ ， $\overline{AD} = \overline{AE}$ ， $\overline{DC} = \overline{EB}$

試證： $\overline{AB} = \overline{AC}$

想法：(1) 若證得 $\triangle AEB \cong \triangle ADC$ ，則可證得 $\overline{AB} = \overline{AC}$

(2) 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S. 三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在 $\triangle AEB$ 與 $\triangle ADC$ 中 $\overline{AD} = \overline{AE}$ $\angle AEB = \angle ADC = 90^\circ$ $\overline{DC} = \overline{EB}$	如圖 2.2-24 所示 已知 $\overline{AD} = \overline{AE}$ 已知 $\overline{BE} \perp \overline{AC}$ ， $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ 已知 $\overline{DC} = \overline{EB}$
(2) $\triangle AEB \cong \triangle ADC$	由(1) S.A.S. 三角形全等定理
(3) $\overline{AB} = \overline{AC}$	由(2) 對應邊相等

習題 2.2-3

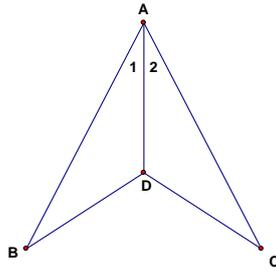


圖 2.2-25

已知：圖 2.2-25 中， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\overline{AB} = \overline{AC}$

試證： $\overline{BD} = \overline{CD}$

想法：(1) 若證得 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ ，則可證得 $\overline{BD} = \overline{CD}$

(2) 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S. 三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在 $\triangle ABD$ 與 $\triangle ACD$ 中 $\overline{AB} = \overline{AC}$ $\angle 1 = \angle 2$ $\overline{AD} = \overline{AD}$	如圖 2.2-25 所示 已知 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 已知 $\angle 1 = \angle 2$ 共同邊
(2) $\triangle ABD \cong \triangle ACD$	由(1) S.A.S. 三角形全等定理
(3) $\overline{BD} = \overline{CD}$	由(2) 對應邊相等

習題 2.2-4

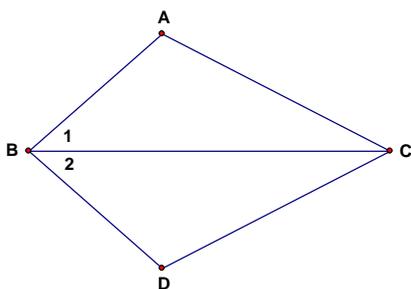


圖 2.2-26

已知：圖 2.2-26 中， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\overline{AB} = \overline{BD}$

試證： $\overline{AC} = \overline{DC}$

想法：(1) 若證得 $\triangle ABC \cong \triangle DBC$ ，則可證得 $\overline{AC} = \overline{DC}$

(2) 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S. 三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DBC$ 中 $\overline{AB} = \overline{DB}$ $\angle 1 = \angle 2$ $\overline{BC} = \overline{BC}$	如圖 2.2-26 所示 已知 $\overline{AB} = \overline{BD}$ 已知 $\angle 1 = \angle 2$ 共同邊
(2) $\triangle ABC \cong \triangle DBC$	由(1) S.A.S. 三角形全等定理
(3) $\overline{AC} = \overline{DC}$	由(2) 對應邊相等

習題 2.2-5

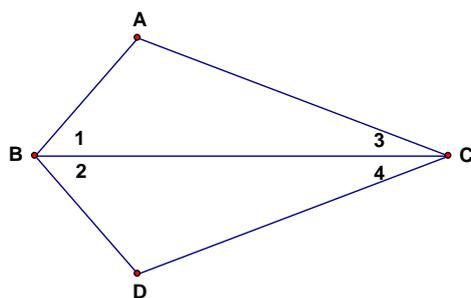


圖 2.2-27

已知：圖 2.2-27 中， $\overline{AB} = \overline{BD}$ ， $\overline{AC} = \overline{DC}$ ， $\angle A = \angle D$

試證： $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 4$

想法：(1) 若證得 $\triangle ABC \cong \triangle DBC$ ，則可證得 $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 4$

(2) 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S. 三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DBC$ 中 $\overline{AB} = \overline{DB}$ $\angle A = \angle D$ $\overline{AC} = \overline{DC}$	如圖 2.2-27 所示 已知 $\overline{AB} = \overline{DB}$ 已知 $\angle A = \angle D$ 已知 $\overline{AC} = \overline{DC}$
(2) $\triangle ABC \cong \triangle DBC$	由(1) S.A.S. 三角形全等定理
(3) $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 4$	由(2) 對應角相等

習題 2.2-6

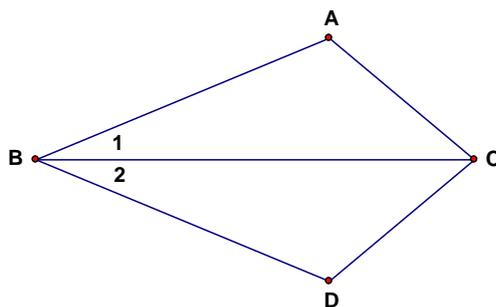


圖 2.2-28

已知：圖 2.2-28 中， $\overline{AB} = \overline{BD}$ ， $\angle 1 = \angle 2$

試證： $\angle A = \angle D$

想法：(1) 若證得 $\triangle ABC \cong \triangle DBC$ ，則可證得 $\angle A = \angle D$

(2) 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S. 三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DBC$ 中 $\overline{AB} = \overline{DB}$ $\angle 1 = \angle 2$ $\overline{BC} = \overline{BC}$	如圖 2.2-28 所示 已知 $\overline{AB} = \overline{BD}$ 已知 $\angle 1 = \angle 2$ 共同邊
(2) $\triangle ABC \cong \triangle DBC$	由(1) S.A.S. 三角形全等定理
(3) $\angle A = \angle D$	由(2) 對應角相等

習題 2.2-7

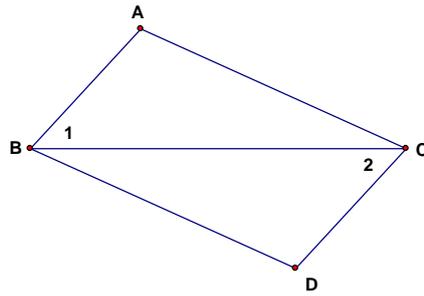


圖 2.2-29

已知：圖 2.2-29 中， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\overline{AB} = \overline{DC}$

試證： $\angle A = \angle D$

想法：(1) 若證得 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ ，則可證得 $\angle A = \angle D$

(2) 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S. 三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DCB$ 中 $\overline{AB} = \overline{DC}$ $\angle 1 = \angle 2$ $\overline{BC} = \overline{CB}$	如圖 2.2-29 所示 已知 $\overline{AB} = \overline{DC}$ 已知 $\angle 1 = \angle 2$ 共同邊
(2) $\triangle ABC \cong \triangle DCB$	由(1) S.A.S. 三角形全等定理
(3) $\angle A = \angle D$	由(2) 對應角相等

習題 2.2-8

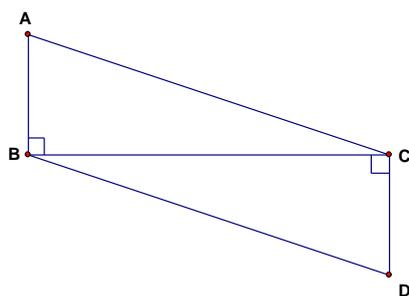


圖 2.2-30

已知：圖 2.2-30 中， $\overline{AB} \perp \overline{BC}$ ， $\overline{DC} \perp \overline{BC}$ ， $\overline{AB} = \overline{DC}$

試證： $\overline{AC} = \overline{DB}$

想法：(1) 若證得 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ ，則可證得 $\overline{AC} = \overline{DB}$

(2) 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S. 三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DCB$ 中 $\overline{AB} = \overline{DC}$ $\angle ABC = \angle DCB$ $\overline{BC} = \overline{CB}$	如圖 2.2-30 所示 已知 $\overline{AB} = \overline{DC}$ 已知 $\overline{AB} \perp \overline{BC}$ ， $\overline{DC} \perp \overline{BC}$ 共同邊
(2) $\triangle ABC \cong \triangle DCB$	由(1) S.A.S. 三角形全等定理
(3) $\overline{AC} = \overline{DB}$	由(2) 對應邊相等

習題 2.2-9

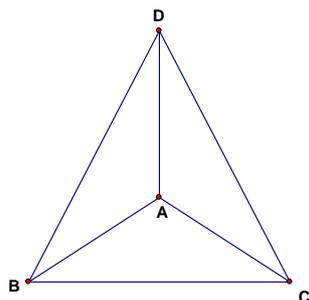


圖 2.2-31

已知：圖 2.2-31 中， $\angle DAB = \angle DAC$ ， $\overline{AB} = \overline{AC}$

試證： $\overline{DB} = \overline{DC}$

想法：(1) 若證得 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ ，則可證得 $\overline{DB} = \overline{DC}$

(2) 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S. 三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在 $\triangle ABD$ 與 $\triangle ACD$ 中 $\overline{AB} = \overline{AC}$ $\angle DAB = \angle DAC$ $\overline{AD} = \overline{AD}$	如圖 2.2-31 所示 已知 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 已知 $\angle DAB = \angle DAC$ 共同邊
(2) $\triangle ABD \cong \triangle ACD$	由(1) S.A.S. 三角形全等定理
(3) $\overline{DB} = \overline{DC}$	由(2) 對應邊相等

習題 2.2-10

如圖 2.2-32，已知 \overline{AB} 與 \overline{CD} 相交於 E 點， $\overline{AE} = \overline{EB}$ ， $\overline{CE} = \overline{ED}$ 。若 $\angle 1 = 32^\circ$ ， $\angle A = 78^\circ$ ，則 $\angle B =$ _____ 度。

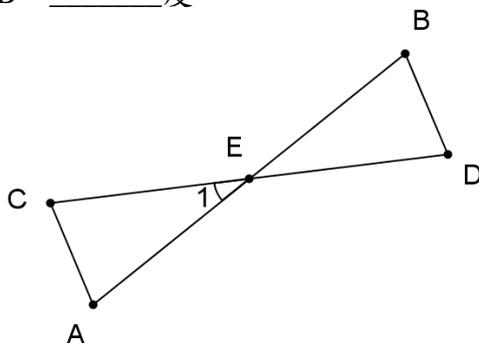


圖 2.2-32

想法：(1) 若證得 $\triangle ACE \cong \triangle BDE$ ，則可證得 $\angle B = \angle A$

(2) 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S. 三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在 $\triangle ACE$ 與 $\triangle BDE$ 中 $\overline{AE} = \overline{EB}$ $\angle AEC = \angle BED$ $\overline{CE} = \overline{ED}$	如圖 2.2-32 所示 已知 $\overline{AE} = \overline{EB}$ 對頂角相等 已知 $\overline{CE} = \overline{ED}$
(2) $\triangle ACE \cong \triangle BDE$	由(1) S.A.S. 三角形全等定理
(3) $\angle B = \angle A = 78^\circ$	由(2) 對應角相等 & 已知 $\angle A = 78^\circ$

習題 2.2-11 :

如圖 2.2-33, $\triangle ABC$ 是等腰三角形, $\overline{AB} = \overline{AC}$, 且 \overline{AD} 是 $\angle BAC$ 的角平分線, 若 $\overline{BD} = 10$, 則 :

- (1) $\angle ADC = ?$ (2) $\overline{CD} = ?$

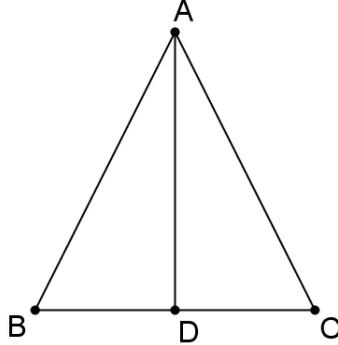


圖 2.2-33

想法：等腰三角形頂角平分線垂直平分底邊

解：

敘述	理由
(1) $\angle BAC$ 為等腰三角形 ABC 的頂角	已知 $\triangle ABC$ 是等腰三角形, $\overline{AB} = \overline{AC}$
(2) $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ & $\overline{BD} = \overline{CD}$	由(1) & 已知 \overline{AD} 是 $\angle BAC$ 的角平分線 & 等腰三角形頂角平分線垂直平分底邊
(3) 所以 $\angle ADC = 90^\circ$	由(2) $\overline{AD} \perp \overline{BC}$
(4) 所以 $\overline{CD} = 10$	由(2) $\overline{BD} = \overline{CD}$ & 已知 $\overline{BD} = 10$

習題 2.2-12：

如圖 2.2-34， L 為 \overline{BC} 的垂直平分線(中垂線)， A 、 D 為 L 上任意之兩點，若 $\overline{AB}=7$ ， $\overline{DC}=5$ ，則：

- (1) $\overline{AC}=?$ (2) $\overline{DB}=?$

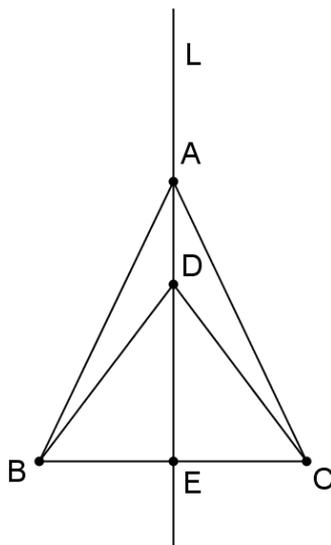


圖 2.2-34

想法：中垂線上任一點，到線段的兩端點等距離

解：

敘述	理由
(1) $\overline{AC}=\overline{AB}=7$	已知 L 為 \overline{BC} 的垂直平分線(中垂線)， A 為 L 上任意之點 & 中垂線上任一點，到線段的兩端點等距離 & 已知 $\overline{AB}=7$
(2) $\overline{DB}=\overline{DC}=5$	已知 L 為 \overline{BC} 的垂直平分線(中垂線)， D 為 L 上任意之點 & 中垂線上任一點，到線段的兩端點等距離 & 已知 $\overline{DC}=5$

習題 2.3

習題 2.3-1

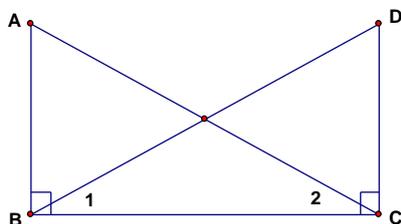


圖 2.3-10

已知：圖 2.3-10 中， $\overline{AB} \perp \overline{BC}$ ， $\overline{DC} \perp \overline{BC}$ ， $\angle 1 = \angle 2$

試證： $\overline{AB} = \overline{DC}$

想法：(1) 若可證得 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ ，即可得知 $\overline{AB} = \overline{DC}$

(2) 已知判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S. 三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱 A.S.A. 三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DCB$ 中 $\angle 2 = \angle 1$ $\overline{BC} = \overline{CB}$ $\angle ABC = \angle DCB = 90^\circ$	如圖 2.3-10 所示 已知 $\angle 1 = \angle 2$ 共同邊 已知 $\overline{AB} \perp \overline{BC}$ ， $\overline{DC} \perp \overline{BC}$
(2) $\triangle ABC \cong \triangle DCB$	由(1) A.S.A. 三角形全等定理
(3) $\overline{AB} = \overline{DC}$	由(2) 對應邊相等

習題 2.3-2

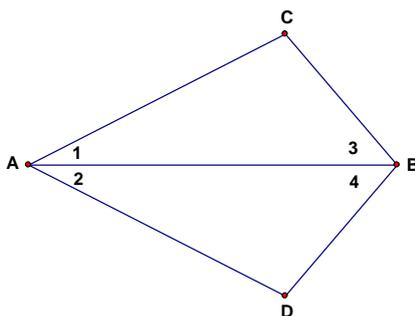


圖 2.3-11

已知：圖 2.3-11 中， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 4$

試證： $\triangle ACB \cong \triangle ADB$

想法：已知判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S. 三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱 A.S.A. 三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在 $\triangle ACB$ 與 $\triangle ADB$ 中 $\angle 1 = \angle 2$ $\overline{AB} = \overline{AB}$ $\angle 3 = \angle 4$	如圖 2.3-11 所示 已知 $\angle 1 = \angle 2$ 共同邊 已知 $\angle 3 = \angle 4$
(2) $\triangle ACB \cong \triangle ADB$	由(1) A.S.A. 三角形全等定理

習題 2.3-3

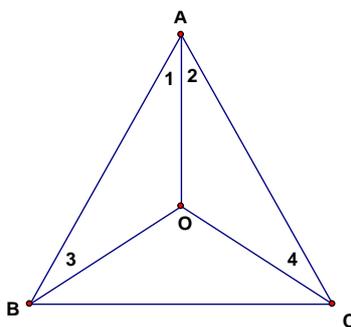


圖 2.3-12

已知：圖 2.3-12 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 4$

試證： $\triangle OBC$ 為一等腰三角形

想法：(1) 若可證得 $\overline{OB} = \overline{OC}$ ，即可得知 $\triangle OBC$ 為一等腰三角形

(2) 若可證得 $\triangle ABO \cong \triangle ACO$ ，即可得知 $\overline{OB} = \overline{OC}$

(3) 已知判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S. 三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱 A.S.A. 三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在 $\triangle ABO$ 與 $\triangle ACO$ 中 $\angle 1 = \angle 2$ $\overline{AO} = \overline{AO}$ $\angle 3 = \angle 4$	如圖 2.3-12 所示 已知 $\angle 1 = \angle 2$ 共同邊 已知 $\angle 3 = \angle 4$
(2) $\triangle ABO \cong \triangle ACO$	由(1) A.S.A. 三角形全等定理
(3) $\overline{OB} = \overline{OC}$	由(2) 對應邊相等
(4) $\triangle OBC$ 為一等腰三角形	由(3)已證 & 兩腰等長為等腰三角形

習題 2.3-4

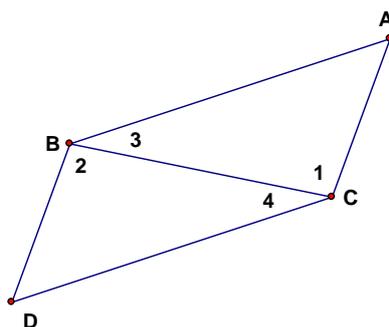


圖 2.3-13

已知：圖 2.3-13 中， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 4$

試證： $\overline{AB} = \overline{DC}$

想法：(1) 若可證得 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ ，即可得知 $\overline{AB} = \overline{DC}$

(2) 已知判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S. 三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱 A.S.A. 三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DCB$ 中 $\angle 1 = \angle 2$ $\overline{BC} = \overline{CB}$ $\angle 3 = \angle 4$	如圖 2.3-13 所示 已知 $\angle 1 = \angle 2$ 共同邊 已知 $\angle 3 = \angle 4$
(2) $\triangle ABC \cong \triangle DCB$	由(1) A.S.A. 三角形全等定理
(3) $\overline{AB} = \overline{DC}$	由(2) 對應邊相等

習題 2.3-5

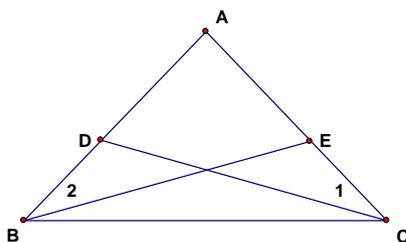


圖 2.3-14

已知：圖 2.3-14 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\angle 1 = \angle 2$

求證： $\overline{BE} = \overline{CD}$

想法：(1) 若可證得 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ ，即可得知 $\overline{BE} = \overline{CD}$

(2) 已知判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S. 三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱 A.S.A. 三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在 $\triangle ABE$ 與 $\triangle ACD$ 中 $\angle 1 = \angle 2$ $\overline{AB} = \overline{AC}$ $\angle A = \angle A$	如圖 2.3-14 所示 已知 $\angle 1 = \angle 2$ 已知 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 共同角
(2) $\triangle ABE \cong \triangle ACD$	由(1) A.S.A. 三角形全等定理
(3) $\overline{BE} = \overline{CD}$	由(2) 對應邊相等

習題 2.3-6

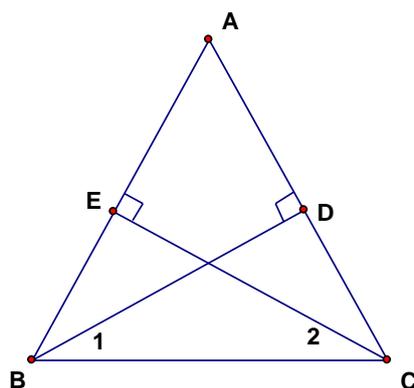


圖 2.3-15

已知：圖 2.3-15 中， $\overline{CE} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{BD} \perp \overline{AC}$ ， $\overline{AD} = \overline{AE}$

試證： $\triangle AEC \cong \triangle ADB$

想法：已知判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S. 三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱 A.S.A. 三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在 $\triangle AEC$ 與 $\triangle ADB$ 中 $\angle AEC = \angle ADB = 90^\circ$ $\overline{AE} = \overline{AD}$ $\angle A = \angle A$	如圖 2.3-15 所示 已知 $\overline{CE} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{BD} \perp \overline{AC}$ 已知 $\overline{AD} = \overline{AE}$ 共同角
(2) $\triangle AEC \cong \triangle ADB$	由(1) A.S.A. 三角形全等定理

習題 2.3-7

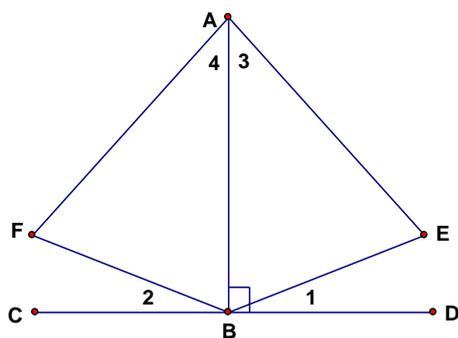


圖 2.3-16

已知：圖 2.3-16 中， $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 4$

試證： $\overline{BE} = \overline{BF}$

想法：(1) 若可證得 $\triangle ABE \cong \triangle ABF$ ，即可得知 $\overline{BE} = \overline{BF}$

(2) 已知判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S. 三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱 A.S.A. 三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) $\angle ABC = \angle ABD = 90^\circ$	已知 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$
(2) $\angle ABE = \angle ABD - \angle 1$	如圖 2.3-16 所示
(3) $\angle ABF = \angle ABC - \angle 2$ $= \angle ABD - \angle 1$ $= \angle ABE$	如圖 2.3-16 所示 將(1) $\angle ABC = \angle ABD$ & 已知 $\angle 2 = \angle 1$ 代入 由(2) $\angle ABD - \angle 1 = \angle ABE$
(4) 在 $\triangle ABE$ 與 $\triangle ABF$ 中 $\angle ABE = \angle ABF$ $\overline{AB} = \overline{AB}$ $\angle 3 = \angle 4$	如圖 2.3-16 所示 由(3) 已證 共同邊 已知 $\angle 3 = \angle 4$
(5) $\triangle ABE \cong \triangle ABF$	由(4) A.S.A. 三角形全等定理
(6) $\overline{BE} = \overline{BF}$	由(5) 對應邊相等

習題 2.4

習題 2.4-1

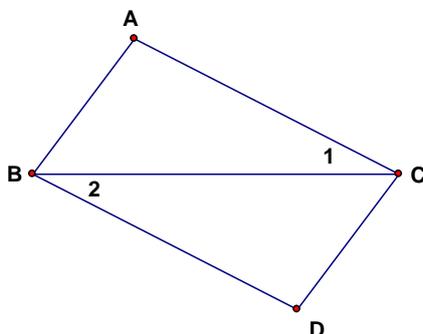


圖 2.4-11

已知：圖 2.4-11 中， $\overline{AB} = \overline{DC}$ ， $\overline{AC} = \overline{BD}$

求證： $\angle 1 = \angle 2$

想法：(1) 若可證得 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ ，即可得知 $\angle 1 = \angle 2$

(2) 已知判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S. 三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱 A.S.A. 三角形全等定理
3. 三邊相等三角形全等定理，又稱 S.S.S. 三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DCB$ 中 $\overline{AB} = \overline{DC}$ $\overline{AC} = \overline{DB}$ $\overline{BC} = \overline{CB}$	如圖 2.4-11 已知 $\overline{AB} = \overline{DC}$ 已知 $\overline{AC} = \overline{BD}$ 共同邊
(2) $\triangle ABC \cong \triangle DCB$	由(1) S.S.S. 三角形全等定理
(3) $\angle 1 = \angle 2$	由(2) 對應角相等

習題 2.4-2

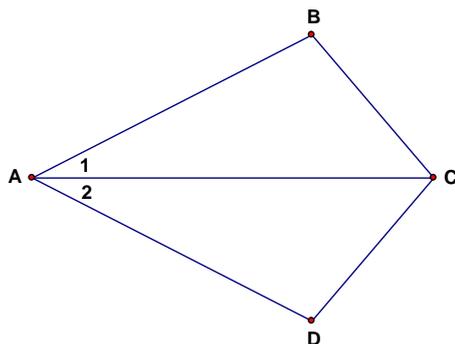


圖 2.4-12

已知：圖 2.4-12 中， $\overline{AB} = \overline{AD}$ ， $\overline{BC} = \overline{DC}$

求證： $\angle 1 = \angle 2$

想法：(1) 若可證得 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ ，即可得知 $\angle 1 = \angle 2$

(2) 已知判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S. 三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱 A.S.A. 三角形全等定理
3. 三邊相等三角形全等定理，又稱 S.S.S. 三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle ADC$ 中 $\overline{AB} = \overline{AD}$ $\overline{BC} = \overline{DC}$ $\overline{AC} = \overline{AC}$	如圖 2.4-12 已知 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 已知 $\overline{BC} = \overline{DC}$ 共同邊
(2) $\triangle ABC \cong \triangle ADC$	由(1) S.S.S. 三角形全等定理
(3) $\angle 1 = \angle 2$	由(2) 對應角相等

習題 2.4-3

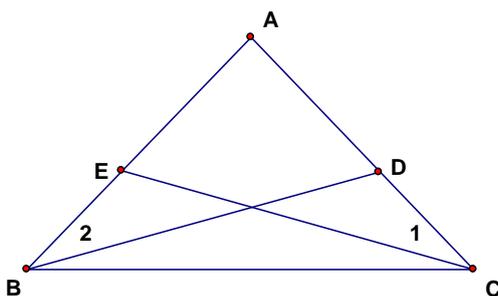


圖 2.4-13

已知：圖 2.4-13 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\overline{AD} = \overline{AE}$ ， $\overline{BD} = \overline{CE}$

求證： $\angle 1 = \angle 2$

想法：(1) 若可證得 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ ，即可得知 $\angle 1 = \angle 2$

(2) 已知判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S. 三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱 A.S.A. 三角形全等定理
3. 三邊相等三角形全等定理，又稱 S.S.S. 三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在 $\triangle ABD$ 與 $\triangle ACE$ 中 $\overline{AB} = \overline{AC}$ $\overline{AD} = \overline{AE}$ $\overline{BD} = \overline{CE}$	如圖 2.4-13 已知 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 已知 $\overline{AD} = \overline{AE}$ 已知 $\overline{BD} = \overline{CE}$
(2) $\triangle ABD \cong \triangle ACE$	由(1) S.S.S. 三角形全等定理
(3) $\angle 1 = \angle 2$	由(2) 對應角相等

習題 2.4-4

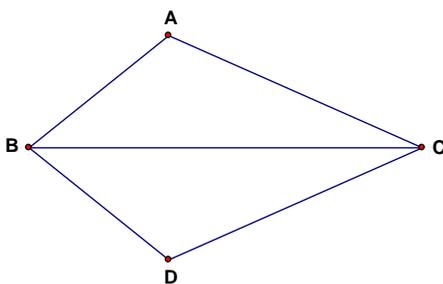


圖 2.4-14

已知：圖 2.4-14 中， $\overline{AB} = \overline{BD}$ ， $\overline{AC} = \overline{CD}$

求證： $\angle A = \angle D$

想法：(1) 若可證得 $\triangle ABC \cong \triangle DBC$ ，即可得知 $\angle A = \angle D$

(2) 已知判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S. 三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱 A.S.A. 三角形全等定理
3. 三邊相等三角形全等定理，又稱 S.S.S. 三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DBC$ 中 $\overline{AB} = \overline{DB}$ $\overline{AC} = \overline{DC}$ $\overline{BC} = \overline{BC}$	如圖 2.4-14 已知 $\overline{AB} = \overline{DB}$ 已知 $\overline{AC} = \overline{DC}$ 共同邊
(2) $\triangle ABC \cong \triangle DBC$	由(1) S.S.S. 三角形全等定理
(3) $\angle A = \angle D$	由(2) 對應角相等

習題 2.4-5

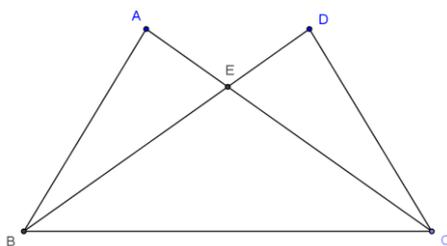


圖 2.4-15

已知：圖 2.4-15 中， $\overline{AB} = \overline{CD}$ ， $\overline{AC} = \overline{BD}$

求證： $\angle ACB = \angle DBC$

想法：(1) 若可證得 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ ，即可得知 $\angle ACB = \angle DBC$

(2) 已知判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S. 三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱 A.S.A. 三角形全等定理
3. 三邊相等三角形全等定理，又稱 S.S.S. 三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DCB$ 中 $\overline{AB} = \overline{DC}$ $\overline{AC} = \overline{DB}$ $\overline{BC} = \overline{CB}$	如圖 2.4-15 已知 $\overline{AB} = \overline{CD}$ 已知 $\overline{AC} = \overline{BD}$ 共同邊
(2) $\triangle ABC \cong \triangle DCB$	由(1) S.S.S. 三角形全等定理
(3) $\angle ACB = \angle DBC$	由(2) 對應角相等

習題 2.4-6

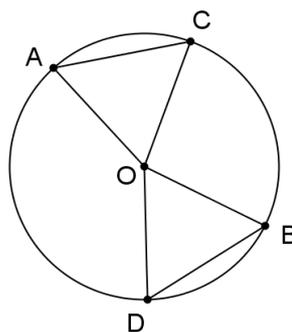


圖 2.4-16

已知：圖 2.4-16 中，圓 O 上有 A、B、C、D 四點，若 $\overline{AC} = \overline{BD}$ 。

求證： $\angle AOC = \angle DOB$

想法：(1) 若可證得 $\triangle AOC \cong \triangle DOB$ ，即可得知 $\angle AOC = \angle DOB$

(2) 已知判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S. 三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱 A.S.A. 三角形全等定理
3. 三邊相等三角形全等定理，又稱 S.S.S. 三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在 $\triangle AOC$ 與 $\triangle DOB$ 中 $\overline{OA} = \overline{OD}$ $\overline{OC} = \overline{OB}$ $\overline{AC} = \overline{BD}$	如圖 2.4-16 已知 $\overline{OA} = \overline{OD}$ 圓半徑等長 已知 $\overline{OC} = \overline{OB}$ 圓半徑等長 已知 $\overline{AC} = \overline{BD}$
(2) $\triangle AOC \cong \triangle DOB$	由(1) S.S.S. 三角形全等定理
(3) $\angle AOC = \angle DOB$	由(2) 對應角相等

習題 2.4-7

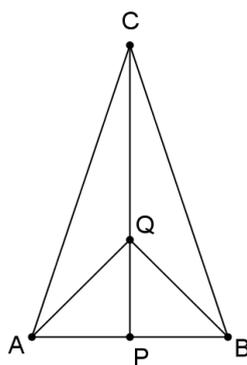


圖 2.4-17

已知：圖 2.4-17， $\triangle ABC$ 中， \overline{CP} 是 \overline{AB} 的垂直平分線。

求證： $\triangle ACQ \cong \triangle BCQ$

想法：(1) 中垂線上任一點到線段的兩端點等距離(例題 2.2-7 已證)

(2) 已知判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S. 三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱 A.S.A. 三角形全等定理
3. 三邊相等三角形全等定理，又稱 S.S.S. 三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 在 $\triangle ACQ$ 與 $\triangle BCQ$ 中 $\overline{CA} = \overline{CB}$ $\overline{QA} = \overline{QB}$ $\overline{CQ} = \overline{CQ}$	如圖 2.4-17 已知 \overline{CP} 是 \overline{AB} 的垂直平分線 & 中垂線性質 已知 \overline{QP} 是 \overline{AB} 的垂直平分線 & 中垂線性質 共同邊
(2) $\triangle ACQ \cong \triangle BCQ$	由(1) S.S.S. 三角形全等定理

習題 2-5

習題 2.5-1

下列哪一組不能成為三角形的三邊長？

- (A) $\sqrt{2}$, 1, 1 (B) 1, 2, $\sqrt{3}$ (C) 2, 5, 2 (D) 0.6, 0.9, 1.4

想法：(1) 三角形任意兩邊長的和大於第三邊

(2) 三角形任意兩邊長的差小於第三邊

解：

敘述	理由
(A) $\sqrt{2}$, 1, 1 可作為三角形的三邊長	$1+1 > \sqrt{2} > 1-1$ $\sqrt{2}+1 > 1 > \sqrt{2}-1$ $\sqrt{2}+1 > 1 > \sqrt{2}-1$
(B) 1, 2, $\sqrt{3}$ 可作為三角形的三邊長	$2+1 > \sqrt{3} > 2-1$ $\sqrt{3}+1 > 2 > \sqrt{3}-1$ $2+\sqrt{3} > 1 > 2-\sqrt{3}$
(C) 2, 5, 2 不可作為三角形的三邊長	$2+2 < 5$
(D) 0.6, 0.9, 1.4 可作為三角形的三邊長	$0.9+0.6 > 1.4 > 0.9-0.6$ $1.4+0.6 > 0.9 > 1.4-0.6$ $1.4+0.9 > 0.6 > 1.4-0.9$

所以本題答案選(C) 2, 5, 2

習題 2.5-2

已知某三角形的三邊長分別為 $x+4$ 、5 與 9，則 x 的範圍為_____。

想法：(1) 三角形任意兩邊長的和大於第三邊

(2) 三角形任意兩邊長的差小於第三邊

解：

敘述	理由
(1) $9+5 > x+4 > 9-5$	$x+4$ 、5 與 9 為三角形的三邊長
(2) $10 > x > 0$	由(1)

習題 2.5-3

已知三角形的三邊長分別是 6 公分、10 公分、 a 公分。若 a 是整數，則滿足此條件的 a ，共有多少個？

想法：(1) 三角形任意兩邊長的和大於第三邊

(2) 三角形任意兩邊長的差小於第三邊

解：

敘述	理由
(1) $10+6>a>10-6$	6 公分、10 公分、 a 公分為三角形的三邊長
(2) $16>a>4$	由(1)
(3) $a=5、6、7、8、9、10、11、12、13、14、15$ 共 11 個	已知 a 是整數

習題 2.5-4

如圖 2.5-26，用四支螺絲將四條不可彎曲的木條圍成一個木框，不計螺絲大小，其中相鄰兩螺絲的距離依序為 4、5、7、10，且相鄰兩木條的夾角均可調整。若調整木條的夾角時不破壞此木框，則任兩螺絲的最大距離為_____。

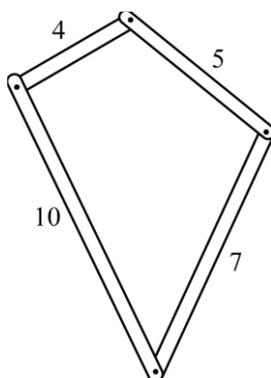
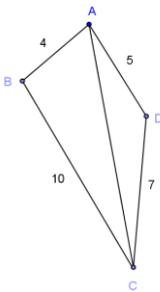
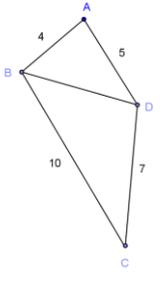


圖 2.5-26

想法：(1) 三角形任意兩邊長的和大於第三邊

(2) 三角形任意兩邊長的差小於第三邊

解：

敘述	理由
<p>我們將情形分為圖 2.5-26(a)與圖 2.5-26(b)兩種情況來做討論</p>	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  <p>圖 2.5-26(a)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>圖 2.5-26(b)</p> </div> </div>
<p>(1) 如圖 2.5-26(a)所示，$\triangle ABC$ 中， $10+4 > \overline{AC} > 10-4$ $14 > \overline{AC} > 6$</p>	<p>三角形任兩邊和大於第三邊 三角形任兩邊差小於第三邊</p>
<p>(2) 如圖 2.5-26(a)所示，$\triangle ADC$ 中， $7+5 > \overline{AC} > 7-5$ $12 > \overline{AC} > 2$</p>	<p>三角形任兩邊和大於第三邊 三角形任兩邊差小於第三邊</p>
<p>(3) 所以圖 2.5-26(a)中，$12 > \overline{AC} > 6$</p>	<p>由(1) & (2)求交集</p>
<p>(4) 如圖 2.5-26(b)所示，$\triangle ABD$ 中， $5+4 > \overline{BD} > 5-4$ $9 > \overline{BD} > 1$</p>	<p>三角形任兩邊和大於第三邊 三角形任兩邊差小於第三邊</p>

(5) 如圖 2.5-26(b)所示， $\triangle CBD$ 中，
 $10+7 > \overline{BD} > 10-7$
 $17 > \overline{BD} > 3$

(6) 所以圖 2.5-26(b)中， $9 > \overline{BD} > 3$

(7) 所以當 A、D、C 三點共線時，
 $\overline{ADC} = 12$ 為兩螺絲間的最大距離

三角形任兩邊和大於第三邊

三角形任兩邊差小於第三邊

由(4) & (5)求共同範圍

由(3) & (6) 其中 12 為最大值，
 如圖 2.5-26(c)所示

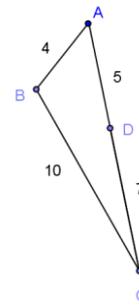


圖 2.5-26(c)

習題 2.5-5

如圖 2.5-27 所示，已知 $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA} = 30$ ， \overline{AC} 與 \overline{BD} 為對角線，求 $\overline{AC} + \overline{BD}$ 之範圍。

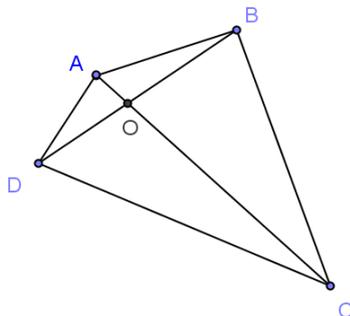


圖 2.5-27

想法：(1) 三角形任意兩邊長的和大於第三邊

(2) 三角形任意兩邊長的差小於第三邊

解：

敘述	理由
(1) $\triangle ABD$ 中， $\overline{AB} + \overline{DA} > \overline{BD}$	如圖 2.5-27， 三角形兩邊和大於第三邊
(2) $\triangle ACD$ 中， $\overline{CD} + \overline{DA} > \overline{AC}$	如圖 2.5-27， 三角形兩邊和大於第三邊
(3) $\triangle BCD$ 中， $\overline{CD} + \overline{BC} > \overline{BD}$	如圖 2.5-27， 三角形兩邊和大於第三邊
(4) $\triangle ABC$ 中， $\overline{BC} + \overline{AB} > \overline{AC}$	如圖 2.5-27， 三角形兩邊和大於第三邊
(5) $2(\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA}) > 2(\overline{AC} + \overline{BD})$	由(1)式 + (2)式 + (3)式 + (4)式
(6) 所以 $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA} > \overline{AC} + \overline{BD}$ (即 $30 > \overline{AC} + \overline{BD}$)	由(5) 等量除法公理 (已知 $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA} = 30$)
(7) $\triangle AOB$ 中， $\overline{OA} + \overline{OB} > \overline{AB}$	如圖 2.5-27， 三角形兩邊和大於第三邊
(8) $\triangle AOD$ 中， $\overline{OA} + \overline{OD} > \overline{DA}$	如圖 2.5-27， 三角形兩邊和大於第三邊
(9) $\triangle COD$ 中， $\overline{OC} + \overline{OD} > \overline{CD}$	如圖 2.5-27， 三角形兩邊和大於第三邊

(10) $\triangle COB$ 中，
 $\overline{OC} + \overline{OB} > \overline{BC}$

(11) $2(\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} + \overline{OD})$
 $> \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA} = 30$

(12) $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} + \overline{OD} > \frac{1}{2} \times 30 = 15$

(13) 所以 $(\overline{OA} + \overline{OC}) + (\overline{OB} + \overline{OD}) > 15$
(即 $\overline{AC} + \overline{BD} > 15$)

(14) $30 > \overline{AC} + \overline{BD} > 15$

如圖 2.5-27，

三角形兩邊和大於第三邊

由(7)式+(8)式+(9)式+(10)式
將已知 $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA} = 30$ 代入

由(11) 等量除法公理

由(12)加法交換律 &
 $(\overline{OA} + \overline{OC} = \overline{AC})$ 、 $(\overline{OB} + \overline{OD} = \overline{BD})$

由(6) $30 > \overline{AC} + \overline{BD}$ &

(13) $\overline{AC} + \overline{BD} > 15$ 求共同範圍

習題 2.5-6

如圖 2.5-28，已知 $\overline{AB}=10$ ， $\overline{AC}=14$ ， $\overline{CD}=9$ ， $\overline{BD}=7$ ， $\overline{AD}=x$ ，則 x 的範圍為？

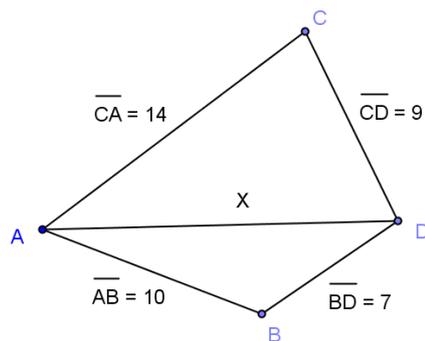


圖 2.5-28

想法：(1) 三角形任意兩邊長的和大於第三邊

(2) 三角形任意兩邊長的差小於第三邊

解：

敘述	理由
(1) $\triangle ACD$ 中， $\overline{AC} + \overline{CD} > \overline{AD} > \overline{AC} - \overline{CD}$ $14 + 9 > x > 14 - 9$ $23 > x > 5$	如圖 2.5-28 所示 三角形兩邊和大於第三邊、兩邊差小於第三邊 將已知 $\overline{AC}=14$ ， $\overline{CD}=9$ ， $\overline{AD}=x$ 代入
(2) $\triangle ABD$ 中， $\overline{AB} + \overline{BD} > \overline{AD} > \overline{AB} - \overline{BD}$ $10 + 7 > x > 10 - 7$ $17 > x > 3$	如圖 2.5-28 所示 三角形兩邊和大於第三邊、兩邊差小於第三邊 將已知 $\overline{AB}=10$ ， $\overline{BD}=7$ ， $\overline{AD}=x$ 代入
(3) 所以 $17 > x > 5$	由(2) & (3)求共同範圍

習題 2.5-7：

如圖 2.5-29， $\triangle ABC$ 中， $C、D$ 在 \overline{BE} 上， F 在 \overline{AC} 上， G 在 \overline{FD} 上。
求 $\angle 1$ 和 $\angle B$ 的大小關係。

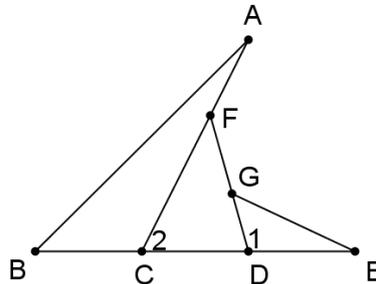


圖 2.5-29

想法：三角形的外角大於任一內對角

解：

敘述	理由
(1) $\triangle CDF$ 中， $\angle 1 > \angle 2$	三角形的外角大於任一內對角定理
(2) $\triangle ABC$ 中， $\angle 2 > \angle B$	三角形的外角大於任一內對角定理
(3) $\angle 1 > \angle B$	由(1)&(2)遞移律

習題 2.5-8：

如圖 2.5-30，試比較 $\angle P$ 、 $\angle Q$ 、 $\angle R$ 的大小關係。

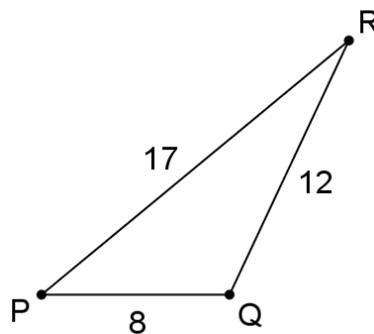


圖 2.5-30

想法：三角形大邊對大角定理

解：

敘述	理由
(1) $\angle Q > \angle P > \angle R$	如圖 2.5-30 所示， $\overline{PR} > \overline{QR} > \overline{PQ}$ ，大邊對大角定理

習題 2.5-9 :

如圖 2.5-31， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB}=9$ ， $\overline{BC}=9$ ， $\overline{AC}=10$ ，則 $\triangle ABC$ 的最大角是_____。

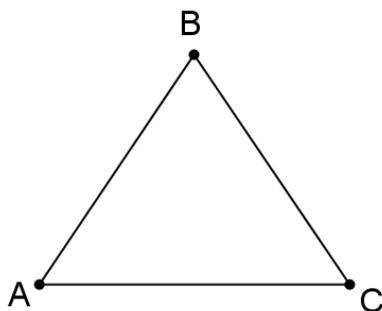


圖 2.5-31

想法：三角形大邊對大角定理

解：

敘述	理由
(1) $\angle A = \angle C$	已知 $\overline{AB} = \overline{BC} = 9$
(2) $\angle B > \angle A = \angle C$	已知 $\overline{AC} > \overline{AB} = \overline{BC}$ ，大邊對大角定理
(3) 最大角為 $\angle B$	由(2)

習題 2.5-10

$\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 70^\circ$ ， $\angle B = 40^\circ$ ， $\angle C = 70^\circ$ 則下列四個選項中，哪一個是正確的？

- (A) $\overline{AB} > \overline{AC}$ (B) $\overline{AB} > \overline{BC}$ (C) $\overline{AC} = \overline{BC}$ (D) $\overline{AB} = \overline{AC}$

想法：三角形大角對大邊定理

解：

敘述	理由
(1) $\triangle ABC$ 中， $\angle A = \angle C > \angle B$	已知 $\angle A = 70^\circ$ ， $\angle B = 40^\circ$ ， $\angle C = 70^\circ$
(2) $\overline{BC} = \overline{AB} > \overline{AC}$	由(1) 三角形大角對大邊定理
(3) 所以答案選(A) $\overline{AB} > \overline{AC}$	由(2)

習題 2.5-11

$\triangle ABC$ 中，若 $\overline{AB}=10$ ， $\overline{AC}=4$ ，且 $\angle A$ 為最大角，則 \overline{BC} 可能為多少？

- (A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 14

想法：(1) 三角形大角對大邊定理

(2) 三角形任意兩邊長的和大於第三邊

(3) 三角形任意兩邊長的差小於第三邊

解：

敘述	理由
(1) $\triangle ABC$ 中， \overline{BC} 為最大邊	已知 $\angle A$ 為最大角 & 三角形大角對大邊定理
(2) $\overline{BC} > 10$	由(1) & 已知 $\overline{AB}=10$ ， $\overline{AC}=4$
(3) $10+4 > \overline{BC} > 10-4$ $14 > \overline{BC} > 6$	三角形任意兩邊長的和大於第三邊 & 三角形任意兩邊長的差小於第三邊
(4) 所以 $14 > \overline{BC} > 10$	由(2) & (3) 求共同範圍

習題 2.5-12

$\triangle ABC$ 中， $\angle A$ 的外角 $<$ $\angle B$ 的外角 $<$ $\angle C$ 的外角，則下列何者正確？

- (A) $\overline{BC} > \overline{AC} > \overline{AB}$ (B) $\overline{AB} > \overline{AC} > \overline{BC}$
(C) $\overline{BC} > \overline{AB} > \overline{AC}$ (D) $\overline{AC} > \overline{AB} > \overline{BC}$

想法：(1) 外角定義

(2) 三角形大角對大邊定理

解：

敘述	理由
(1) $\triangle ABC$ 中， $\angle A > \angle B > \angle C$	已知 $\angle A$ 的外角 $<$ $\angle B$ 的外角 $<$ $\angle C$ 的外角 外角定義
(2) $\overline{BC} > \overline{AC} > \overline{AB}$	由(1) & 三角形大角對大邊定理
(3) 答案選(A) $\overline{BC} > \overline{AC} > \overline{AB}$	由(2)

習題 2.5-13

如圖 2.5-32， O 為圓心， \overline{AB} 、 \overline{CD} 為圓上兩條弦，若 $\angle AOB < \angle COD$ ，試比較 \overline{AB} 與 \overline{CD} 的大小。

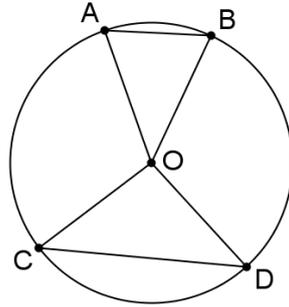


圖 2.5-32

想法：(1) 因為圓的半徑相等， $\triangle AOB$ 與 $\triangle COD$ 中， $\overline{OA} = \overline{OC}$ 、 $\overline{OB} = \overline{OD}$ ；

(2) 所以利用樞紐定理，可比較出 \overline{AB} 與 \overline{CD} 的大小

解：

敘述	理由
(1) $\triangle AOB$ 與 $\triangle COD$ 中， $\overline{OA} = \overline{OC}$ 、 $\overline{OB} = \overline{OD}$ $\angle AOB < \angle COD$	如圖 2.5-32 所示 圓半徑皆相等 已知 $\angle AOB < \angle COD$
(2) $\overline{AB} < \overline{CD}$	由(1) & 樞紐定理

習題 2.5-14 :

如圖 2.5-33，O 為圓心， \overline{AB} 、 \overline{CD} 為圓上兩條弦，若 $\overline{AB}=5$ 、 $\overline{CD}=10$ ，試比較 $\angle AOB$ 與 $\angle COD$ 的大小。

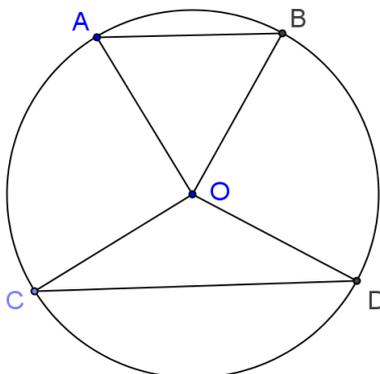


圖 2.5-33

想法：(1) 因為圓的半徑相等， $\triangle AOB$ 與 $\triangle COD$ 中， $\overline{OA}=\overline{OC}$ 、 $\overline{OB}=\overline{OD}$ ；

(2) 所以利用逆樞紐定理，可比較出 $\angle AOB$ 與 $\angle COD$ 的大小

解：

敘述	理由
(1) 在 $\triangle AOB$ 與 $\triangle COD$ 中， $\overline{OA}=\overline{OC}$ 、 $\overline{OB}=\overline{OD}$ 且 $\overline{AB}<\overline{CD}$	如圖 2.5-33 \overline{OA} 、 \overline{OC} 、 \overline{OB} 、 \overline{OD} 為半徑 已知 $\overline{AB}=5$ 、 $\overline{CD}=10$
(2) $\angle AOB<\angle COD$	由(1) & 逆樞紐定理

進階思考題

1：已知 $\triangle ABC \cong \triangle PQR$ ，若 $\overline{AB}=x+4$ ， $\overline{AC}=2x-2$ ， $\overline{PQ}=3y+1$ ， $\overline{PR}=y+7$ ， $\overline{BC}=12$ ，則 $\triangle PQR$ 的三邊和為多少？

想法：全等三角形之對應邊相等

解：

敘述	理由
(1) $\triangle ABC \cong \triangle PQR$ $\overline{AB}=\overline{PQ}$ $x+4=3y+1$	已知 對應邊相等 將已知 $\overline{AB}=x+4$ ， $\overline{PQ}=3y+1$ 代入
(2) $\triangle ABC \cong \triangle PQR$ $\overline{AC}=\overline{PR}$ $2x-2=y+7$	已知 對應邊相等 將已知 $\overline{AC}=2x-2$ ， $\overline{PR}=y+7$ 代入
(3) $x=6$ 且 $y=3$	由(1) & (2)解二元一次聯立方程式
(4) $\overline{PQ}=3y+1=3\times 3+1=10$ $\overline{PR}=y+7=3+7=10$	將(3) $y=3$ 代入已知 $\overline{PQ}=3y+1$ 將(3) $y=3$ 代入已知 $\overline{PR}=y+7$
(5) $\triangle ABC \cong \triangle PQR$ $\overline{QR}=\overline{BC}=12$	已知 對應邊相等 & 已知 $\overline{BC}=12$
(6) $\triangle PQR$ 的三邊和為 $\overline{PQ}+\overline{PR}+\overline{QR}$ $=10+10+12=32$	$\triangle PQR$ 的三邊和為 $\overline{PQ}+\overline{PR}+\overline{QR}$ 將(4) & (5) 代入

2：有一個等腰三角形的兩邊是 8 和 13，則：

(1) 第三邊長的長度為_____。

(2) 若此三角形的三邊和為偶數，則第三邊長為_____。

想法：(1) 等腰三角形兩腰相等

(2) 三角形任意兩邊長的和大於第三邊

(3) 三角形任意兩邊長的差小於第三邊

解：

敘述	理由
(1) 若此等腰三角形的腰為 8， 則三邊為 8、8 和 13	假設 假設腰為 8 & 已知另兩邊為 8 和 13
(2) 8、8 和 13 可為等腰三角形三邊長	$8+8 > 13 > 8-8$ $13+8 > 8 > 13-8$
(3) 若此等腰三角形的腰為 13， 則三邊為 13、13 和 8	假設 假設腰為 13 & 已知另兩邊為 8 和 13
(4) 13、13 和 8 可為等腰三角形三邊長	$13+13 > 8 > 13-13$ $13+8 > 13 > 13-8$
(5) 所以此等腰三角形的第三邊長為 8 或 13	由(2) & (4)
(6) 若三邊為 8、8 和 13， 則三邊和為 $8+8+13=29$ 為奇數	由(2) 基本加法
(7) 若三邊為 13、13 和 8， 則三邊和為 $13+13+8=34$ 為偶數	由(4) 基本加法
(8) 若此三角形的三邊和為偶數， 則第三邊長為 13	題目條件限制 由(7)

3：有一個三角形的三邊長成等差數列且皆為整數，已知最小邊長為2，則此三角形的三邊長為_____。

想法：(1) 三角形任意兩邊長的和大於第三邊

(2) 三角形任意兩邊長的差小於第三邊

解：

敘述	理由
(1) 假設此三角形另外兩邊長為 (2+d)、(2+2d)；其中d為正整數 此三角形三邊長為2、(2+d)、(2+2d)	已知三角形的三邊長成等差數列 且皆為整數，且最小邊長為2
(2) $(2+2d)+(2+d) > 2 > (2+2d)-(2+d)$ 其中d為正整數	三角形兩邊長的和大於第三邊 三角形兩邊長的差小於第三邊
(3) $3d+4 > 2 > d$ ；其中d為正整數	由(2)化簡
(4) $3d+4 > 2$ 且 $2 > d$ ；其中d為正整數	由(3)化簡
(5) $2 > d > -\frac{2}{3}$ ；其中d為正整數	由(4)化簡
(6) $d=1$	由(5)
(7) 此三角形三邊長為2、3、4	將(6)代入(1)

4：已知某三角形的三邊長為 5、12、 $3x+2$ ，則下列何者不可能為 x 的值

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

想法：(1) 三角形任意兩邊長的和大於第三邊

(2) 三角形任意兩邊長的差小於第三邊

解：

敘述	理由
(1) $12+5 > 3x+2 > 12-5$	已知三角形的三邊長為 5、12、 $3x+2$ 三角形任意兩邊長的和大於第三邊 三角形任意兩邊長的差小於第三邊
(2) $17 > 3x+2 > 7$	由(1)化簡
(3) $15 > 3x > 5$	由(2)化簡
(4) $5 > x > \frac{5}{3}$	由(3)化簡
(5) 所以 x 不可能為 5，答案選(D) 5	由(4)

5：已知三角形的三邊長皆不相等，且皆為整數。若三邊之和為 11 公分，則滿足此條件的三角形邊長，分別是多少公分？

想法：(1) 三角形任意兩邊長的和大於第三邊

(2) 三角形任意兩邊長的差小於第三邊

解：

敘述	理由																		
(1) 假設三角形的三邊長為 a 、 b 、 c 其中 $a \neq b \neq c$ ； a 、 b 、 c 皆為正整數 且 $a+b+c=11$	假設 已知三邊長皆不相等，且皆為整數 已知三邊之和為 11																		
(2) 滿足(1)條件的 a 、 b 、 c 如下表所示	由(1)																		
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td style="padding: 2px 5px;">a</td> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">2</td> <td style="padding: 2px 5px;">2</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 5px;">b</td> <td style="padding: 2px 5px;">2</td> <td style="padding: 2px 5px;">3</td> <td style="padding: 2px 5px;">4</td> <td style="padding: 2px 5px;">3</td> <td style="padding: 2px 5px;">4</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 5px;">c</td> <td style="padding: 2px 5px;">8</td> <td style="padding: 2px 5px;">7</td> <td style="padding: 2px 5px;">6</td> <td style="padding: 2px 5px;">6</td> <td style="padding: 2px 5px;">5</td> </tr> </tbody> </table>	a	1	1	1	2	2	b	2	3	4	3	4	c	8	7	6	6	5	
a	1	1	1	2	2														
b	2	3	4	3	4														
c	8	7	6	6	5														
(3) 檢查第一種情況， $a=1$ 、 $b=2$ 、 $c=8$ 所以 $a=1$ 、 $b=2$ 、 $c=8$ 不符合條件	由(2) $1+2 < 8$ ；不符合兩邊和大於第三邊																		
(4) 檢查第二種情況， $a=1$ 、 $b=3$ 、 $c=7$ 所以 $a=1$ 、 $b=3$ 、 $c=7$ 不符合條件	由(2) $1+3 < 7$ ；不符合兩邊和大於第三邊																		
(5) 檢查第三種情況， $a=1$ 、 $b=4$ 、 $c=6$ 所以 $a=1$ 、 $b=4$ 、 $c=6$ 不符合條件	由(2) $1+4 < 6$ ；不符合兩邊和大於第三邊																		
(6) 檢查第四種情況， $a=2$ 、 $b=3$ 、 $c=6$ 所以 $a=2$ 、 $b=3$ 、 $c=6$ 不符合條件	由(2) $2+3 < 6$ ；不符合兩邊和大於第三邊																		
(7) 檢查第五種情況， $a=2$ 、 $b=4$ 、 $c=5$ 所以 $a=2$ 、 $b=4$ 、 $c=5$ 符合以下條件 三角形任意兩邊長的和大於第三邊 三角形任意兩邊長的差小於第三邊	由(2) $4+2 > 5 > 4-2$ $5+2 > 4 > 5-2$ $5+4 > 2 > 5-4$																		
(8) 所以此三角形的三邊長分別為 2 公分、4 公分、5 公分。	由(7)																		

6：阿義拿 21 根竹筷排各種不全等的三角形，每次 21 根全部用完，則：

- (1) 共可排出幾種不同的三角形？
- (2) 承(1)，其中等腰三角形有幾種？

想法：(1) 三角形任意兩邊長的和大於第三邊

(2) 三角形任意兩邊長的差小於第三邊

解：

	敘述		理由																																																																																																				
<p>(1) 假設三角形的三邊長為 a 根、b 根、c 根 其中 a、b、c 皆為正整數 且 $a+b+c=21$</p> <p>(2) 滿足(1)條件的 a、b、c 如下表(一~五)</p> <p>(表一)</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>a</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>b</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr> <tr><td>c</td><td>19</td><td>18</td><td>17</td><td>16</td><td>15</td><td>14</td><td>13</td><td>12</td><td>11</td><td>10</td></tr> </table> <p>(表二)</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>a</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td></tr> <tr><td>b</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td></tr> <tr><td>c</td><td>17</td><td>16</td><td>15</td><td>14</td><td>13</td><td>12</td><td>11</td><td>10</td></tr> </table> <p>(表三)</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>a</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td></tr> <tr><td>b</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td></tr> <tr><td>c</td><td>15</td><td>14</td><td>13</td><td>12</td><td>11</td><td>10</td><td>9</td></tr> </table> <p>(表四)</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>a</td><td>4</td><td>4</td><td>4</td><td>4</td><td>4</td></tr> <tr><td>b</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr> <tr><td>c</td><td>13</td><td>12</td><td>11</td><td>10</td><td>9</td></tr> </table>	a	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	b	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	c	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	a	2	2	2	2	2	2	2	2	b	2	3	4	5	6	7	8	9	c	17	16	15	14	13	12	11	10	a	3	3	3	3	3	3	3	b	3	4	5	6	7	8	9	c	15	14	13	12	11	10	9	a	4	4	4	4	4	b	4	5	6	7	8	c	13	12	11	10	9	<p>假設 已知三邊長皆為整數根 已知每次 21 根全部用完</p> <p>由(1)</p>
a	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1																																																																																													
b	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																													
c	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10																																																																																													
a	2	2	2	2	2	2	2	2																																																																																															
b	2	3	4	5	6	7	8	9																																																																																															
c	17	16	15	14	13	12	11	10																																																																																															
a	3	3	3	3	3	3	3																																																																																																
b	3	4	5	6	7	8	9																																																																																																
c	15	14	13	12	11	10	9																																																																																																
a	4	4	4	4	4																																																																																																		
b	4	5	6	7	8																																																																																																		
c	13	12	11	10	9																																																																																																		

(表五)

a	5	5	5	5	6	6	7
b	5	6	7	8	6	7	7
c	11	10	9	8	9	8	7

- (3) 表一中只有 $a=1$ 、 $b=10$ 、 $c=10$ 符合
三角形任意兩邊長的和大於第三邊
三角形任意兩邊長的差小於第三邊
所以 1 根、10 根、10 根可排成三角形
- (4) 表二中只有 $a=2$ 、 $b=9$ 、 $c=10$ 符合
三角形任意兩邊長的和大於第三邊
三角形任意兩邊長的差小於第三邊
所以 2 根、9 根、10 根可排成三角形
- (5) 表三中有 $a=3$ 、 $b=8$ 、 $c=10$ 符合
三角形任意兩邊長的和大於第三邊
三角形任意兩邊長的差小於第三邊
所以 3 根、8 根、10 根可排成三角形
- (6) 表三中有 $a=3$ 、 $b=9$ 、 $c=9$ 符合
三角形任意兩邊長的和大於第三邊
三角形任意兩邊長的差小於第三邊
所以 3 根、9 根、9 根可排成三角形
- (7) 表四中有 $a=4$ 、 $b=7$ 、 $c=10$ 符合
三角形任意兩邊長的和大於第三邊
三角形任意兩邊長的差小於第三邊
所以 4 根、7 根、10 根可排成三角形
- (8) 表四中有 $a=4$ 、 $b=8$ 、 $c=9$ 符合
三角形任意兩邊長的和大於第三邊
三角形任意兩邊長的差小於第三邊
所以 4 根、8 根、9 根可排成三角形
- (9) 表五中有 $a=5$ 、 $b=6$ 、 $c=10$ 符合
三角形任意兩邊長的和大於第三邊
三角形任意兩邊長的差小於第三邊
所以 5 根、6 根、10 根可排成三角形

逐一檢查表一

$$10+1>10>10-1$$
$$10+10>1>10-10$$

逐一檢查表二

$$10+9>2>10-9$$
$$10+2>9>10-2$$
$$9+2>10>9-2$$

逐一檢查表三

$$10+8>3>10-8$$
$$10+3>8>10-3$$
$$8+3>10>8-3$$

逐一檢查表三

$$9+9>3>9-9$$
$$9+3>9>9-3$$

逐一檢查表四

$$7+4>10>7-4$$
$$10+7>4>10-7$$
$$10+4>7>10-4$$

逐一檢查表四

$$9+8>4>9-8$$
$$9+4>8>9-4$$
$$8+4>9>8-4$$

逐一檢查表五

$$6+5>10>6-5$$
$$10+5>6>10-5$$
$$10+6>5>10-6$$

<p>(10) 表五中有 $a=5$、$b=7$、$c=9$ 符合 三角形任意兩邊長的和大於第三邊 三角形任意兩邊長的差小於第三邊 所以 5 根、7 根、9 根可排成三角形</p>	<p>逐一檢查表五 $7+5>9>7-5$ $9+5>7>9-5$ $9+7>5>9-7$</p>
<p>(11) 表五中有 $a=5$、$b=8$、$c=8$ 符合 三角形任意兩邊長的和大於第三邊 三角形任意兩邊長的差小於第三邊 所以 5 根、8 根、8 根可排成三角形</p>	<p>逐一檢查表五 $8+5>8>8-5$ $8+8>5>8-8$</p>
<p>(12) 表五中有 $a=6$、$b=6$、$c=9$ 符合 三角形任意兩邊長的和大於第三邊 三角形任意兩邊長的差小於第三邊 所以 6 根、6 根、9 根可排成三角形</p>	<p>逐一檢查表五 $6+6>9>6-6$ $9+6>6>9-6$</p>
<p>(13) 表五中有 $a=6$、$b=7$、$c=8$ 符合 三角形任意兩邊長的和大於第三邊 三角形任意兩邊長的差小於第三邊 所以 6 根、7 根、8 根可排成三角形</p>	<p>逐一檢查表五 $7+6>8>7-6$ $8+6>7>8-6$ $8+7>6>8-7$</p>
<p>(14) 表五中有 $a=7$、$b=7$、$c=7$ 符合 三角形任意兩邊長的和大於第三邊 三角形任意兩邊長的差小於第三邊 所以 7 根、7 根、7 根可排成三角形</p>	<p>逐一檢查表五 $7+7>7>7-7$</p>
<p>(15) 所以 21 根竹篾共可排出 12 種三角形</p>	<p>由(3)~(14)</p>
<p>(16) 其中有 5 種等腰三角形</p>	<p>由(3)(6)(11)(12)(14)</p>

7: 如圖 2.1, ABCD 為長方形, P、Q、M 為 \overline{AD} 上異於 A、D 的點, 其中 M 為 \overline{AD} 的中點, 則 $\triangle BPC$ 三邊和、 $\triangle BQC$ 三邊和、 $\triangle BMC$ 三邊和的大小關係為何?

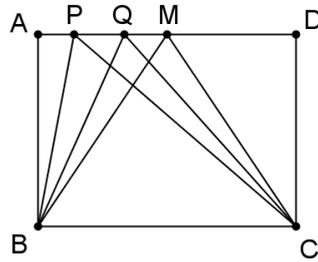


圖 2.1

想法: (1) 三角形任意兩邊長的和大於第三邊

(2) 三角形任意兩邊長的差小於第三邊

(3) 判斷兩個三角形全等的方法有:

1. 兩邊夾一角三角形全等定理, 又稱 S.A.S. 三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理, 又稱 A.S.A. 三角形全等定理
3. 三邊相等三角形全等定理, 又稱 S.S.S. 三角形全等定理

解:

敘述	理由
(1) 延長 \overline{BA} 與 \overline{CM} , 且兩線交於 E 點 連接 \overline{PE} 、 \overline{QE} , 如圖 2.1(a)	兩條不互相平行的直線必相交於一點; 兩點可決定一直線。
(2) 在 $\triangle AME$ 與 $\triangle DMC$ 中, $\angle EAM = \angle CDM = 90^\circ$ $\overline{AM} = \overline{DM}$ $\angle AME = \angle DMC$	<p>圖 2.1(a)</p>
(3) 所以 $\triangle AME \cong \triangle DMC$	<p>如圖 2.1(a) 所示</p> <p>已知 ABCD 為長方形 & (1) 作圖</p> <p>已知 M 為 \overline{AD} 的中點</p> <p>對頂角相等</p> <p>由 (2) & A.S.A. 三角形全等定理</p>

(4) $\overline{EA} = \overline{CD}$	由(3) 對應邊相等
(5) $\overline{AB} = \overline{CD}$	已知 ABCD 為長方形
(6) 所以 $\overline{AB} = \overline{AE}$	由(4) $\overline{AB} = \overline{CD}$ & (5) $\overline{AB} = \overline{CD}$ 遞移律
(7) 在 $\triangle APB$ 與 $\triangle APE$ 中， $\overline{AB} = \overline{AE}$ $\angle BAP = \angle EAP = 90^\circ$ $\overline{AP} = \overline{AP}$	如圖 2.1(a)所示 由(6) $\overline{AB} = \overline{AE}$ 已證 已知 ABCD 為長方形 共同邊
(8) 所以 $\triangle APB \cong \triangle APE$	由(7) & S.A.S. 三角形全等定理
(9) $\overline{PB} = \overline{PE}$	由(8) 對應邊相等
(10) 同理可證，在 $\triangle AQE$ 與 $\triangle AQB$ 中， $\overline{QE} = \overline{QB}$	由(7)~(9)
(11) 同理可證，在 $\triangle AME$ 與 $\triangle AMB$ 中， $\overline{ME} = \overline{MB}$	由(7)~(9)
(12) $\triangle EPC$ 中， $\overline{PE} + \overline{PC} > \overline{QE} + \overline{QC} > \overline{ME} + \overline{MC}$	如圖 2.1(a) Q 為 $\triangle EPC$ 內部一點
(13) $\overline{PB} + \overline{PC} > \overline{QB} + \overline{QC} > \overline{MB} + \overline{MC}$	將(9) $\overline{PB} = \overline{PE}$ & (10) $\overline{QE} = \overline{QB}$ & (11) $\overline{ME} = \overline{MB}$ 代入(12)
(14) $\overline{PB} + \overline{PC} + \overline{BC} > \overline{QB} + \overline{QC} + \overline{BC} > \overline{MB} + \overline{MC} + \overline{BC}$	由(13) 同加 \overline{BC}
(15) 所以 $\triangle BPC$ 三邊和 $>$ $\triangle BQC$ 三邊和 $>$ $\triangle BMC$ 三邊和	由(14) & $\triangle BPC$ 三邊和 $= \overline{PB} + \overline{PC} + \overline{BC}$; $\triangle BQC$ 三邊和 $= \overline{QB} + \overline{QC} + \overline{BC}$; $\triangle BMC$ 三邊和 $= \overline{MB} + \overline{MC} + \overline{BC}$