

國二每周練習題(下學期第 14 周)

中心：_____ 姓名：_____

例題一 (1) 已知 $y+1$ 和 $x-2$ 成正比，當 $x=5$ 時 $y=4$ ，求 y 和 x 的關係式為何？

(2) 已知 $y+1$ 和 $x-2$ 成反比，當 $x=5$ 時 $y=4$ ，求 y 和 x 的關係式為何？

解：

(1) 已知 $y+1$ 和 $x-2$ 成正比，所以 $y+1$ 和 $x-2$ 的關係式可以表示為

$$\frac{y+1}{x-2} = k, \text{ 其中 } k \text{ 是常數；}$$

將當 $x=5$ 、 $y=4$ 代入 $\frac{y+1}{x-2} = k$ 中，得到 $\frac{4+1}{5-2} = k$ ， $k = \frac{5}{3}$ 。

將 $k = \frac{5}{3}$ 代回 y 和 x 的關係式 $\frac{y+1}{x-2} = k$ ，

所以 y 和 x 的關係式為 $\frac{y+1}{x-2} = \frac{5}{3}$ 。

(2) 已知 $y+1$ 和 $x-2$ 成反比，所以 $y+1$ 和 $x-2$ 的關係式可以表示為

$$(x-2)(y+1) = k, \text{ 其中 } k \text{ 是常數；}$$

將當 $x=5$ 、 $y=4$ 代入 $(x-2)(y+1) = k$ 中，

得到 $(5-2) \cdot (4+1) = k \Rightarrow k = 15$ ，將 $k = 15$ 代回 $y+1$ 和 $x-2$ 的關係式 $(x-2)(y+1) = k$ ，

所以 y 和 x 的關係式為 $(x-2)(y+1) = 15$ 。

答：(1) $\frac{y+1}{x-2} = \frac{5}{3}$ (2) $(x-2)(y+1) = 15$

練習一 (1) 已知 $y+1$ 和 $x-2$ 成正比，當 $x=4$ 時 $y=6$ ，求 y 和 x 的關係式為何？

(2) 已知 $y+1$ 和 $x-2$ 成反比，當 $x=4$ 時 $y=6$ ，求 y 和 x 的關係式為何？

例題二 將下列各式作因式分解：

(1) $(x+1)(x-2) + (x+1)$

(2) $2(x^2 - y^2) + x + y$

解：

(1) 原式 = $(x+1)(x-2) + (x+1)$

(2) 原式 = $2(x^2 - y^2) + x + y$

$$= (x+1) \cdot (x-2) + (x+1) \cdot 1$$

$$= 2(x+y)(x-y) + x + y$$

$$= (x+1) \cdot [(x-2) + 1]$$

$$= 2 \cdot (x+y) \cdot (x-y) + (x+y) \cdot 1$$

$$= (x+1)(x-1)$$

$$= (x+y) \cdot [2 \cdot (x-y) + 1]$$

$$= (x+y)(2x-2y+1)$$

答：(1) $(x+1)(x-1)$ (2) $(x+y)(2x-2y+1)$



小提醒：

若 y 和 x 成正比，則 y 和 x 的關係式可以

表示成 $\frac{y}{x} = k_1$ ，其中

k_1 為比例常數。

若 y 和 x 成反比，則 y 和 x 的關係式可以

表示成 $xy = k_2$ ，其中 k_2 為比例常數。



小提醒：

試著利用

(1) 提公因式法

(2) 乘法公式

作因式分解。

練習二 將下列各式作因式分解：

(1) $(2x-1)(x+2)+(x+2)$

(2) $-3(x^2-y^2)+x-y$

例題三 $2018^2 - 2019^2 = 367 \times a$ ，求 $a = ?$

解：

利用平方差乘法公式： $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ 作因式分解；

原式為 $2018^2 - 2019^2 = 367 \times a$

$$\Rightarrow (2018 + 2019)(2018 - 2019) = 367 \times a$$

$$\Rightarrow 4037 \times (-1) = 367 \times a$$

$$\Rightarrow 367 \times 11 \times (-1) = 367 \times a$$

$$\Rightarrow 367 \times (-11) = 367 \times a$$

$$\Rightarrow a = -11$$

答： $a = -11$

練習三 $520^2 - 524^2 = 261 \times a$ ，求 $a = ?$



小提醒：

利用乘法公式作因式分解後，再求解。

例題四 呱呱麵包坊 210 名員工中，男、女生人數比為 2:5，後來又有女生若干名加入，加入後男、女生人數比變為 3:8，請問後來加入的女生有多少人？

解：

從原本男、女生人數比為 2:5，可以假設原本男生人數為 $2r$ 、原本女生人數為 $5r$ ，其中 r 是常數；

從原本總人數 = 原本男生人數 + 原本女生人數得知 $210 = 2r + 5r \Rightarrow 210 = 7r$ ， $r = 30$

將 $r = 30$ 代回假設的原本男、女生人數得到：原本男生人數為 60、原本女生人數為 150。

再假設後來又有女生 x 名加入，所以後來女生人數可以表示為 $(150 + x)$ ；

由加入後男、女生人數比變為 3:8，得知 $60 : (150 + x) = 3 : 8$

$$\Rightarrow (150 + x) \times 3 = 60 \times 8$$

$$\Rightarrow 450 + 3x = 480$$

$$\Rightarrow 3x = 30, x = 10。$$

答：10 人



小提醒：

從題目敘述中觀察，再列出關係式。

練習四 博幼基金會 240 名成員中，男、女生人數比為 1:3，後來又有男生若干名加入，加入後男、女生人數比變為 2:5，請問後來加入的男生有多少人？



小知識：

四書五經指九本中國儒家經典著作。

四書

《論語》、《孟子》、
《大學》、《中庸》。

五經

《詩經》、《尚書》、
《禮記》、《周易》、
《春秋》，簡稱為
「詩、書、禮、易、
春秋」。

例題五 已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，且頂點依序對應，若 $\angle A = 65^\circ$ 、 $\angle B = (3x - 5)^\circ$ 、 $\angle E = 76^\circ$ 、 $\angle F = (10y - 1)^\circ$ ，求數對 (x, y) 為何？

解：

已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，且頂點依序對應，根據對應角相等得知：

$\angle A = \angle D$ 、 $\angle B = \angle E$ 、 $\angle C = \angle F$ 。

從 $\angle B = \angle E$ ，得到 $(3x - 5) = 76$

$$\Rightarrow 3x = 76 + 5$$

$$\Rightarrow 3x = 81, x = 27。$$

從三角形內角和為 180° ，得知 $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ \dots(1)$ ，

將 $\angle B = \angle E = 76^\circ$ 、 $\angle C = \angle F = (10y - 1)^\circ$ 代入(1)式；

得到 $65 + 76 + (10y - 1) = 180$

$$\Rightarrow 141 + 10y - 1 = 180$$

$$\Rightarrow 140 + 10y = 180$$

$$\Rightarrow 10y = 40, y = 4。$$

數對 $(x, y) = (27, 4)$ 。

答： $(x, y) = (27, 4)$

練習五 已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，且頂點依序對應，若 $\angle A = 43^\circ$ 、 $\angle B = (-6x + 40)^\circ$ 、 $\angle D = (10y + 3)^\circ$ 、 $\angle F = 67^\circ$ ，求數對 (x, y) 為何？



小提醒：

兩個三角形全等時，對應邊必相等、對應角必相等。反之，若兩個三角形對應邊相等、對應角相等，則這兩個三角形全等。

例題六 因式分解 $x^4 + 4$ 。

解：

$$\begin{aligned} \text{原式} &= x^4 + 4 \\ &= (x^2)^2 + 2^2 \\ &= (x^2)^2 + 2^2 + 2 \cdot x^2 \cdot 2 - 2 \cdot x^2 \cdot 2 \\ &= (x^2)^2 + 2 \cdot x^2 \cdot 2 + 2^2 - 4x^2 \\ &= (x^2 + 2)^2 - (2x)^2 \\ &= (x^2 + 2 + 2x)(x^2 + 2 - 2x) \\ &= (x^2 + 2x + 2)(x^2 - 2x + 2) \end{aligned}$$

答： $(x^2 + 2x + 2)(x^2 - 2x + 2)$

練習六 因式分解 $4x^4 + 1$ 。



小提醒：

試著利用

(1) 和的平方

(2) 差的平方

(3) 平方差

乘法公式作因式分解。