**習題 10.1**

**習題 10.1-1**

在下圖的數線上標出P(－6)，Q(－1.5)，R(3)三點的位置。

**想法：**根據數線與點座標的定義

**圖(a)**

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. 如上圖(a)所示P點座標為 －6，記作P(－6)Q點座標為 －1.5，記作Q(－1.5)R點座標為 3，記作R(3)
 | P點在原點O左方6個單位Q點在原點O左方1.5個單位R點在原點O右方3個單位 |

**習題 10.1-2**

數線上有A、B、C、D四個點，其點座標分別為A(－6)、B(－3)、C(2)、D(5)，則、、、、、之值各為何？

**想法：**線段長度就是兩點間的距離

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. ＝(－3)－(－6)＝3 單位

1. ＝2－(－6)＝8 單位

1. ＝5－(－6)＝11 單位

1. ＝2－(－3)＝5 單位

1. ＝5－(－3)＝8 單位

1. ＝5－2＝3 單位

 | 線段長度就是兩點間的距離 ＆已知A(－6)、B(－3)線段長度就是兩點間的距離 ＆已知A(－6)、C(2)線段長度就是兩點間的距離 ＆已知A(－6)、D(5)線段長度就是兩點間的距離 ＆已知B(－3)、C(2)線段長度就是兩點間的距離 ＆已知B(－3)、D(5)線段長度就是兩點間的距離 ＆已知C(2)、D(5) |

**習題 10.1-3**

 一數線以右方為正向。在此數線上，A點所表示的數為－2，從A點先向右移動4單位，再向左移動6單位到達B點，則B點所表示的數為多少？

**圖(a)**

**想法：**線段長度就是兩點間的距離

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. 如上圖(a)所示， B點所表示的數 ＝－2＋4－6＝－4
 | 已知一數線以右方為正向。A點所表示的數為－2，從A點先向右移動4單位，再向左移動6單位到達B點＆ 線段長度就是兩點間的距離 |

**習題 10.1-4**

請標示出座標平面上O、A、B、C、D、E、F、G、H九點的座標，並判斷各點所在的位置屬於哪一象限。

**想法：**(1)根據直角座標平面點的定義

 (2) 根據直角座標平面象限的定義

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. O點位於x軸與y軸的交點上，其座標以O(0,0)表示
2. A點位於x軸上，其座標以A(5,0)表示
3. B點位於第一象限，其座標以B(3,4)表示
4. C點位於y軸上，其座標以C(0,3)表示
5. D點位於第二象限，其座標以D(－4,5)表示
6. E點位於x軸上，其座標以E(－2,0)表示
7. F點位於第三項限，其座標以F(－3,－2)表示
8. G點位於y軸上，其座標以G(0,－4)表示
9. H點位於第四象限，其座標以H(4,－3) 表示
 | 根據直角座標平面點與象限的定義 ＆O點位於x軸原點0上，y軸原點0上 根據直角座標平面點與象限的定義 ＆A點位於x軸原點右方5個單位，y軸原點0上根據直角座標平面點與象限的定義 ＆B點位於x軸原點右方3個單位，y軸原點上方4個單位根據直角座標平面點與象限的定義 ＆C點位於x軸原點0上，y軸原點上方3個單位根據直角座標平面點與象限的定義 ＆D點位於x軸原點左方4個單位，y軸原點上方5個單位根據直角座標平面點與象限的定義 ＆E點位於x軸原點左方2個單位，y軸原點0上根據直角座標平面點與象限的定義 ＆F點位於x軸原點左方3個單位，y軸原點下方2個單位根據直角座標平面點與象限的定義 ＆G點位於x軸原點0上，y軸原點下方4個單位根據直角座標平面點與象限的定義 ＆H點位於x軸原點右方4個單位，y軸原點下方3個單位 |

**習題 10.1-5**

座標平面上有A、B、C、D四個點，且各點座標分別為A(3,4)、B(－4,5)、
C(－3,－2)、D(4,－3)，則各點與兩座標軸的距離分別為何？

**想法：**(1) 根據直角座標平面點的定義

 (2) 線段長度就是兩點間的距離

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. A點到x軸的距離為4 單位、A點到y軸的距離為3 單位；
2. B點到x軸的距離為5 單位、B點到y軸的距離為4 單位；
3. C點到x軸的距離為2 單位、C點到y軸的距離為3 單位；
4. D點到x軸的距離為3 單位、D點到y軸的距離為4 單位。
 | 已知A(3,4) ＆ A點位於x軸上方4個單位，y軸右方3個單位已知B(－4,5) ＆ B點位於x軸上方5個單位，y軸左方4個單位已知C(－3,－2) ＆ C點位於x軸下方2個單位，y軸左方3個單位已知D(4,－3) ＆ D點位於x軸下方3個單位，y軸右方4個單位 |

**習題 10.1-6**

直角座標平面上有一矩形ABCD，已知其四個頂點座標分別為A(5,2)、
B(－2,2)、C(－2,－4)、D(5,－4)，則、、、之值各為何？

**想法：**(1) 根據直角座標平面點的定義

 (2) 線段長度就是兩點間的距離

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. ＝5－(－2)＝7 單位

1. ＝2－(－4)＝6單位

1. ＝5－(－2)＝7 單位

1. ＝2－(－4)＝6單位

 | 已知A(5,2)、B(－2,2) ＆為A、B兩點x座標的距離已知B(－2,2)、C(－2,－4) ＆為B、C兩點y座標的距離已知C(－2,－4)、D(5,－4) ＆為C、D兩點x座標的距離已知D(5,－4)、A(5,2) ＆為D、A兩點y座標的距離 |

**習題 10.1-7**

直角座標平面上有一點A(5,3)，若自A點出發，向下6個單位到達B點，再向左9個單位到達C點，接著向上8個單位到達D點，接著向右6個單位到達E點，最後向下4個單位到達F點，則B、C、D、E、F各點的座標為何？

**想法：**(1) 根據直角座標平面點的定義

 (2) 線段長度就是兩點間的距離

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. B點座標為(5,－3)
2. C點座標為(－4,－3)
3. D 點座標為(－4,5)
4. E點座標為(2,5)
5. F點座標為(2,1)
 | 已知A(5,3) ＆ 自A點出發，向下6個單位到達B點，B點x座標仍為5，B點y座標為3－6＝－3由(1) B(5,－3) ＆ 自B點出發，向左9個單位到達C點，C點x座標為5－9＝－4，C點y座標仍為－3由(2) C(－4,－3) ＆ 自C點出發，向上8個單位到達D點，D點x座標仍為－4，D點y座標為－3＋8＝5由(3) D(－4,5) ＆ 自D點出發，向右6個單位到達E點，E點x座標為－4＋6＝2，E點y座標仍為5由(4) E(2,5) ＆ 自E點出發，向下4個單位到達F點，F點x座標仍為2，F點y座標為5－4＝1 |

**習題 10.1-8**

已知四邊形ABCD為平行四邊形，已知其中三頂點的座標分別為A(3,4)、
 B(－2,4)、C(－4,－2)，則平行四邊形ABCD另一個頂點D的座標為何？

**想法：**平行四邊形對邊等長

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. ＝

1. ＝3－(－2)＝5

1. ＝5

1. D點x座標為－4＋5＝1D點y座標為－2
2. 所以D點座標為(1,－2)
 | 已知ABCD為平行四邊形 ＆ 平行四邊形對邊等長已知A(3,4)、B(－2,4) ＆ 為B、A兩點x座標的距離由(1) ＆ (2) 遞移律由(3) ＝5 ＆ 已知C(－4,－2) ＆D點與C點y座標相同由(4) 已證 |

**習題 10.1-9**

已知四邊形ABCD為平行四邊形，四頂點的座標分別為A(3,4)、B(－2,4)、C(－4,－2)、D(1,－2)，則平行四邊形ABCD的面積為何？

**圖(a)**

**想法：**平行四邊形面積為底與高之乘積

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. 在直角座標平面上畫出此平行四邊形ABCD，過B點作垂直的直線交於E點，如上圖(a)所示，則E點座標為(－2,－2)

1. 為平行四邊形ABCD的底，為平行四邊形ABCD的高

1. ＝1－(－4)＝5＝4－(－2)＝6

1. 平行四邊形ABCD面積＝×＝5×6＝30 平方單位

 | 根據已知四邊形ABCD為平行四邊形，四頂點的座標分別為A(3,4)、B(－2,4)、C(－4,－2)、D(1,－2)作圖 ＆ 過直線外一點垂直線作圖由(1) 過B點作垂直的直線交於E點，則⊥已知C(－4,－2)、D(1,－2) ＆為C、D兩點x座標的距離已知B(－2,4) ＆ (1) E(－2,－2) 為B、E兩點y座標的距離平行四邊形面積為底與高之乘積 ＆(3) 平行四邊形ABCD的底＝5、 平行四邊形ABCD的高＝6 |

**習題 10.1-10**

已知座標平面上有一四邊形ABCD，且此四邊形的頂點座標分別為
A(－3,2)、B(1,5)、C(4,－3)、D(－1,－4)，則此四邊形的面積為何？

**圖(a)**

**想法：**(1) 矩形面積為長與寬之乘積

 (2) 三角形面積為底與高乘積之一半

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. 在直角座標平面上畫出此四邊形ABCD，過A點作平行y軸的鉛直線、過B點作平行x軸的水平線、過C點作平行y軸的鉛直線、過D點作平行x軸的水平線，四直線分別相交於E、F、G、H四點，如上圖(a)所示，則EFGH為長方形，且E點座標為(4,5)、F點座標為(－3,5)、G點座標為(－3,－4)、H點座標為(4,－4)
2. 長方形EFGH之長＝4－(－3)＝7長方形EFGH之寬＝5－(－4)＝9

1. 長方形EFGH的面積 ＝×＝7×9＝63 平方單位

1. ∠E＝∠F＝∠G＝∠H＝90°
2. △CEB、△BFA、△AGD、△DHC 皆為直角三角形
3. 為△CEB的底、為△CEB的高△CEB的底＝4－1＝3△CEB的高＝5－(－3)＝8

1. △CEB面積＝(3×8)÷2＝12 平方單位
2. 為△BFA的底、為△BFA的高△BFA的底＝1－(－3)＝4△BFA的高＝5－2＝3

1. △BFA面積＝(4×3)÷2＝6 平方單位
2. 為△AGD的底、為△AGD的高△AGD的底＝－1－(－3)＝2△AGD的高＝2－(－4)＝6

1. △AGD面積＝(2×6)÷2＝6 平方單位
2. 為△DHC的底、為△DHC的高△DHC的底＝4－(－1)＝5△DHC的高＝－3－(－4)＝1

1. △DHC面積＝(5×1)÷2＝2.5 平方單位
2. 長方形EFGH的面積 ＝四邊形ABCD面積＋△AGD面積＋ △DHC面積＋△CEB面積＋△BFA面積
3. 四邊形ABCD面積 ＝長方形EFGH的面積－△AGD面積－ △DHC面積－△CEB面積－△BFA面積 ＝(63－6－2.5－12－6) 平方單位 ＝36.5 平方單位
 | 過直線外一點平行線作圖 ＆直角座標平面的x軸與y軸相互垂直，因此和x軸平行的兩直線，與和y軸平行的兩直線互相垂直，所以四邊形EFGH為長方形，且已知A(－3,2)、B(1,5)、C(4,－3)、D(－1,－4)，故長方形四頂點座標分別為E(4,5)、F(－3,5)、G(－3,－4)、H(4,－4)由(1) G(－3,－4)、H(4,－4) ＆為G、H兩點x座標的距離由(1) G(－3,－4)、F(－3,5) ＆為G、F兩點y座標的距離長方形面積為長與寬之乘積 ＆(2) ＝7、＝9由(1) EFGH為長方形 ＆ 長方形四個內角均為90°由(4) ∠E＝∠F＝∠G＝∠H＝90°由(5) △CEB為直角三角形 ＆由(1) E(4,5) ＆ 已知B(1,5) ＆為B、E兩點x座標的距離由(1) E(4,5) ＆ 已知C(4,－3) ＆為C、E兩點y座標的距離三角形面積為底與高乘積的一半 ＆(6) ＝3、＝8由(5) △BFA為直角三角形 ＆由(1) F(－3,5) ＆ 已知B(1,5) ＆為B、F兩點x座標的距離由(1) F(－3,5) ＆ 已知A(－3,2) ＆為A、F兩點y座標的距離三角形面積為底與高乘積的一半 ＆(8) ＝4、＝3由(5) △AGD為直角三角形 ＆由(1) G(－3,－4) ＆已知D(－1,－4) ＆ 為D、G兩點x座標的距離由(1) G(－3,－4) ＆已知A(－3,2) ＆為A、G兩點y座標的距離三角形面積為底與高乘積的一半 ＆(10) ＝2、＝6由(5) △DHC為直角三角形 ＆由(1) H(4,－4) ＆ 已知D(－1,－4)＆ 為D、H兩點x座標的距離由(1) H(4,－4) ＆ 已知C(4,－3) ＆為C、H兩點y座標的距離三角形面積為底與高乘積的一半 ＆(12) ＝5、＝1如圖所示，全量等於分量之和由(14) 移項 ＆ (3) 長方形EFGH面積＝63 平方單位(7) △CEB面積＝12 平方單位、(9) △BFA面積＝6 平方單位、(11) △AGD面積＝6 平方單位、(13) △DHC面積＝2.5 平方單位 |

**習題 10.2**

**習題10.2-1**

已知座標平面上有一四邊形ABCD，且此四邊形的頂點座標分別為A(2,4)、
B(－4,1)、C(－1,－4)、D(4,－3)，則此四邊形的周長為何？

**圖(a)**

**想法：**座標平面上兩點距離公式

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. 在直角座標平面上畫出此四邊形ABCD如上圖(a)所示
2. ＝**＝**

1. ＝**＝**

1. ＝**＝**

1. ＝**＝**

1. 四邊形ABCD周長 ＝＋＋＋

 ＝＋＋＋ | 利用已知A(2,4)、B(－4,1)、C(－1,－4)、D(4,－3)作圖已知A(2,4)、B(－4,1) ＆ 兩點距離公式已知B(－4,1)、C(－1,－4) ＆ 兩點距離公式已知C(－1,－4)、D(4,－3)＆ 兩點距離公式已知D(4,－3)、A(2,4) ＆ 兩點距離公式周長定義 ＆ (2)~(5) |

**習題10.2-2**

數線上有A、B兩點，A點座標為(1)、B點座標為(31)，若有一點C在
 上，且：＝2：3，則C點座標為何？

**想法：**數線上的分點公式

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. C點座標為 ＝ ＝13
 | 已知A點座標為(1)、B點座標為(31)，點C在上，且：＝2：3 ＆數線上的分點公式 |

**習題10.2-3**

數線上有A、B兩點，A點座標為(－10)、B點座標為(20)，若有一點C在
 上，且：＝3：7，則C點座標為何？

**想法：**數線上的分點公式

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. C點座標為＝＝－1
 | 已知A點座標為(－10)、B點座標為(20)，點C在上，且：＝3：7 ＆數線上的分點公式 |

**習題10.2-4**

數線上有A、B兩點，A點座標為(－41)、B點座標為(－11)，若有一點C
 在上，且：＝4：1，則C點座標為何？

**想法：**數線上的分點公式

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. C點座標為＝＝－17
 | 已知A點座標為(－41)、B點座標為(－11)，點C在上，且：＝4：1 ＆數線上的分點公式 |

**習題10.2-5**

數線上有A、B兩點，A點座標為(1)、B點座標為(31)，則中點C的座標
 為何？

**想法：**數線上的中點公式

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. C點座標為＝＝16
 | 已知A點座標為(1)、B點座標為(31)，C點為中點 ＆ 數線上的中點公式 |

**習題10.2-6**

數線上有A、B兩點，A點座標為(－10)、B點座標為(20) ，則中點C
 的座標為何？

**想法：**數線上的中點公式

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. C點座標為＝＝5
 | 已知A點座標為(－10)、B點座標為(20)，C點為中點 ＆ 數線上的中點公式 |

**習題10.2-7**

數線上有A、B兩點，A點座標為(－41)、B點座標為(－11) ，則中點C
 的座標為何？

**想法：**數線上的中點公式

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. C點座標為＝＝－26
 | 已知A點座標為(－41)、B點座標為(－11)，C點為中點 ＆ 數線上的中點公式 |

**習題10.2-8**

座標平面上有A、B兩點，A點座標為(－1,2)、B點座標為(3,5)，若上有
 一點C，且：＝5：3，則C點座標為何？

**想法：**座標平面上的分點公式

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. C點的橫座標為 ＝ ＝ C點的縱座標為 ＝ ＝
2. C點座標為(,)
 | 已知A點座標為(－1,2)、B點座標為(3,5)， 且：＝5：3 ＆ 座標平面上的分點公式由(1) 已證 |

**習題10.2-9**

座標平面上有A、B兩點，A點座標為(－1,2)、B點座標為(3,5)，則中點
 C的座標為何？

**想法：**座標平面上的中點公式

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. C點的橫座標為＝1 C點的縱座標為＝
2. C點座標為(1, )
 | 已知A點座標為(－1,2)、B點座標為(3,5) ＆ 座標平面上的中點公式由(1) 已證 |

**習題10.2-10**

座標平面上有一平行四邊形ABCD，已知其中三個頂點座標分別為A(1,2)、
 B(5,4)、D(2,6)，則平行四邊形ABCD另一個頂點C的座標為何？

**圖(a)**

**想法：**(1) 平行四邊形對角線互相平分

 (2) 座標平面上的中點公式

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. 根據題義在直角座標平面上畫出此平行四邊形ABCD，並作兩對角線及，如上圖(a)所示；則E點為中點、E點為中點

1. E點的橫座標為＝E點的縱座標為＝5
2. E點座標為(,5)
3. 假設D點座標為(a,b)
4. 中點E座標為(,)

1. ＝ 、 ＝5
2. a＝6 、 b＝8
3. 所以D點座標為(6,8)
 | 已知平行四邊形ABCD中，其中三個頂點座標分別為A(1,2)、B(5,4)、D(2,6) ＆平行四邊形對角線互相平分由(1) E點為中點 ＆ 已知B(5,4)、D(2,6)＆ 座標平面上的中點公式由(2) 已證假設已知A(1,2) ＆ (4) 假設D點座標為(a,b) ＆座標平面上的中點公式 ＆ (1) E點為中點由(3) ＆ (5) 由(6) 解一元一次方程式由(4) 假設 ＆ (7) 已證 |

**習題10.2-11**

如下圖　，圓K與坐標軸交於原點O(0,0)、點A (－6, 0)　與點B (0,8)，則圓
心K的坐標為何？

**想法：**(1) 通過圓心對弦作垂直線，則此線段必平分此弦

 (2) 數線上的的中點公式

**圖(a)**

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. 與為圓K之兩弦

1. 過K點作垂直x軸、過K點作垂直y軸，如上圖(a)所示；則C點為之中點、D點為之中點

1. C點橫坐標為＝－3C點縱座標為0
2. C點座標為(－3,0)
3. D點橫座標為0D點縱坐標為＝4
4. D點座標為(0,4)
5. 圓心K的坐標為(－3,4)
 | 已知圓K與坐標軸交於原點O(0,0)、點A (－6,0)與點B (0,8)通過圓心對弦作垂直線，則此線段必平分此弦(詳見定理 7.2-5 垂直於弦的直徑定理)由(2) C點為之中點 ＆ O(0,0)、A (－6,0)皆在x軸上 ＆ 數線上的中點公式由(3) 已證由(2) D點為之中點 ＆ O(0,0)、B (0,8)皆在y軸上 ＆ 數線上的中點公式由(5) 已證K點橫坐標與C點橫坐標相同、K點縱座標與D點縱座標相同 ＆ (4) C點座標為(－3,0)、(6) D點座標為(0,4)已證 |

**習題10.2-12**

 座標平面上有一△ABC，其頂點A點座標為(6,7)、B點座標為(1,2)、C點座
標為(5,1)，則△ABC重心G點座標為何？

**想法：**座標平面上三角形的重心公式

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. G點橫坐標為＝4G點縱座標為＝5
2. 所以G點座標為(4,5)
 | 已知A點座標為(6,7)、B點座標為(1,2)、C點座標為(5,1) ＆ 座標平面上三角形的重心公式由(1) 已證 |

**習題10.2-13**

如下圖，圓P的圓心在x軸上，且圓P與x軸相交於A ( 8 , 0 )，且與y軸
相交於B ( 0 , 4 )，則圓心P的坐標為何？

**想法：**(1) 同圓半徑相等

 (2) 畢氏定理

**圖(a)**

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. 假設圓心P點座標為(a,0)，作，如上圖(a)所示；則＝a

1. ＝8 、 ＝4

1. ＋＝

1. ＝－＝8－a

1. ＝＝8－a

1. △BOP為直角三角形2＋2＝2

1. (4)2＋a2＝(8－a)2
2. a＝3
3. 所以圓心P的坐標為(3,0)
 | 已知圓P的圓心在x軸上 ＆ 作圖已知圓P與x軸相交於A ( 8 , 0 )，且與y軸相交於B ( 0 , 4 )全量等於分量之和由(3) 移項 ＆ (2) ＝8 、 (1) ＝a同圓半徑相等 ＆ (4) ＝8－a直角坐標平面兩座標軸互相垂直 ＆畢氏定理將(2) ＝4、(1) ＝a、(5) ＝8－a代入(6) 2＋2＝2由(7) 解一元二次方程式由(1) 假設圓心P點座標為(a,0) ＆ (8) a＝3 已證 |