習題 5.1

習題 5.1-1

證明 5.1-1 線段中點的作圖是正確的作法，即圖 5.1-2 的 C 點為$\overline{AB}$之中點。

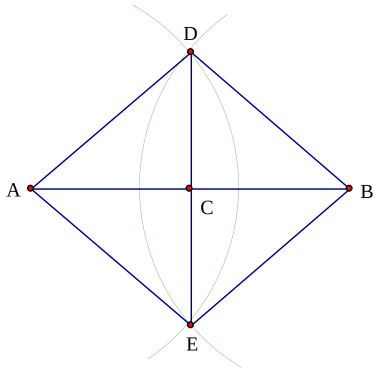


圖 5.1-2

作法：

(1) 以 A 為圓心，以 r 為半徑(大於$\frac{1}{2}\overline{AB}$的任意長)，作一弧。

(2) 以 B 為圓心，以 r 為半徑，作一弧。

(3) 兩弧相交於 D 和 E。

(4) 連接 D、E。

(5) $\overline{DE}$和$\overline{AB}$交於 C，C 即為$\overline{AB}$之中點。

證明：

敘述	理由
(1) 在△ADE 與△BDE 中 $\overline{AD}=\overline{BD}$ $\overline{AE}=\overline{BE}$ $\overline{DE}=\overline{DE}$	如圖 5.1-2 所示 等圓半徑相等(作法之(1)&(2)) 等圓半徑相等(作法之(1)&(2)) 同線段相等
(2) △ADE ≅ △BDE	由(1) & 根據 S.S.S.三角形全等定理
(3) ∠ADE＝∠BDE	由(2) & 兩全等三角形對應角相等
(4) △ADB 為等腰三角形	由(1) $\overline{AD}=\overline{BD}$ & 兩腰等長為等腰三角形
(5) 所以$\overline{DC}$為$\overline{AB}$的平分線 (即 C 點為$\overline{AB}$之中點)	由(4) & (3) 等腰三角形頂角平分線垂直平分底邊

習題 5.1-2

三角形的中線為邊的中點與對角頂點的連線，三邊中線的交點稱為三角形的重心，如圖 5.1-9 中的點 S 為△ABC 的重心，求作三角形的重心。

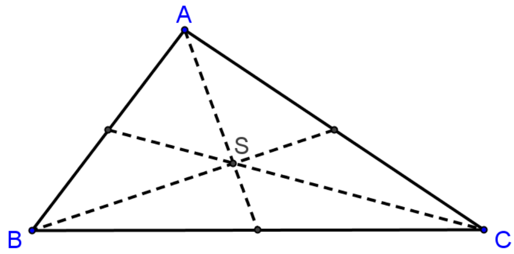


圖 5.1-9

想法：三角形三邊中線的交點稱為三角形的重心

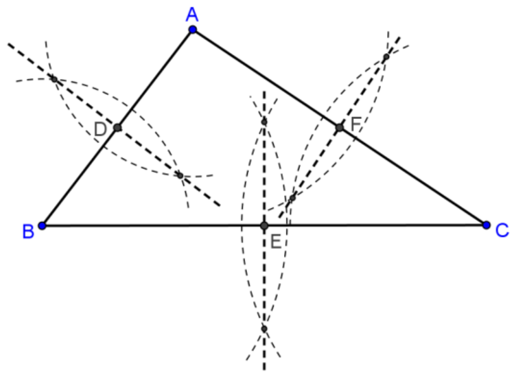


圖 5.1-9(a)

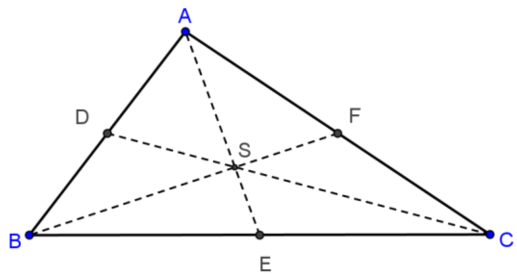


圖 5.1-9(b)

作法：

(1) 利用 5.1-1(求線段之中點作圖)，分別作$\overline{AB}$中點 D、$\overline{BC}$中點 E、$\overline{AC}$中點 F，如圖 5.1-9(a)所示。

(2) 連接 A、E；C、D；B、F，且$\overline{AE}$、$\overline{CD}$與$\overline{BF}$三線相交於 S 點，如圖 5.1-9(b)所示。

(3) S 點即為所求。

習題 5.1-3

三角形三內角平分線的交點為三角形的內心，如圖 5.1-10 中的點 I 為△ABC 的內心，求作三角形的內心。

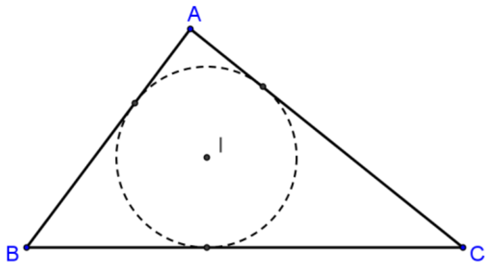


圖 5.1-10

想法：三角形三內角平分線的交點為三角形的內心

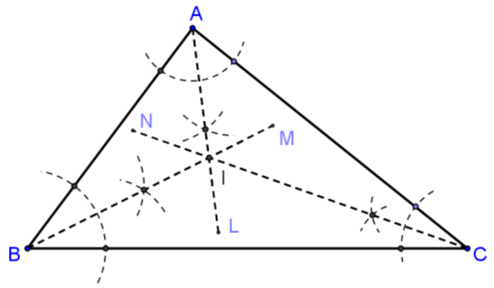


圖 5.1-10(a)

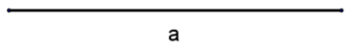
作法：

(1) 利用 5.1-2(角平分線作圖)，分別作∠BAC、∠ABC、∠ACB 的角平分線 L、M、N，且 L、M、N 三線相交於 I 點，如圖 5.1-10(a)所示。

(2) I 點即為所求。

習題 5.1-4

求作一等腰三角形。



已知一線段長度為 a，求作一等腰三角形。

想法：(1) 等腰三角形兩腰等長

(2) 同圓半徑等長

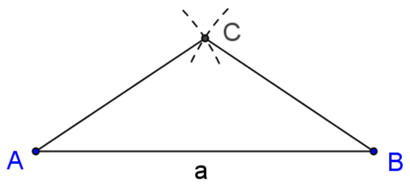


圖 5.1-14

作法一：(此線段 a 為等腰三角形的底邊)，如圖 5.1-14 所示。

(1) 在平面上作$\overline{AB}$＝a。

(2) 分別以 A、B 為圓心，大於$\frac{1}{2}$a 為半徑畫兩弧，兩弧相交於 C 點。

(3) 連接 A、C；B、C。

(4) △ABC 即為所求。

作法二：(此線段 a 為等腰三角形的腰)，如圖 5.1-14(a)所示。

(1) 在平面上找一點 O，以 O 為圓心，線段長 a 為半徑作一圓弧。

(2) 在圓弧上找任意相異 D、E 兩點。

(3) 連接 O、D；O、E；D、E。

(4) △ODE 即為所求。

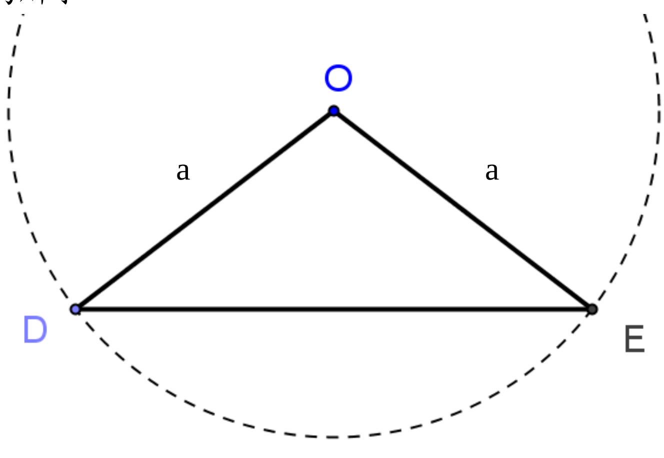


圖 5.1-14(a)

習題 5.1-5

如圖 5.1-11，利用尺規作圖，在$\overline{CD}$上畫出一點 E，使$\dfrac{\overline{CE}}{\overline{ED}}=\dfrac{3}{5}$。

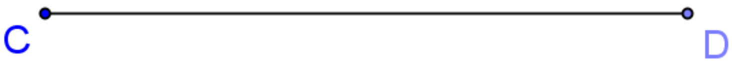


圖 5.1-11

想法：(1) $\dfrac{\overline{CE}}{\overline{ED}}=\dfrac{3}{5}$，即$\overline{CE}$為 3 份，$\overline{ED}$為 5 份，兩線段和$\overline{CD}$為 8 份，所以只要將$\overline{CD}$線段分成 8 等份，每份為$\overline{CD}$的 8 分之 1，E 點就是距離 C 點 3 份的位置。

(2) 利用 5.1-1 的線段中點作圖可以將線段分成兩等份，

(3) $\because \left(\dfrac{1}{2}\right)^3=\dfrac{1}{8}$，所以作三次線段中點就可以求得線段的 8 分之 1。

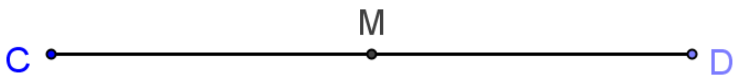


圖 5.1-11(a)

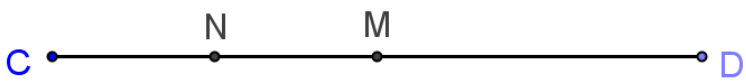


圖 5.1-11(b)

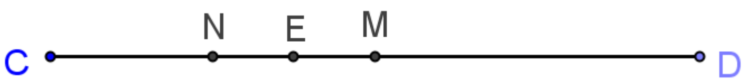


圖 5.1-11(c)

作法：

(1) 作$\overline{CD}$的中點 M，則$\overline{CM}=\dfrac{1}{2}\overline{CD}$，$\overline{DM}=\dfrac{1}{2}\overline{CD}$，如圖 5.1-11(a)所示。

(2) 作$\overline{CM}$的中點 N，則$\overline{CN}=\dfrac{1}{4}\overline{CD}$，$\overline{NM}=\dfrac{1}{4}\overline{CD}$，如圖 5.1-11(b)所示。

(3) 作$\overline{NM}$的中點 E，則$\overline{NE}=\dfrac{1}{8}\overline{CD}$，$\overline{EM}=\dfrac{1}{8}\overline{CD}$，如圖 5.1-11(c)所示。

(4) E 點即為所求。

$$\because \frac{\overline{CE}}{\overline{ED}}=\frac{\overline{CN}+\overline{NE}}{\overline{EM}+\overline{MD}}=\frac{\frac{1}{4}\overline{CD}+\frac{1}{8}\overline{CD}}{\frac{1}{8}\overline{CD}+\frac{1}{2}\overline{CD}}=\frac{\frac{3}{8}\overline{CD}}{\frac{5}{8}\overline{CD}}=\frac{3}{5}$$

習題 5.1-6

如圖 5.1-12，以尺規作圖分別畫出∠AOC 和∠BOC 的角平分線。

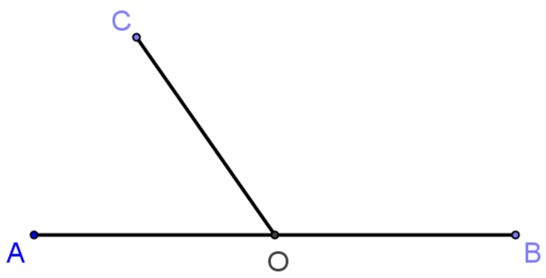


圖 5.1-12

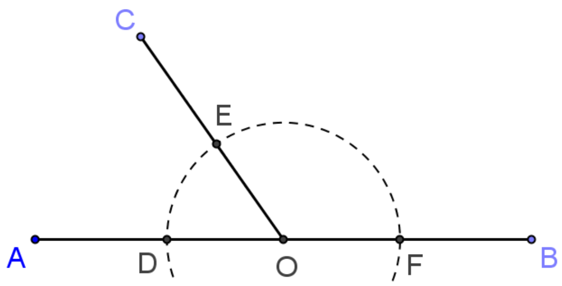


圖 5.1-12(a)

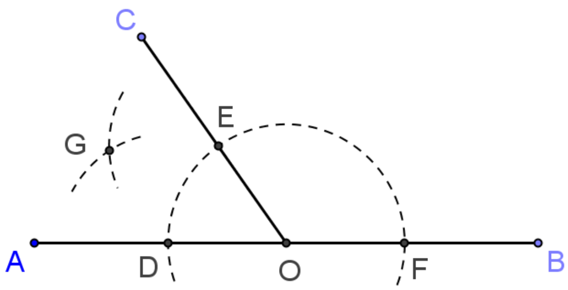


圖 5.1-12(b)

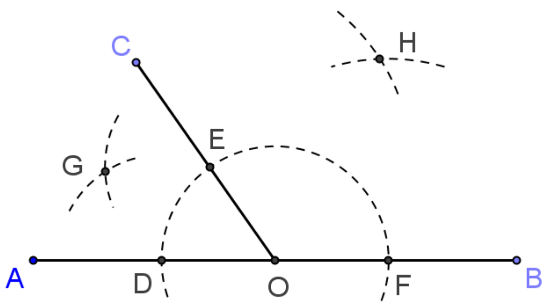


圖 5.1-12(c)

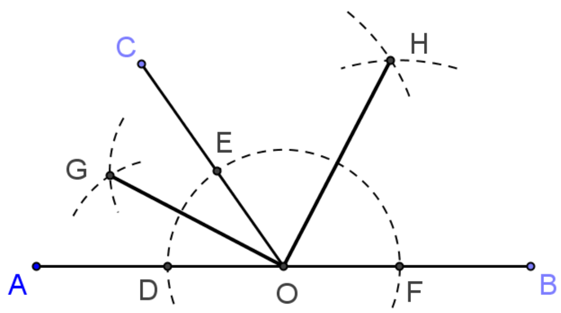


圖 5.1-12(d)

作法：

(1) 以 O 點為圓心，適當長度為半徑畫弧交$\overline{OA}$於 D 點、交$\overline{OC}$於 E 點、交$\overline{OB}$於 F 點，如圖 5.1-12(a)所示。

(2) 分別以 D、E 為圓心，以大於$\frac{1}{2}\overline{DE}$為半徑畫弧，兩弧相交於 G 點，如圖 5.1-12(b)所示。

(3) 分別以 E、F 為圓心，以大於$\frac{1}{2}\overline{EF}$為半徑畫弧，兩弧相交於 H 點，如圖 5.1-12(c)所示。

(4) 連接 O、G；O、H，如圖 5.1-12(d)所示。

(5) $\overline{OG}$、$\overline{OH}$即為所求。
(其中$\overline{OG}$為∠AOC 的角平分線；$\overline{OH}$為∠BOC 的角平分線)

習題 5.1-7

如圖 5.1-13，以尺規作圖將∠D 平分成四等份。

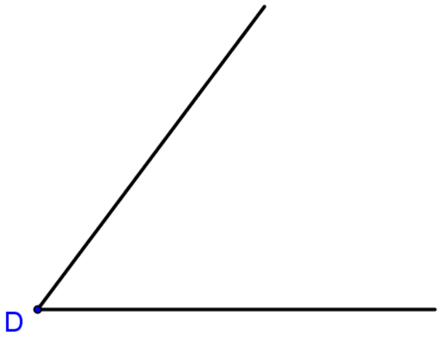


圖 5.1-13

想法：做一次角平分線可將原角平分成兩等份

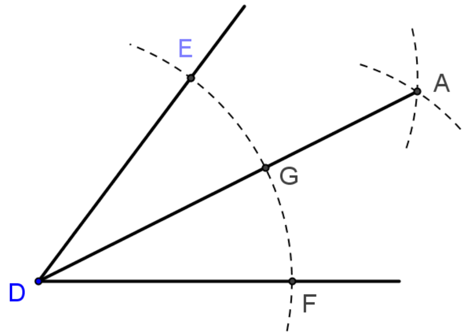


圖 5.1-13(a)

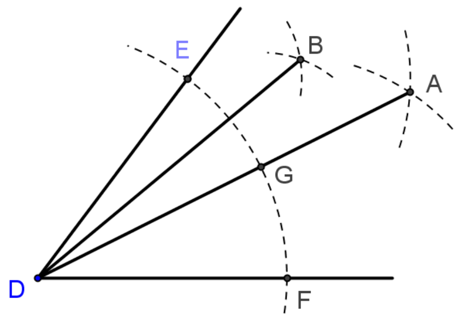


圖 5.1-13(b)

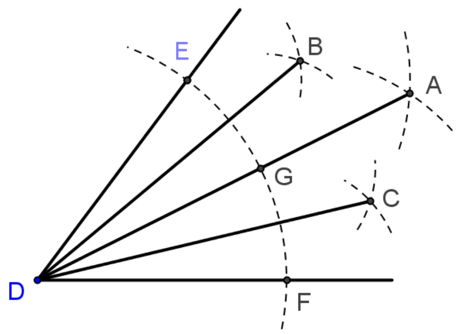


圖 5.1-13(c)

作法：

(1) 以 D 點為圓心，適當長度為半徑畫弧，交∠D 的兩邊於 E、F 兩點，如圖 5.1-13(a)所示。

(2) 分別以 E、F 兩點為圓心，以大於$\frac{1}{2}\overline{EF}$為半徑畫弧，兩弧相交於 A 點，如圖 5.1-13(a)所示。

(3) 連接 D、A，且$\overline{DA}$交作法(1)所畫之弧於 G 點，如圖 5.1-13(a)所示。($\overline{DA}$平分∠D)

(4) 分別以 E、G 兩點為圓心，以大於$\frac{1}{2}\overline{EG}$為半徑畫弧，兩弧相交於 B 點，如圖 5.1-13(b)所示。

(5) 連接 D、B，如圖 5.1-13(b)所示。($\overline{DB}$平分∠EDA)

(6) 分別以 F、G 兩點為圓心，以大於$\frac{1}{2}\overline{FG}$為半徑畫弧，兩弧相交於 C 點，如圖 5.1-13(c)所示。

(7) 連接 D、C，如圖 5.1-13(c)所示。($\overline{DC}$平分∠FDA)

(8) $\overline{DA}$、$\overline{DB}$、$\overline{DC}$即為所求。($\overline{DA}$、$\overline{DB}$、$\overline{DC}$將∠D 平分成四等份)

習題 5.1-8

利用角平分線作圖將一個角平分成 8 等份，至少須作＿＿＿＿＿次角平分線。

想法：(1) 角平分線作圖，可將一角平分成兩等份，每一等份為原角的$\frac{1}{2}$，共有 2 等份；

(2) 若每一$\frac{1}{2}$的角再作一次角平分線作圖(相當於作了 3 次角平分線作圖)，則每一角為原角的$\frac{1}{4}$，共有 4 等份(即 2^2 等份)；

(3) 若每一$\frac{1}{4}$的角再作一次角平分線作圖(相當於作了 7 次角平分線作圖)，則每一角為原角的$\frac{1}{8}$，共有 8 等份(即 2^3 等份)。

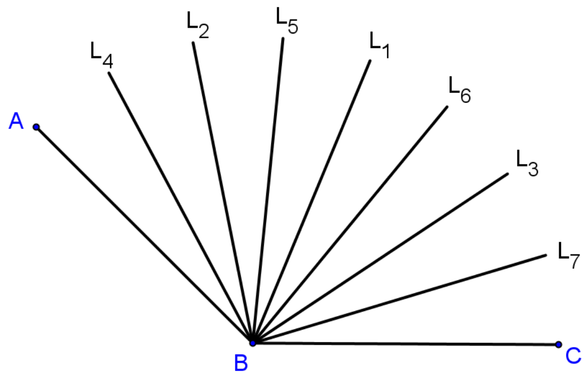


圖 **5.1-15**

解：

敘述	理由
(1) 作 1 次角平分線作圖(如圖 5.1-15 之 L_1)可將原角平分為 2 等份，	角平分線性質
(2) 將敘述(1)中的兩等份再各作 1 次角平分線(如圖 5.1-15 之 L_2、 L_3)，可將原角平分為 4 等份。 (共作了 3 次角平分線作圖)	角平分線性質
(3) 將敘述(2)中的 4 等份再各作 1 次角平分線(如圖 5.1-15 之 L_4、 L_5、L_6、 L_7)，可將原角平分為 8 等份。 (共作了 7 次角平分線作圖)	角平分線性質
(4) 所以要將一個角平分成 8 等份，至少須作 7 次角平分線作圖	由(1)~(3)

習題 5.1-9

利用角平分線作圖，做出一個角的 $\frac{3}{16}$，至少須作圖______________次。

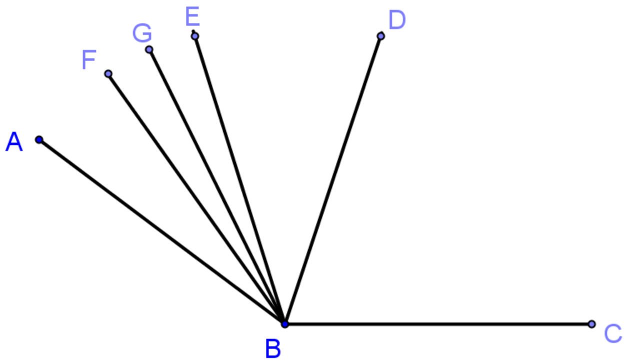


圖 5.1-16

想法：(1) 假設將∠ABC 分為∠ABG 與∠GBC，且 $\frac{\angle ABG}{\angle GBC}=\frac{3}{13}$，即∠ABG 為 3 等份，∠GBC 為 13 等份，兩角和∠ABC 為 16 等份，所以只要將∠ABC 分成 16 等份，每份為∠ABC 的 16 分之 1。

(2) 利用 5.1-2(角平分線作圖)可以將角分成兩等份，每份為原角的 $\frac{1}{2}$。

(3) $\because\ \left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{16}$，所以作 4 次角平分線就可以求得角的 16 分之 1。

解：

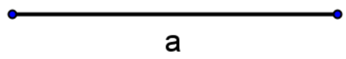
敘述	理由
(1) 做出一個角的 $\frac{3}{16}$，也就是要將一個角平分為 16 等份	題目所求，做出一個角的 $\frac{3}{16}$
(2) 作第一次角平分線 $\overline{BD}$ 平分∠ABC，則 $\angle ABD=\frac{1}{2}\angle ABC$	角平分線可以將角分成兩等份，每份為原角的 $\frac{1}{2}$
(3) 作第二次角平分線 $\overline{BE}$ 平分∠ABD，則 $\angle ABE=\frac{1}{2}\angle ABD=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{4}\angle ABC$	角平分線可以將角分成兩等份，每份為原角的 $\frac{1}{2}$ & (2)

(4) 作第三次角平分線$\overline{BF}$平分∠ABE，則 $\angle ABF=\angle EBF=\frac{1}{2}\angle ABE=\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}\angle ABC$ $=\frac{1}{8}\angle ABC$	角平分線可以將角分成兩等份，每份為原角的$\frac{1}{2}$ ＆ (3)
(5) 作第四次角平分線$\overline{BG}$平分∠ABF，則 $\angle FBG=\frac{1}{2}\angle EBF=\frac{1}{2}\times\frac{1}{8}\angle ABC=\frac{1}{16}\angle ABC$	角平分線可以將角分成兩等份，每份為原角的$\frac{1}{2}$ ＆ (4)
(6) $\angle ABG=\angle ABF+\angle FBG$ $=\frac{1}{8}\angle ABC+\frac{1}{16}\angle ABC=\frac{3}{16}\angle ABC$	全量等於分量之和 由(4) ＆ (5)
(7) 所以至少作 4 次角平分線,可做出一個角的$\frac{3}{16}$	由(1)~(6)

習題 5.2

習題 5.2-1

已知一邊長，求作正方形。



已知一線段長度 a，求作一邊長為 a 的正方形。

想法： 正方形四邊等長且四個內角皆為直角

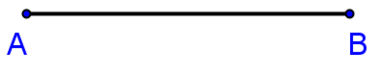


圖 5.2-11(a)

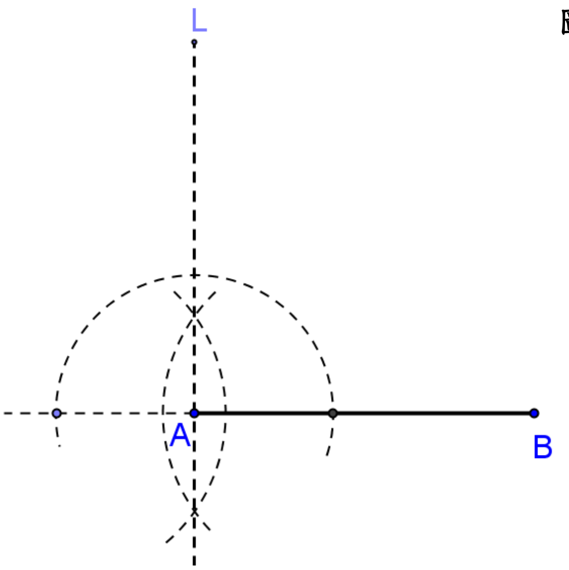


圖 5.2-11(b)

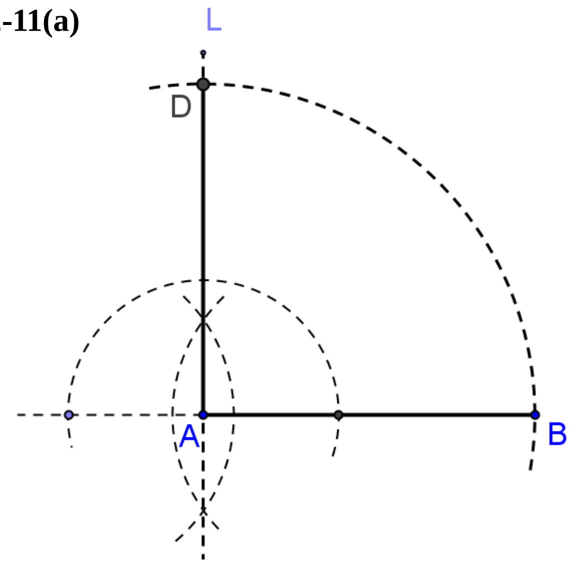


圖 5.2-11(c)

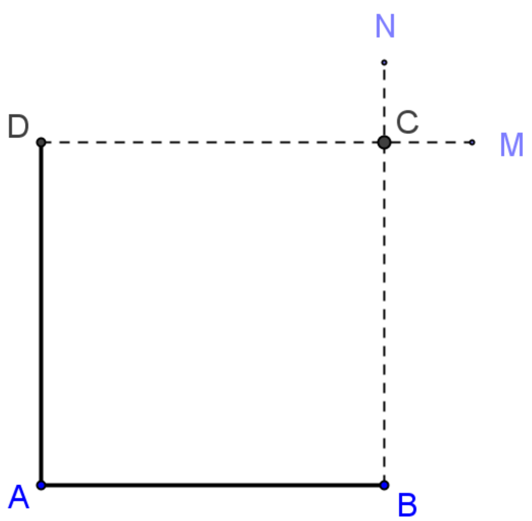


圖 5.2-11(d)

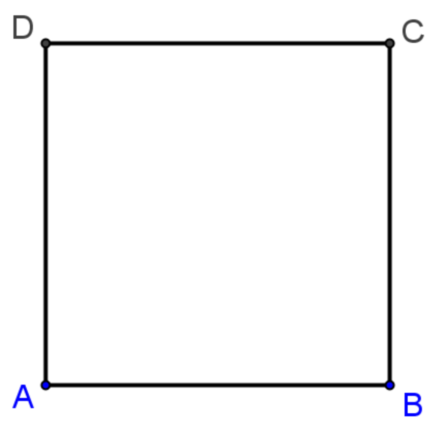


圖 5.2-11(e)

作法：

(1) 在平面上作一線段$\overline{AB}$＝a，如圖 5.2-11(a)所示。

(2) 利用 5.2-1 (通過線上一點作一垂直線的作圖)，過 A 點作 L⊥$\overline{AB}$，如圖 5.2-11(b)所示。

(3) 在 L 上取$\overline{AD}$＝$\overline{AB}$＝a，如圖 5.2-11(c)所示。

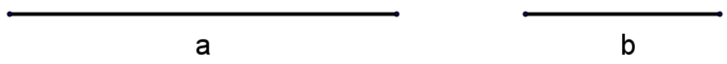
(4) 利用 5.2-1 (通過線上一點作一垂直線的作圖)，過 B 點作 N⊥$\overline{AB}$，過 D 點作 M⊥$\overline{AD}$且 M、N 相交於 C 點，如圖 5.2-11(d)所示。

(5) 連接 D、C；B、C，如圖 5.2-11(e)所示。

(6) 四邊形 ABCD 為正方形即為所求。

習題 5.2-2

已知長方形的長邊及短邊，求作長方形。



想法：長方形四個角內角皆為直角

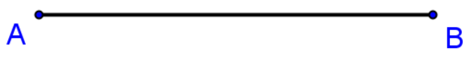


圖 5.2-12(a)

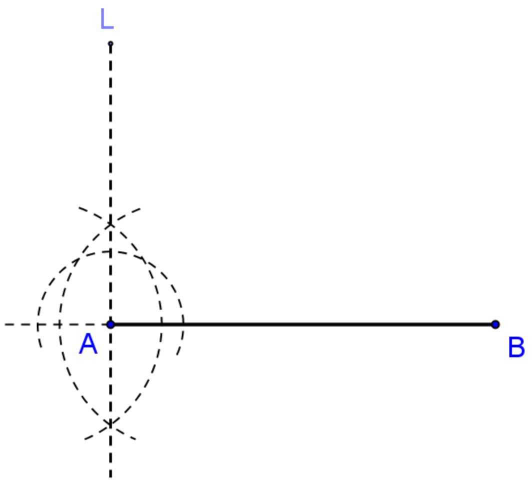


圖 5.2-12(b)

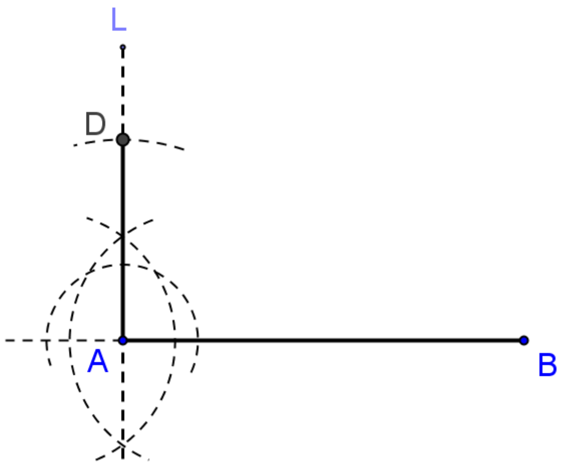


圖 5.2-12(c)

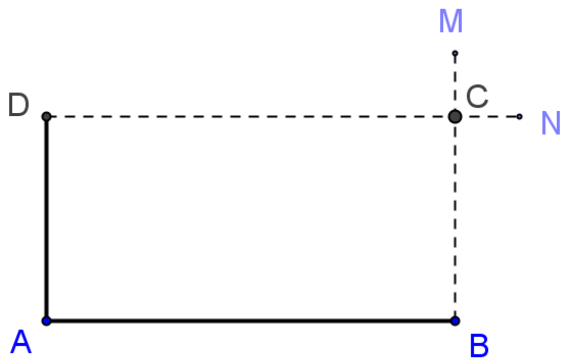


圖 5.2-12(d)

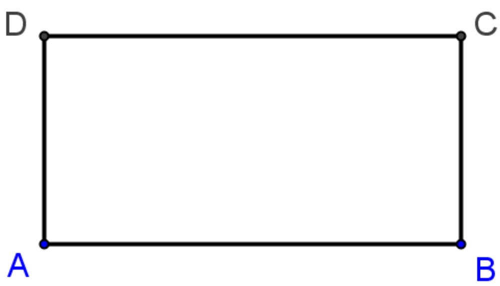


圖 5.2-12(e)

作法：

(1) 在平面上作一線段$\overline{AB}$＝a，如圖 5.2-12(a)所示。

(2) 利用 5.2-1 (通過線上一點作一垂直線的作圖)，過 A 點作 L⊥$\overline{AB}$，如圖 5.2-12(b)所示。

(3) 在 L 上取$\overline{AD}$＝b，如圖 5.2-12(c)所示。

(4) 利用 5.2-1 (通過線上一點作一垂直線的作圖)，過 B 點作 M⊥$\overline{AB}$，過 D 點作 N⊥$\overline{AD}$且 M、N 相交於 C 點，如圖 5.2-12(d)所示。

(5) 連接 D、C；B、C，如圖 5.2-12(e)所示。

(6) 四邊形 ABCD 為長方形即為所求。

習題 5.2-3

如圖 5.2-6，在△ABC 中，利用尺規作圖，作出$\overline{BC}$上的高$\overline{AH}$。

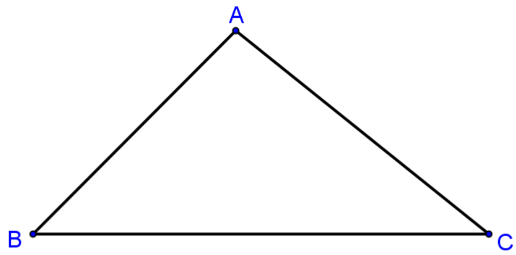


圖 5.2-6

想法：$\overline{BC}$上的高$\overline{AH}$⊥$\overline{BC}$

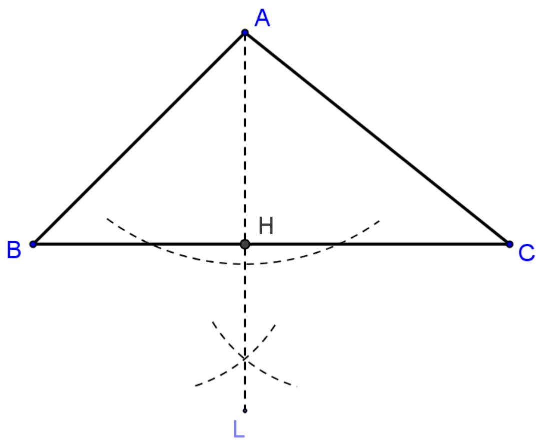


圖 5.2-6(a)

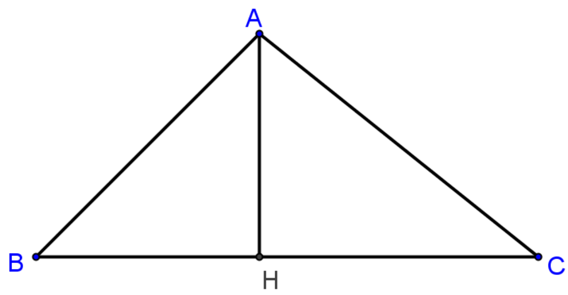


圖 5.2-6(b)

作法：

(1) 利用 5.2-2(過線外一點垂直線作圖)，過 A 點作 L⊥$\overline{BC}$，且 L 交$\overline{BC}$於 H 點，如圖 5.2-6(a)所示。

(2) 連接 A、H，$\overline{AH}$為$\overline{BC}$上的高即為所求，如圖 5.2-6(b)所示。

習題 5.2-4

如圖 5.2-7，△ABC 中，∠C 為鈍角，求作$\overline{BC}$邊上的高。

圖 5.2-7

想法：$\overline{BC}$上的高$\overline{AH}\perp\overline{BC}$

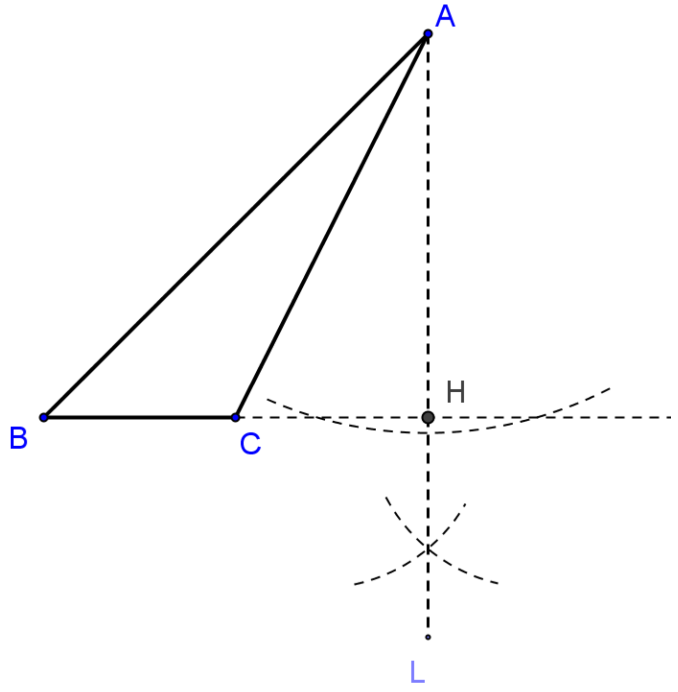


圖 5.2-7(a)

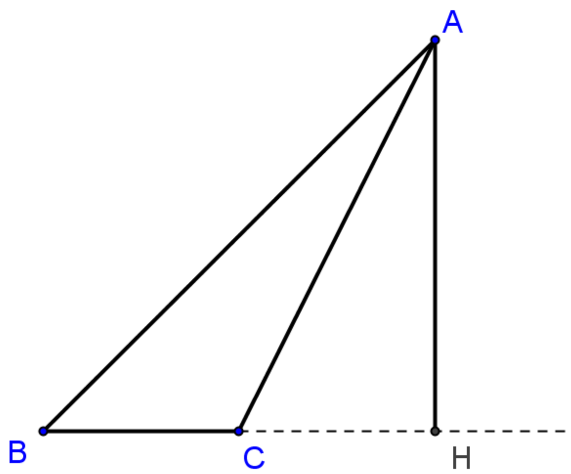


圖 5.2-7(b)

作法：

(1) 利用 5.2-2(過線外一點垂直線作圖)，過 A 點作 L 垂直$\overline{BC}$的延長線，且 L 交$\overline{BC}$的延長線於 H 點，如圖 5.2-7(a)所示。

(2) 連接 A、H，$\overline{AH}$為$\overline{BC}$上的高即為所求，如圖 5.2-7(b)所示。

習題 5.2-5

如圖 5.2-8，以尺規在梯形 ABCD 上作圖，則圖上的痕跡是下列哪一種作圖的必要步驟？

(A) 梯形的高

(B) ∠ABC 的角平分線

(C) $\overline{BC}$的中點

(D) $\overline{AB}$的垂直平分線

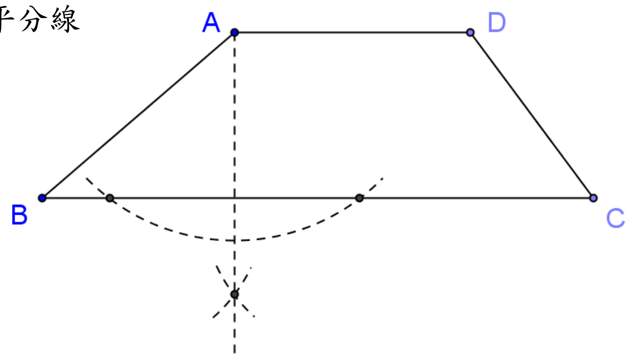


圖 5.2-8

想法：$\overline{BC}$上的高$\overline{AH}\perp\overline{BC}$

解：

敘述	理由
(1) 圖 5.2-8 上的痕跡是作梯形的高的步驟	根據 5.2-2(過線外一點垂直線作圖)

習題 5.2-6

三角形三邊的中垂線之交點稱為三角形的外心，求作圖 5.2-9 中△ABC 的外心點 V。

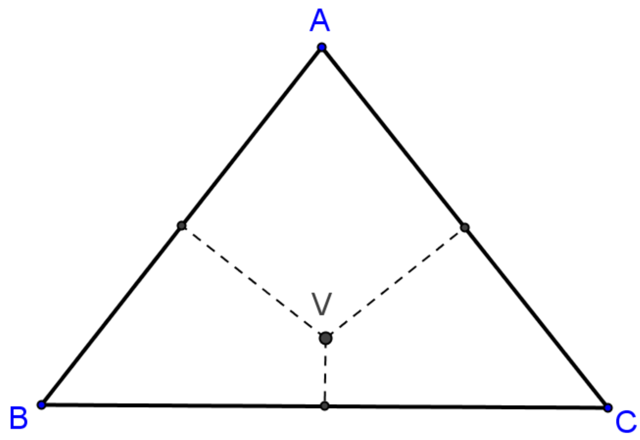


圖 5.2-9

想法：三角形三邊的中垂線之交點稱為三角形的外心

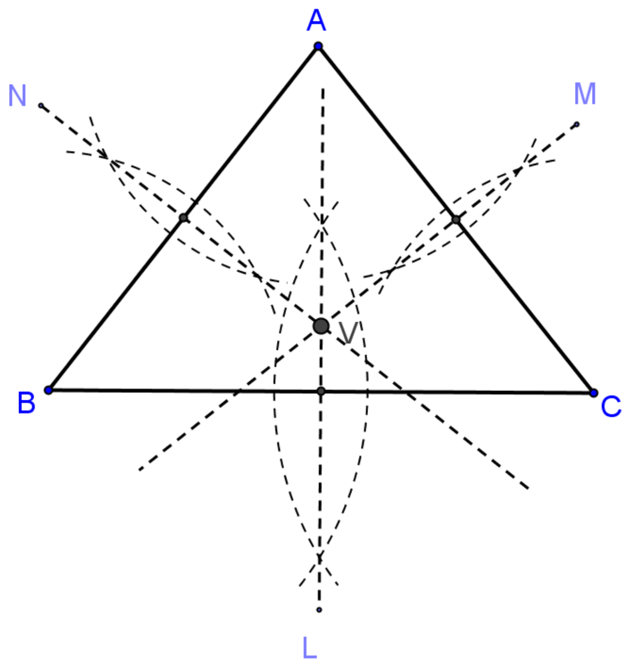


圖 5.2-9(a)

作法：

(1) 利用 5.2-3(線段的中垂線作圖)，分別作$\overline{BC}$、$\overline{AC}$、$\overline{AB}$的中垂線 L、M、N，且 L、M、N 三線相交於 V 點，如圖 5.2-9(a)所示。

(2) V 點即為所求。

習題 5.3

習題 5.3-1

試利用平行線同位角相等的性質，設計過線外一點之平行線作法。
如圖 5.3-3 所示：

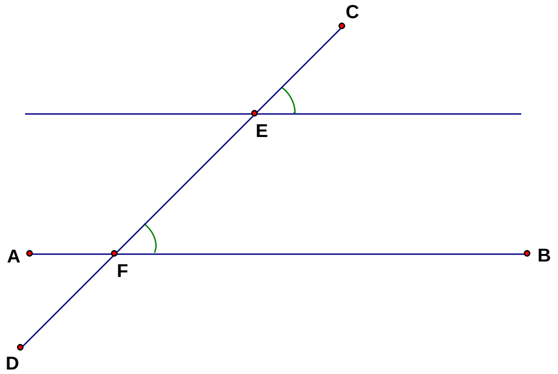


圖 5.3-3

如圖 5.3-3(a)所示，已知平面上一線段$\overline{AB}$與線段外一點 E 點，求作通過 E 點且平行$\overline{AB}$的直線。

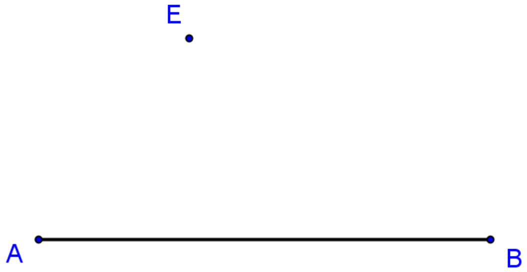


圖 5.3-3(a)

想法：利用平行線同位角相等的性質作圖

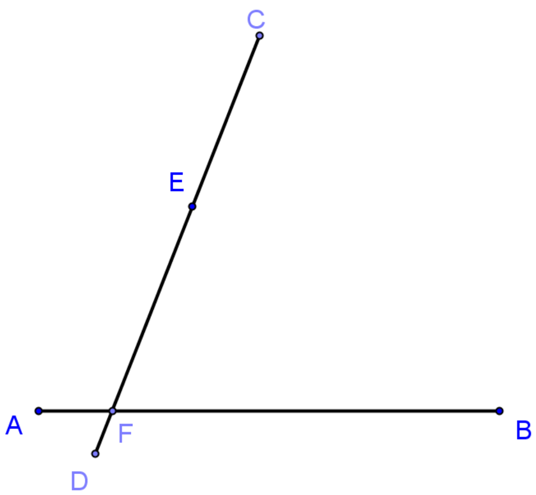


圖 5.3-3(b)

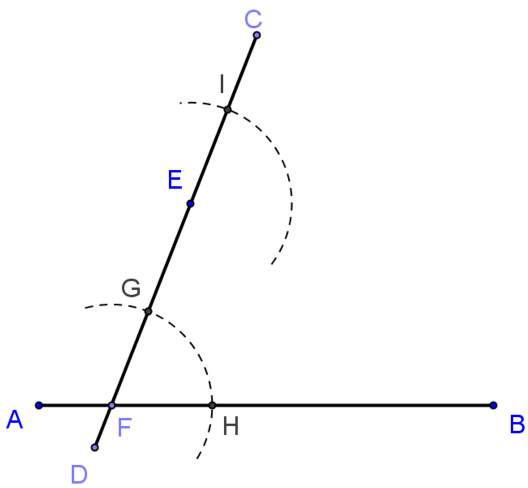


圖 5.3-3(c)

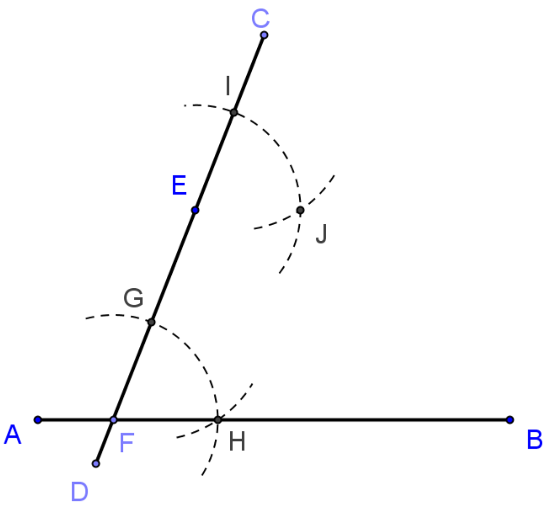


圖 5.3-3(d)

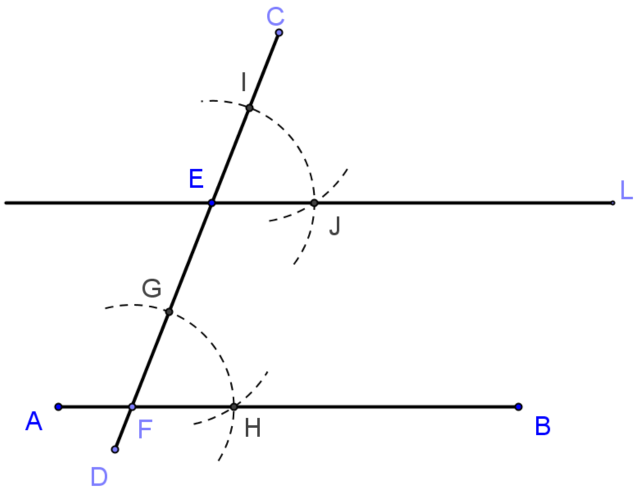


圖 5.3-3(e)

作法：

(1) 過 E 點作一線段$\overline{CD}$交$\overline{AB}$於 F 點，如圖 5.3-3(b)所示。

(2) 分別以 E、F 為圓心，適當長為半徑畫弧，兩弧分別交$\overline{CD}$於 I、G 兩點，交$\overline{AB}$於 H 點，如圖 5.3-3(c)所示。

(3) 以 I 點為圓心，$\overline{GH}$為半徑畫弧，交作法(2)中以 E 點為圓心所畫之弧於 J 點，如圖 5.3-3(d)所示。

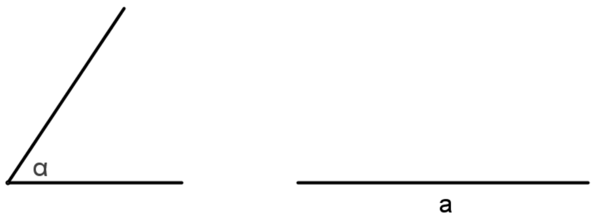
(4) 過 E、J 兩點作直線 L，如圖 5.3-3(e)所示。

(5) L $\parallel$ $\overline{AB}$且通過 E 點，直線 L 即為所求，如圖 5.3-3(e)所示。

習題 5.4

習題 5.4-1

已知等腰三角形的底角及底邊，求作此等腰三角形。



已知等腰三角形的底角 α 及底邊 a，求作此等腰三角形。

想法：利用例題 5.4-1(等角作圖二)來作圖

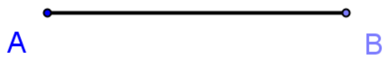


圖 5.4-9(a)

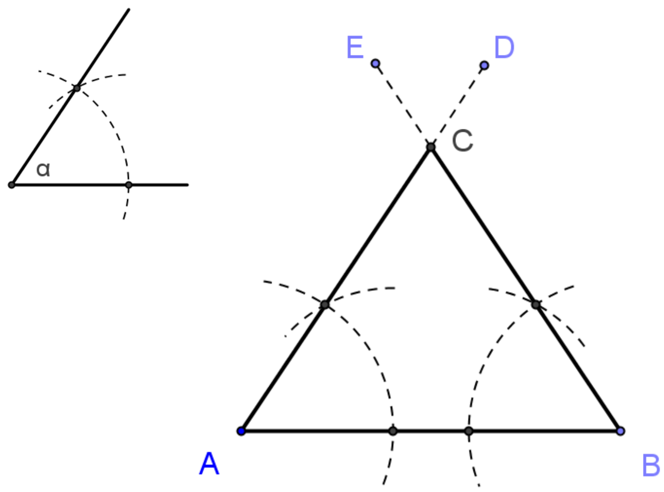


圖 5.4-9(b)

作法：

(1) 在平面上作$\overline{AB}$＝a，如圖 5.4-9(a)所示。

(2) 利用例題 5.4-1(等角作圖二)，分別作∠DAB＝∠EBA＝**α**，且$\overline{DA}$與$\overline{EB}$相交於 C 點，如圖 5.4-9(b)所示。

(3) △ABC 即為所求，如圖 5.4-9(b)所示。

習題 5.4-2

圖 5.4-5 為直線 L 及線外一點 P，利用內錯角相等的原理，以尺規作圖過 P 點畫一直線，使該直線與 L 平行。

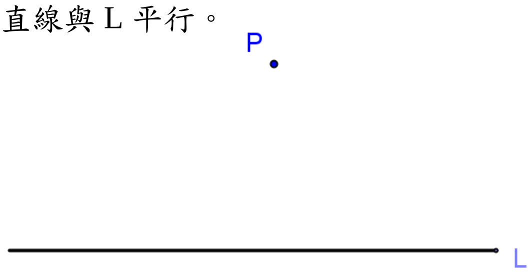


圖 5.4-5

想法：利用內錯角相等的原理作圖

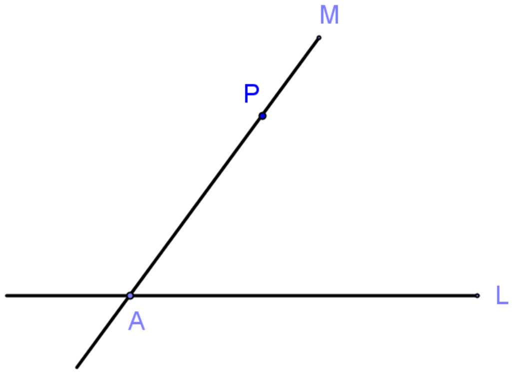


圖 5.4-5(a)

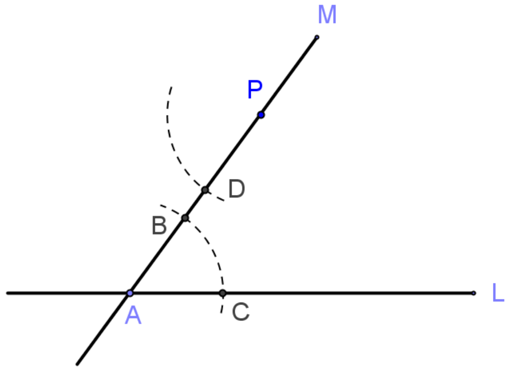


圖 5.4-5(b)

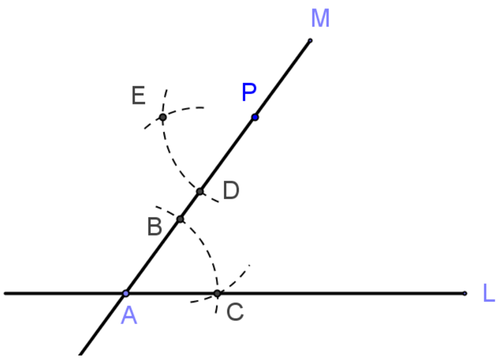


圖 5.4-5(c)

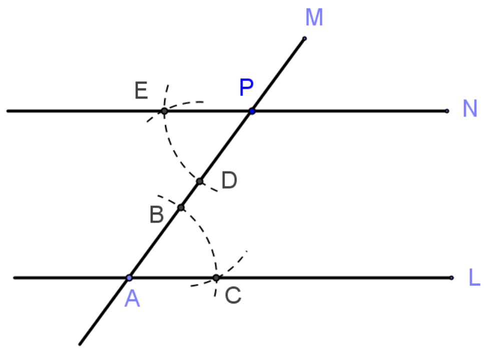


圖 5.4-5(d)

作法：

(1) 過 P 點作一直線 M 交 L 於 A 點，如圖 5.4-5(a)所示。

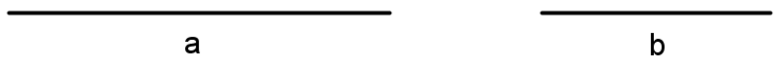
(2) 分別以 A、P 為圓心，適當長為半徑畫弧，兩弧分別交 M 於 B、D 兩點，交 L 於 C 點，如圖 5.4-5(b)所示。

(3) 以 D 點為圓心，$\overline{BC}$為半徑畫弧，交作法(2)中以 D 點為圓心所畫之弧於 E 點，如圖 5.4-5(c)所示。

(4) 過 P、E 兩點作直線 N，則 N $\parallel$ L 且通過 P 點，直線 N 即為所求，如圖 5.4-5(d)所示。

習題 5.4-3

已知直角三角形直角之兩邊長，求作此三角形。



已知長度為 a 與 b 的兩線段，求作以 a、b 為兩股的直角三角形。

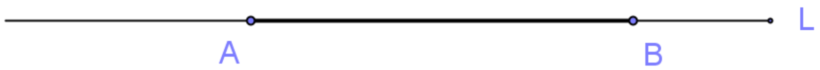


圖 5.4-10(a)

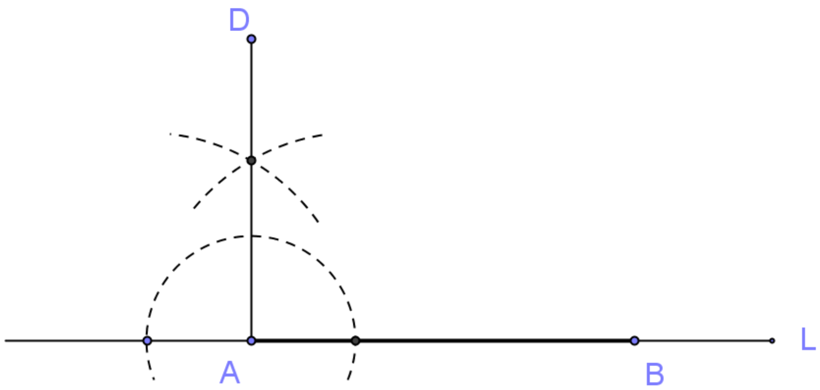


圖 5.4-10(b)

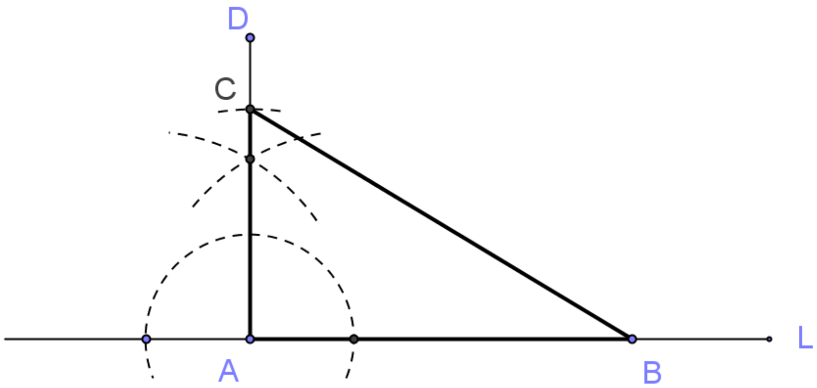


圖 5.4-10(c)

作法：

(1) 在平面上畫一直線 L，並在其上取$\overline{AB}$＝a，如圖 5.4-10(a)所示。

(2) 利用 5.2-1(通過線上一點作一垂直線的作圖)，作∠BAD＝90°，如圖 5.4-10(b)所示。

(3) 在$\overline{AD}$上取$\overline{AC}$＝b，並連接 C、B，則△ABC 即為所求，如圖 5.4-10(c)。

習題 5.4-4

已知等腰三角形兩腰長及其底邊之高，求作此三角形。

已知長度為 a 與 b 的兩線段，求作以 a 為兩腰長、b 為底邊上的高之等腰三角形。

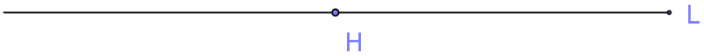


圖 5.4-11(a)

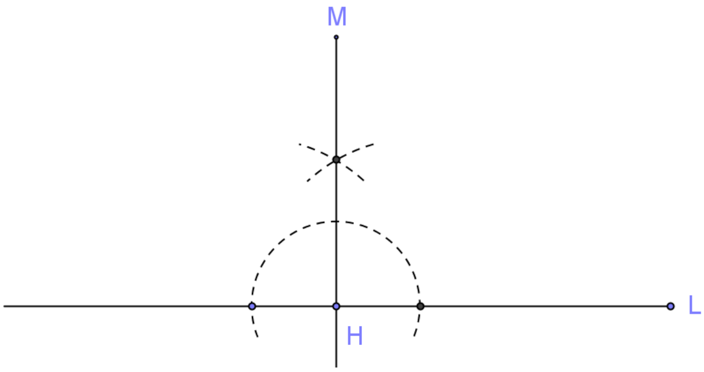


圖 5.4-11(b)

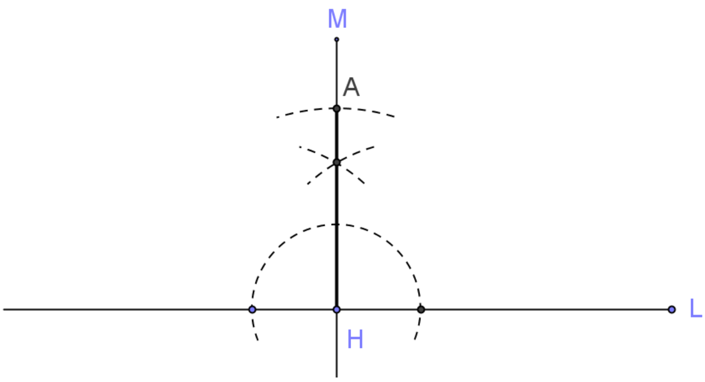


圖 5.4-11(c)

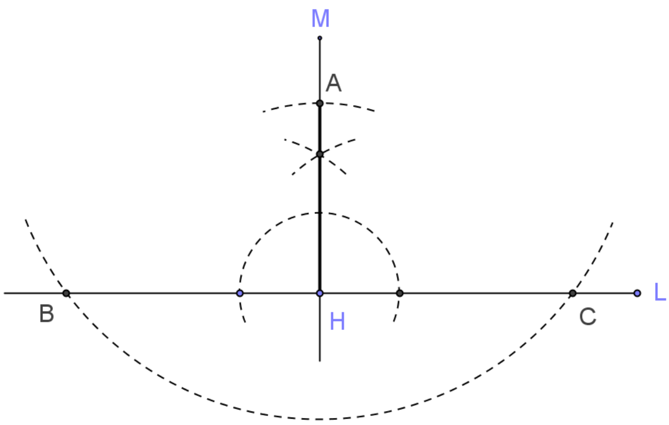


圖 5.4-11(d)

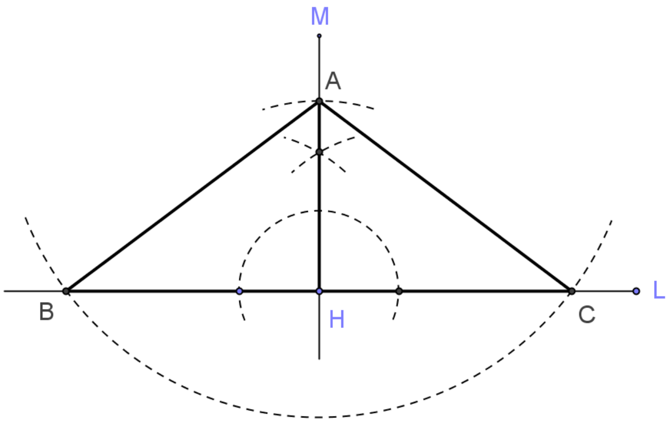


圖 5.4-11(e)

作法：

(1) 在平面上畫一直線 L，並在其上任取一點 H 點，如圖 5.4-11(a)所示。

(2) 利用 5.2-1(通過線上一點作一垂直線的作圖)，過 H 點作 M⊥L，如圖 5.4-11(b)所示。

(3) 在 M 上取$\overline{HA}$＝b，如圖 5.4-11(c)所示。

(4) 以 A 點為圓心，以 a 為半徑畫弧，交 L 於 B、C 兩點，如圖 5.4-11(d)所示。

(5) 連接 A、B，A、C，則△ABC 即為所求，如圖 5.4-11(e)所示。

習題 5.4-5

已知直角三角形之斜邊及另一邊，求作此三角形。

已知長度為 a 與 b 的兩線段，求作以 a 為斜邊、b 為一股的直角三角形。

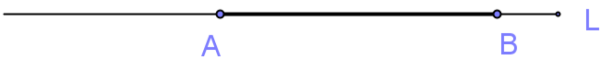


圖 5.4-12(a)

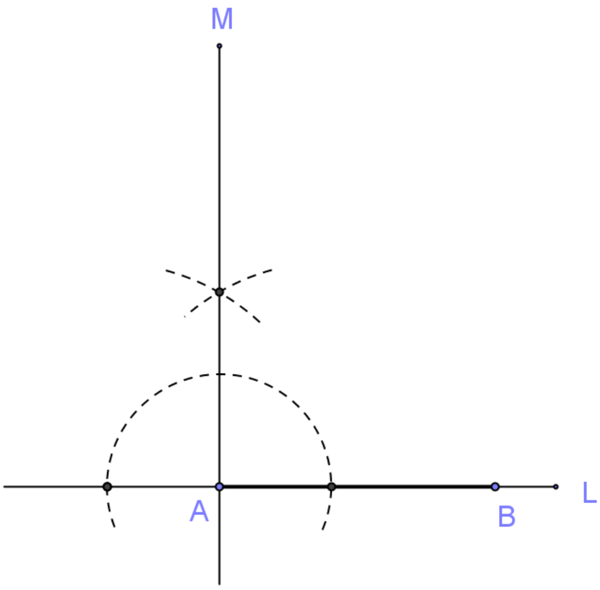


圖 5.4-12(b)

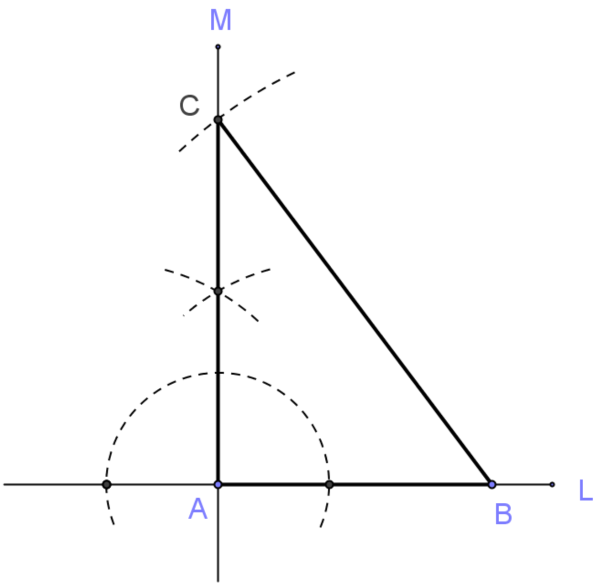


圖 5.4-12(c)

作法：

(1) 在平面上畫一直線 L，並在其上任取$\overline{AB}$＝b，如圖 5.4-12(a)所示。

(2) 利用 5.2-1(通過線上一點作一垂直線的作圖)，過 A 點作 M⊥L，如圖 5.4-12(b)所示。

(3) 以 B 為圓心，以 a 為半徑畫弧，交直線 H 於 C 點，連接 B、C，則△ABC 即為所求，如圖 5.4-12(c)所示。

習題 5.4-6

已知等腰三角形的底角及腰長，求作此等腰三角形。

已知等腰三角形的底角 α 及腰長 a，求作此等腰三角形。

想法：利用例題 5.4-1(等角作圖二)來作圖

圖 5.4-13(a)

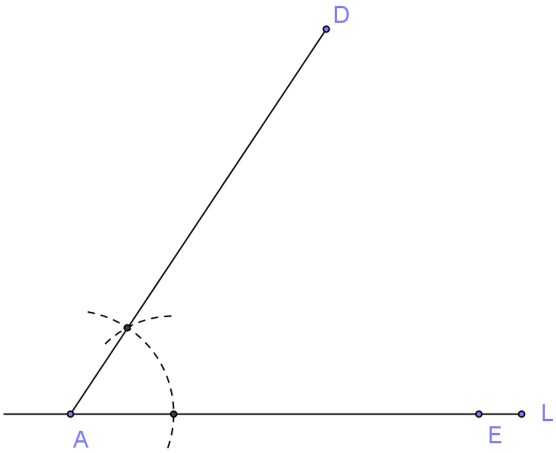


圖 5.4-13(b)

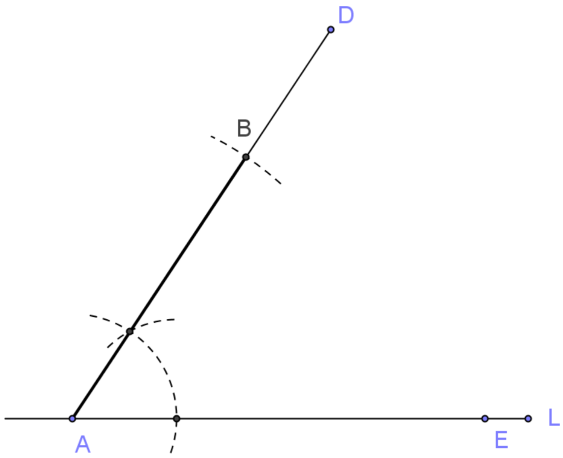


圖 5.4-13(c)

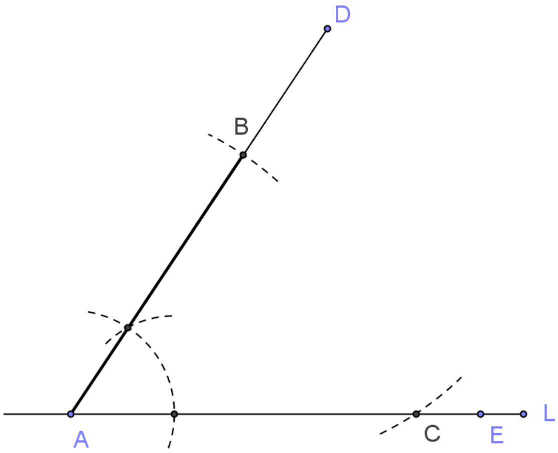


圖 5.4-13(d)

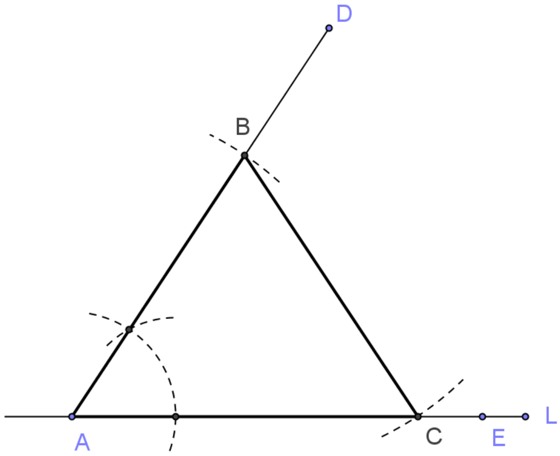


圖 5.4-13(e)

作法：

(1) 在平面上畫一直線 L，並在其上任取一點 A 點，如圖 5.4-13(a)所示。

(2) 利用例題 5.4-1(等角作圖二)，分別作∠DAE＝$\boldsymbol{\alpha}$，如圖 5.4-13(b)所示。

(3) 在$\overline{DA}$上取$\overline{AB}$＝a，如圖 5.4-13(c)所示。

(4) 以 B 點為圓心，以$\overline{AB}$＝a 為半徑畫弧，交 L 於 C 點，如圖 5.4-13(d)所示。

(5) 連接 B、C，則△ABC 即為所求，如圖 5.4-13(e)所示。

習題 5.4-7

如圖 5.4-6，在$\overline{AC}$上找一點 D，使得△ABD 為腰長等於$\overline{AB}$的等腰三角形。

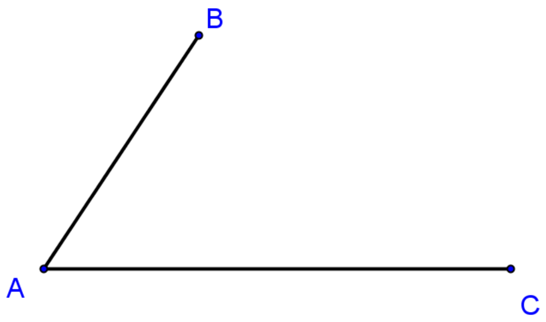


圖 5.4-6

想法：(1) 等腰三角形兩腰等長

(2) 同圓半徑相等

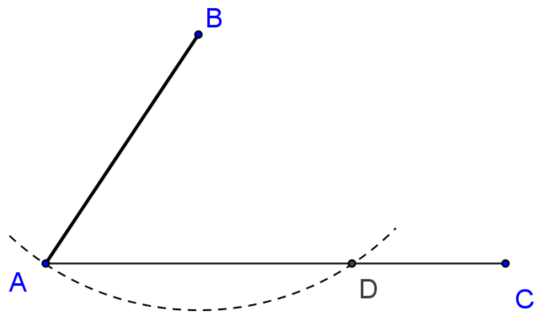


圖 5.4-6(a)

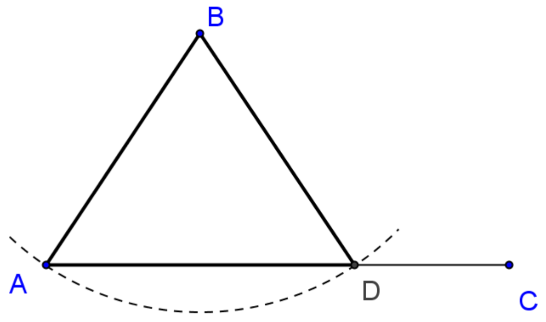


圖 5.4-6(b)

作法：

(1) 以 B 點為圓心，以$\overline{AB}$為半徑畫弧，交$\overline{AC}$於 D 點，如圖 5.4-6(a)所示。

(2) 連接 B、D，則△ABD 即為所求，如圖 5.4-6(b)所示。

習題 5.4-8

如圖 5.4-7，已知線段長 a，利用尺規作圖，任意作一等腰三角形，使得其腰長為 a，並作出底邊上的高。

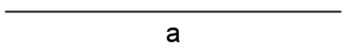


圖 5.4-7

想法：(1) 等腰三角形兩腰等長

(2) 同圓半徑相等

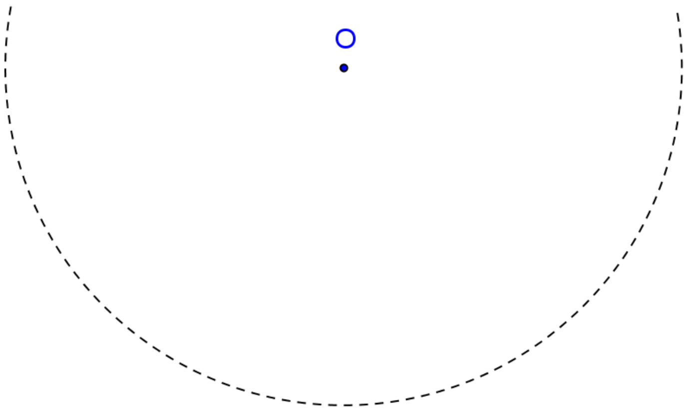


圖 5.4-7(a)

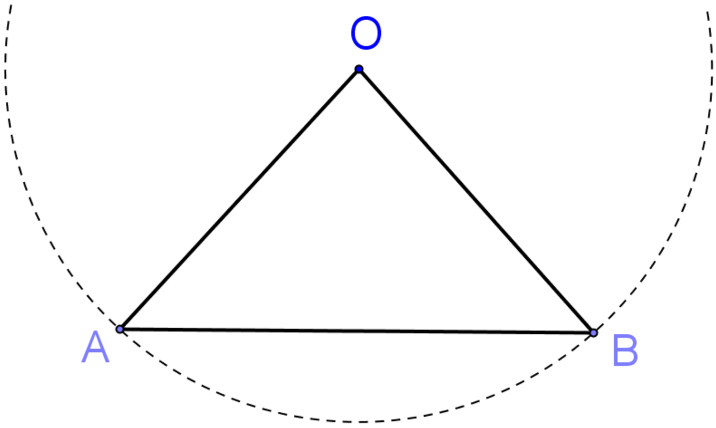


圖 5.4-7(b)

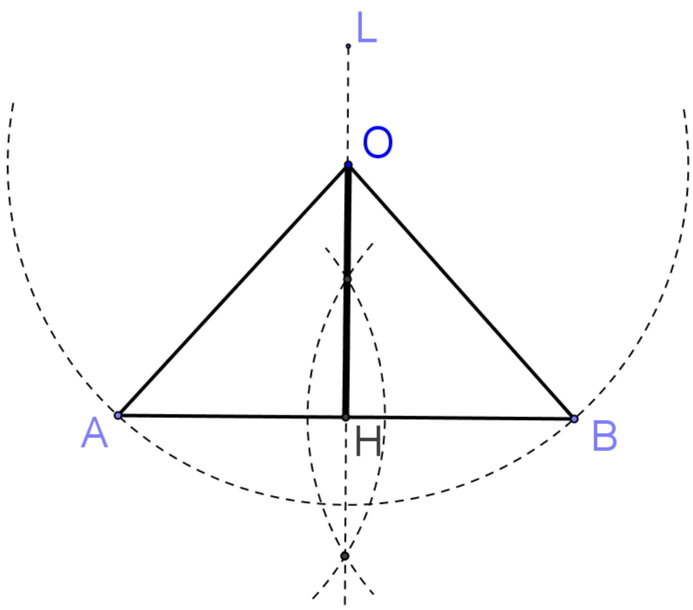


圖 5.4-7(c)

作法：

(1) 在平面上任找一點 O 點，並以 O 點為圓心，以 a 為半徑畫弧，如圖 5.4-7(a)所示。

(2) 在圓弧上任取相異兩點 A 點與 B 點，並連接 O、A；A、B；O、B，則△ABC 為腰長為 a 之等腰三角形，如圖 5.4-7(b)所示，其中$\overline{OA}=\overline{OB}=$a。

(3) 利用 5.2-2(過線外一點垂直線作圖)，過 O 點作 L 垂直$\overline{AB}$，且 L 交$\overline{AB}$於 H 點，如圖 5.4-7(c)所示。

(4) △ABC 為腰長為 a 之等腰三角形，且$\overline{AH}$為$\overline{AB}$上的高，△ABC 與$\overline{AH}$即為所求，如圖 5.4-7(c)所示。

習題 5.4-9

如圖 5.4-8，已知∠1、∠2 與長度為 a 的線段，求作一個三角形，使得這個三角形的兩個內角分別為∠1 和∠2，且∠1 的對邊長度為 a。

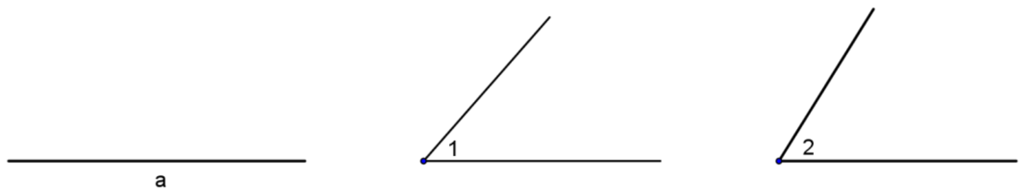


圖 5.4-8

想法：利用等角作圖及平行線作圖來完成此圖形

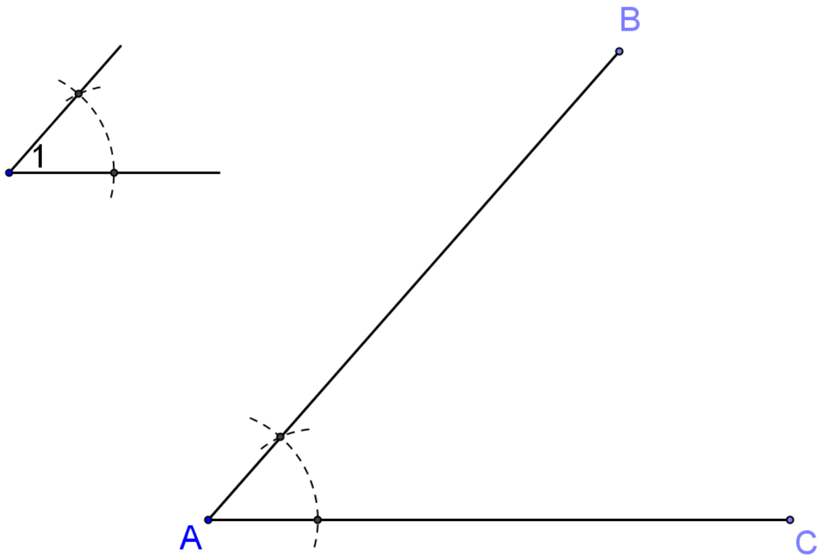


圖 5.4-8(a)

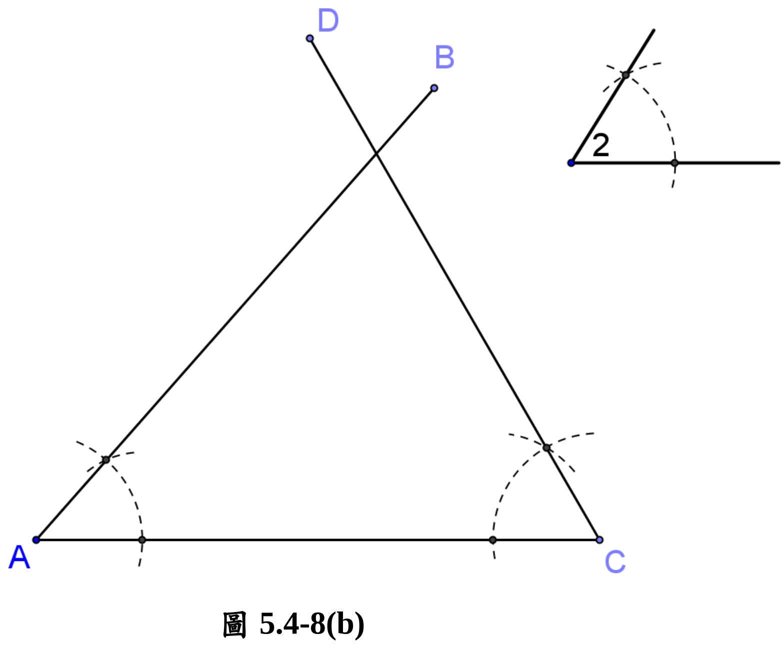


圖 5.4-8(b)

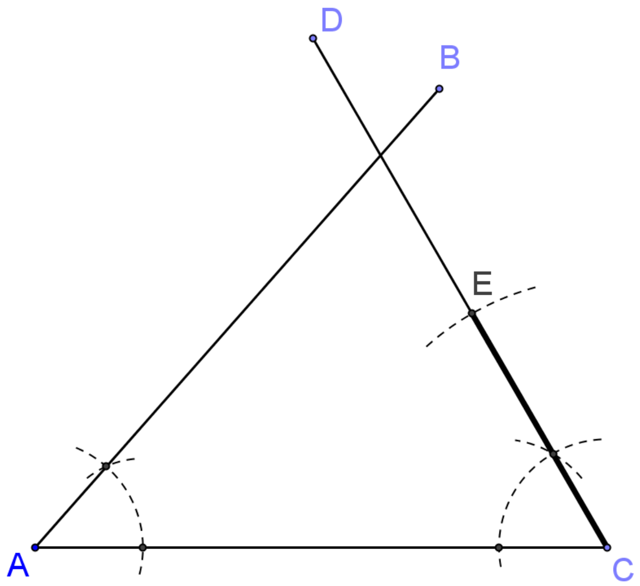


圖 5.4-8(c)

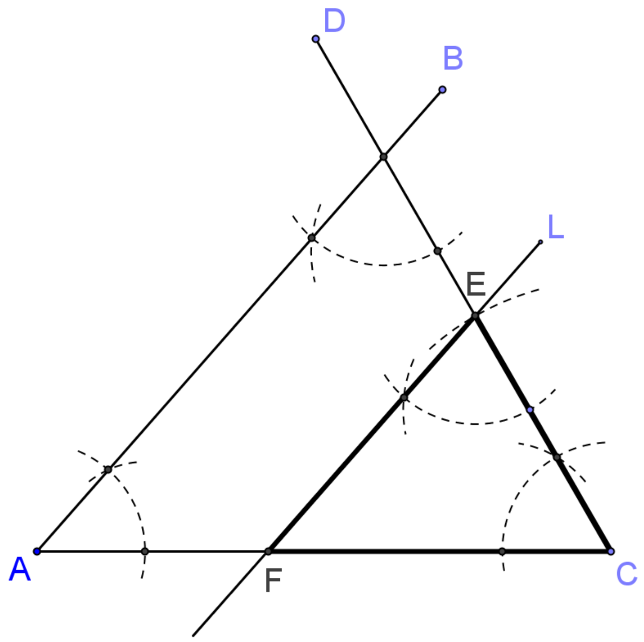


圖 5.4-8(d)

作法：

(1) 利用例題 5.4-1(等角作圖二)，在平面上作∠BAC＝∠1，如圖 5.4-8(a)所示。

(2) 利用例題 5.4-1(等角作圖二)，以 C 為頂點作∠DCA＝∠2，如圖 5.4-8(b)所示。

(3) 在$\overline{CD}$上取$\overline{CE}$＝a，如圖 5.4-8(c)所示。

(4) 利用同位角相等則兩直線平行的性質，應用例題 5.4-1(等角作圖二)，過 E 點作直線 L $\parallel$ $\overline{AB}$，且 L 交$\overline{AC}$於 F 點，如圖 5.4-8(d)所示。

(5) △CEF 即為所求，如圖 5.4-8(d)所示。

習題 5.4-10

在△ABC 中，求作過$\overline{AB}$的中點 M 且平行$\overline{BC}$交$\overline{AC}$於點 N 的線段$\overline{MN}$。

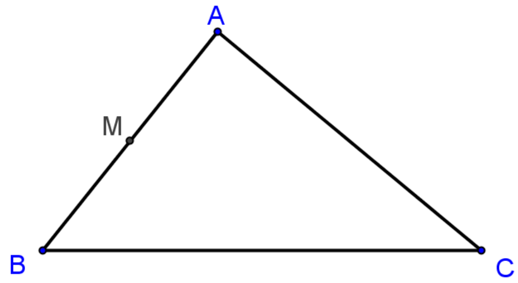


圖 5.4-14

想法：利用兩平行線間同位角相等的性質及等角作圖來完成此圖形

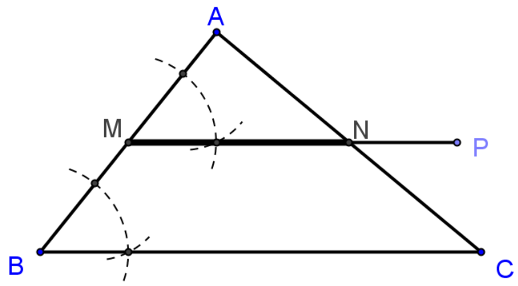


圖 5.4-14(a)

作法：

(1) 利用例題 5.4-1(等角作圖二)，作∠AMP＝∠B，且$\overline{MP}$交$\overline{AC}$於 N 點，如圖 5.4-14(a)所示。

(2) $\overline{MN} \parallel \overline{BC}$，$\overline{MN}$即為所求，如圖 5.4-14(a)所示。

習題 5.4-11

已知三角形的一底角、底邊長及底邊上的高，求作三角形。

圖 5.4-15

想法：(1) 等角作圖

(2) 過線上一點垂直線作圖

(3) 平行線作圖

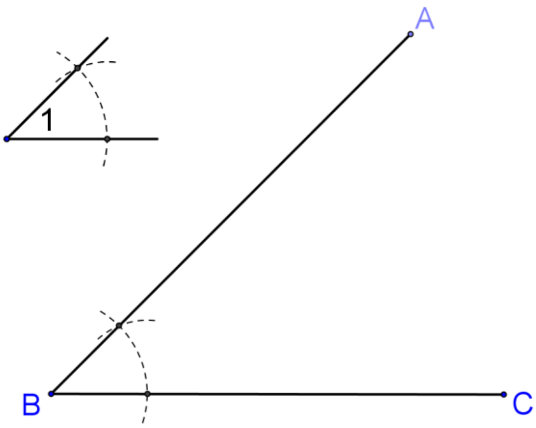


圖 5.4-15(a)

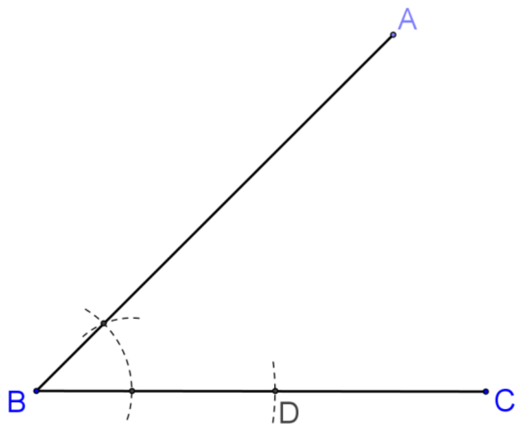


圖 5.4-15(b)

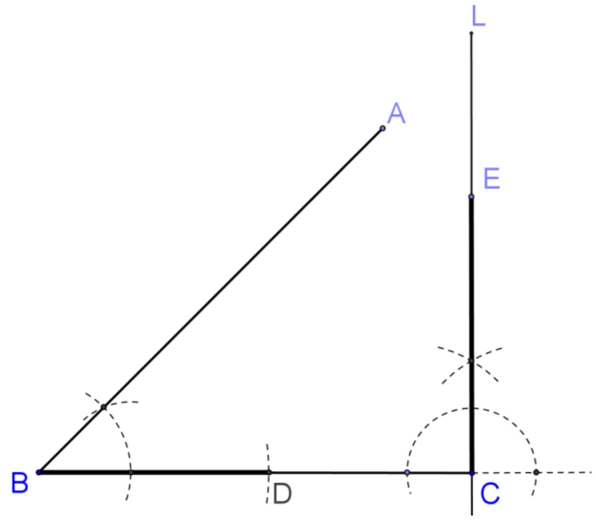


圖 5.4-15(c)

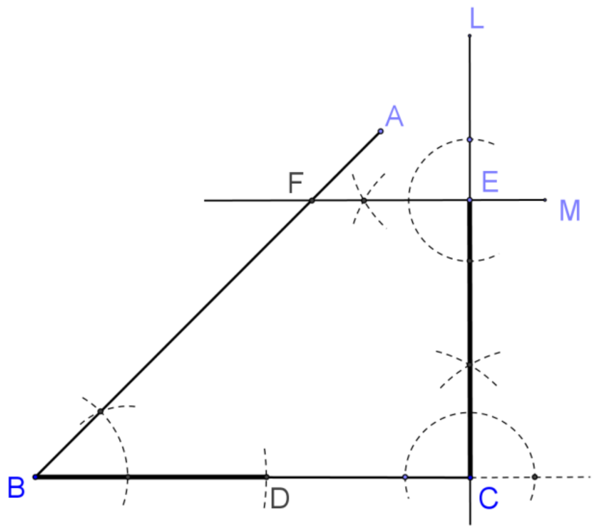


圖 5.4-15(d)

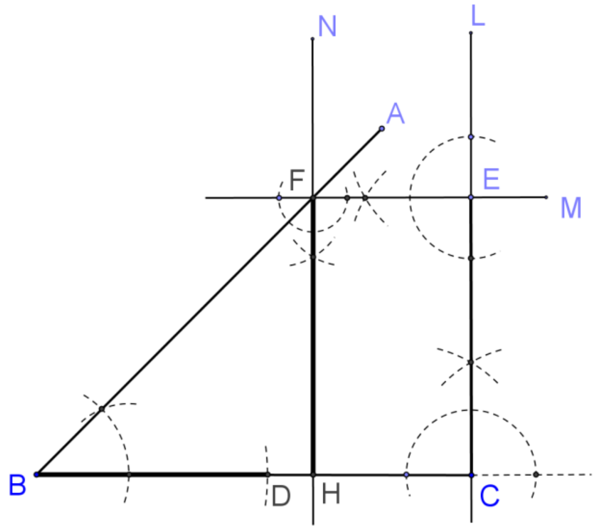


圖 5.4-15(e)

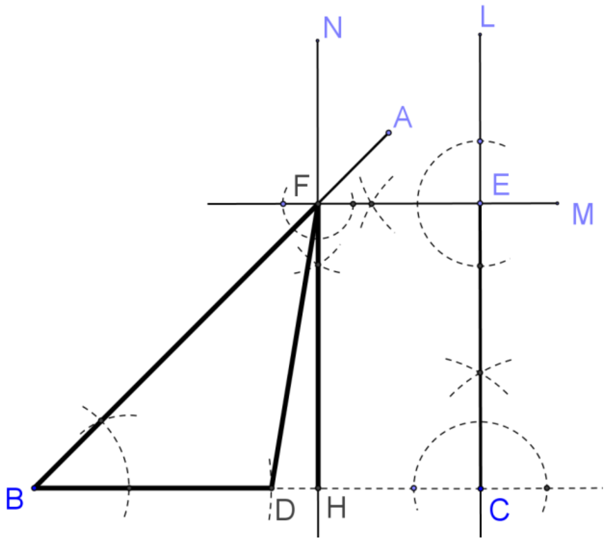


圖 5.4-15(f)

作法：

(1) 利用例題 5.4-1(等角作圖二)，在平面上作∠ABC＝∠1，如圖 5.4-15(a)所示。

(2) 在$\overline{BC}$上取$\overline{BD}$＝a，如圖 5.4-15(b)所示。

(3) 利用 5.2-1(通過線上一點作一垂直線的作圖)，過 C 點作 L⊥$\overline{BC}$，並在 L 上取$\overline{CE}$＝h，如圖 5.4-15(c)所示。

(4) 利用 5.2-1(通過線上一點作一垂直線的作圖)，過 E 點作 M⊥L，且 M 交$\overline{AB}$於 F 點，如圖 5.4-15(d)所示。

(5) 利用 5.2-1(通過線上一點作一垂直線的作圖)，過 F 點作 N⊥M，且 N 交$\overline{BC}$於 H 點，如圖 5.4-15(e)所示。

(6) 連接 F、D，則△BDF 中，∠ABC＝∠1、$\overline{BD}$＝a 且$\overline{FH}$＝h 為底邊上的高，故△BDF 即為所求，如圖 5.4-15(f)所示。

習題 5.5

習題 5.5-1：

如圖 5.5-8，利用尺規作圖，以 L 為對稱軸，畫出$\overline{AB}$的對稱線段。

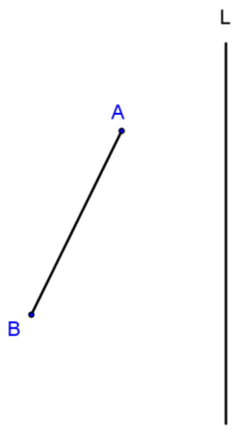


圖 5.5-8

作法：

(1) 分別作 A 點對稱 L 的對稱點 A'點、B 點對稱 L 的對稱點 B'點，如圖 5.5-8(a)所示。

(2) 連接 A'、B'，則$\overline{A'B'}$為$\overline{AB}$以 L 為對稱軸的對稱線段，$\overline{A'B'}$即為所求，如圖 5.5-8(b)所示。

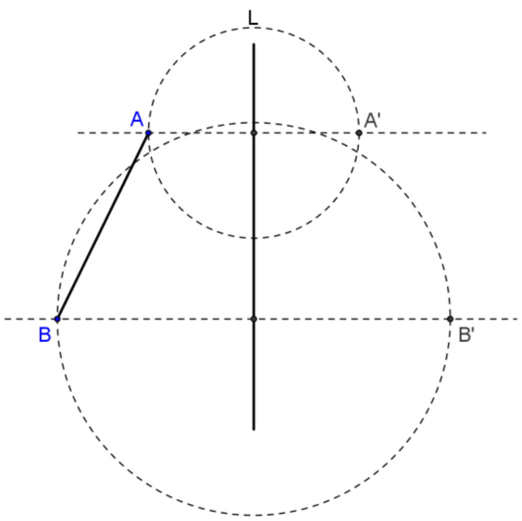


圖 5.5-8(a)

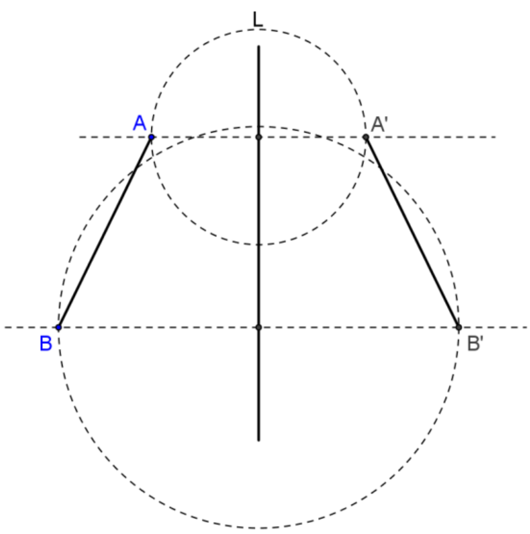


圖 5.5-8(b)

習題 5.5-2：

利用尺規作圖，完成下列各線對稱圖形。(L 為對稱軸)

(1)

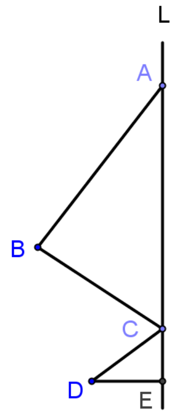


圖 5.5-9(a)

(2)

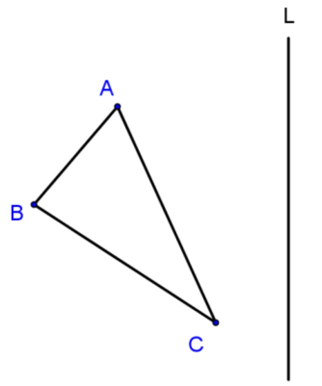


圖 5.5-9(b)

第(1)小題作法：

(1) 標示圖形上幾個端點 A、B、C、D、E，如圖 5.5-9(a)所示。

(2) 分別作 A、B、C、D、E 五個點對稱於 L 的對稱點 A、B'、C、D'、E，如圖 5.5-9(c)所示。

(3) 連接 A、B'；B'、C； C、D'；D'、E，則多邊形 ABCDED'CB'為以 L 為對稱軸的線對稱圖形，多邊形 ABCDED'CB'即為所求，如圖 5.5-9(d)所示。

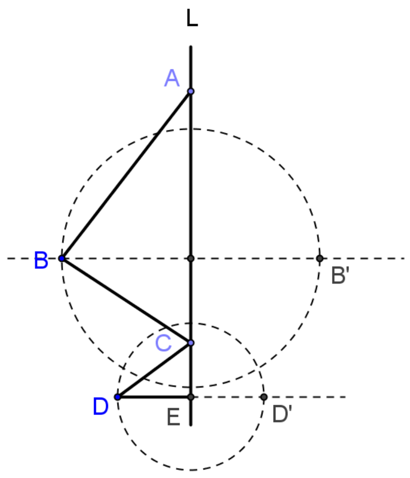


圖 5.5-9(c)

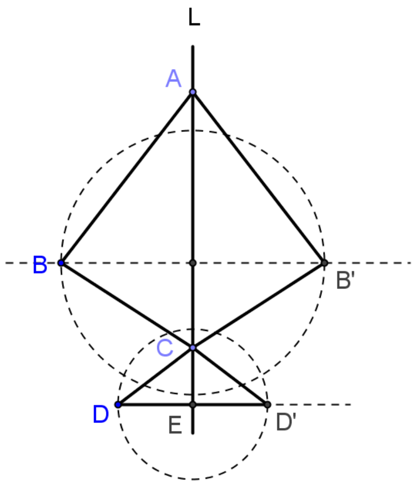


圖 5.5-9(d)

第(2)小題作法：

(1) 標示圖形上幾個端點 A、B、C，如圖 5.5-9(b)所示。

(2) 分別作 A、B、C 三個點對稱於 L 的對稱點 A'、B'、C'，如圖 5.5-9(e)所示。

(3) 連接 A'、B'；B'、C'； C'、A'，則三角形 A'B'C'與三角形 ABC 為以 L 為對稱軸的線對稱圖形，三角形 A'B'C'與三角形 ABC 即為所求，如圖 5.5-9(f)所示。

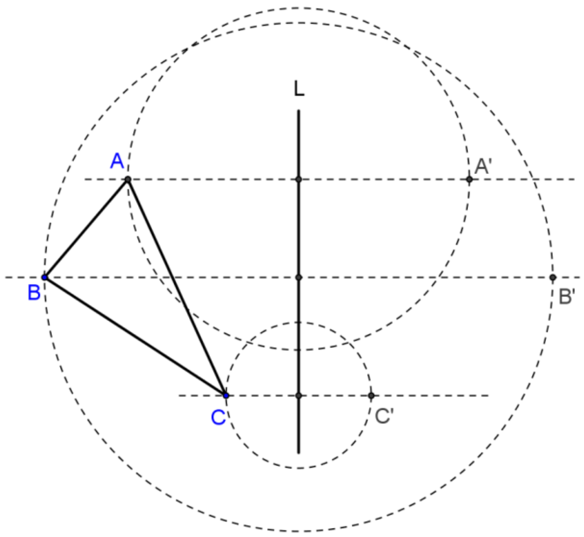


圖 5.5-9(e)

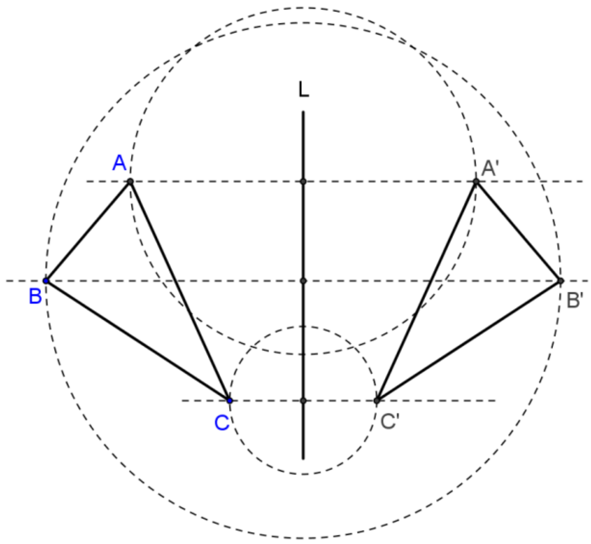


圖 5.5-9(f)

習題 5.5-3：

利用尺規作圖，畫出下列各線對稱圖形的對稱軸。

(1) (2)

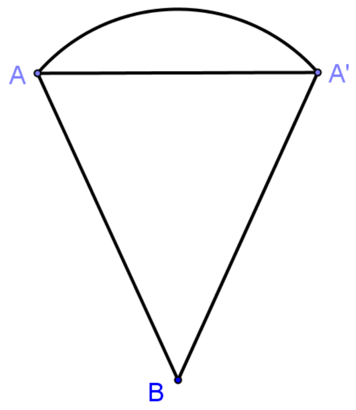


圖 5.5-10(a)

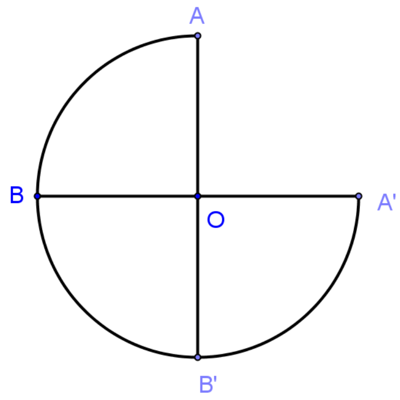


圖 5.5-10(b)

第(1)小題作法：

(1) 標示圖形上幾個端點 A、B、A'，如圖 5.5-10(a)所示。

(2) 作$\overline{AB}$中垂線 L，如圖 5.5-10(c)所示。

(3) 圖 5.5-10(c)中任一點在 L 的另一側都可以找到一對稱點，所以直線 L 為圖形對稱軸，直線 L 即為所求。

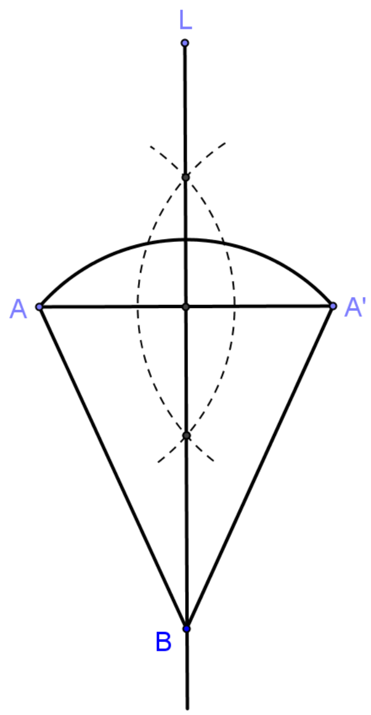


圖 5.5-10(c)

第(2)小題作法：

(1) 標示圖形上幾個端點 A、B、O、A'、B'，如圖 5.5-10(b)所示。

(2) 連接 A、A'，並作$\overline{AA'}$的中垂線 L，如圖 5.5-10(d)所示。

(3) 圖 5.5-10(d)中任一點在 L 的另一側都可以找到一對稱點，所以直線 L 為圖形對稱軸，直線 L 即為所求。

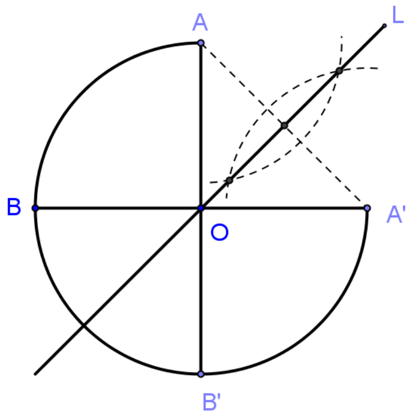


圖 5.5-10(d)

習題 5.5-4：

下列各圖形都是線對稱圖形的一半，直線 L 是對稱軸，完成這些圖形。

(1)

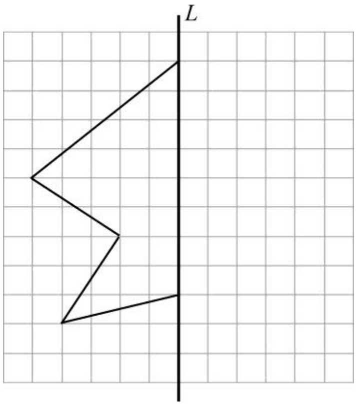


圖 5.5-11(a)

(2)

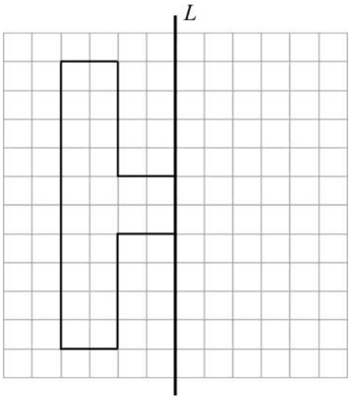


圖 5.5-11(b)

(3)

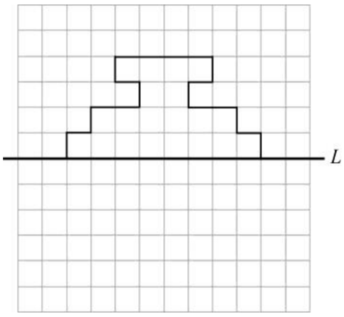


圖 5.5-11(c)

(4)

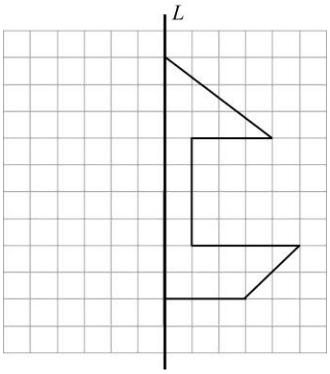


圖 5.5-11(d)

第(1)小題作法：如圖 5.5-11(e)所示

(1) 標示圖形上幾個端點 A、B、C、D、E。

(2) 分別作 A、B、C、D、E 五個點對稱於 L 的對稱點 A、B'、C'、D'、E。

(3) 連接 A、B'；B'、C'；C'、D'；D'、E，則多邊形 ABCDED'C'B'為對稱軸為 L 的線對稱圖形，多邊形 ABCDED'C'B'即為所求。

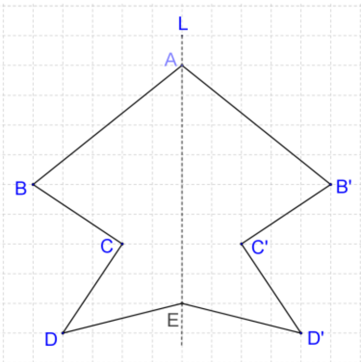


圖 5.5-11(e)

第(2)小題作法：如圖 5.5-11(f)所示

(1) 標示圖形上幾個端點 A、B、C、D、E、F、G、H。

(2) 分別作 A、B、C、D、E、F、G、H 八個點對稱於 L 的對稱點 A、B'、C'、D'、E'、F'、G'、H。

(3) 連接 A、B'；B'、C'；C'、D'；D'、E'；E'、F'；F'、G'；G'、H，則多邊形 ABCDEFGHG'F'E'D'C'B'為對稱軸為 L 的線對稱圖形，
多邊形 ABCDEFGHG'F'E'D'C'B'即為所求。

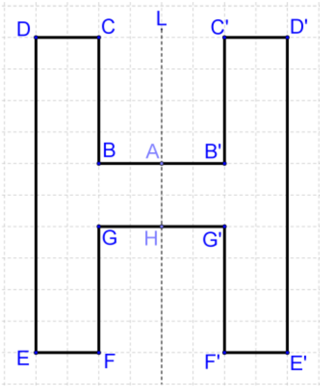


圖 5.5-11(f)

第(3)小題作法：如圖 5.5-11(g)所示

(1) 標示圖形上幾個端點 A、B、C、D、E、F、G、H、I、J、K、M、N、O、P、Q。

(2) 分別作 A、B、C、D、E、F、G、H、I、J、K、M、N、O、P、Q 十六個點對稱於 L 的對稱點 A、B'、C'、D'、E'、F'、G'、H'、I'、J'、K'、M'、N'、O'、P'、Q。

(3) 連接 A、B'；B'、C'；C'、D'；D'、E'；E'、F'；F'、G'；G'、H'；H'、I'；I'、J'；J'、K'；K'、M'；M'、N'；N'、O'；O'、P'；P'、Q，則多邊形 ABCDEFGHIJKMNOPQ P' O' N' M' K' J' I' H'G'F'E'D'C'B'為對稱軸為 L 的線對稱圖形，
多邊形 ABCDEFGHIJKMNOPQ P' O' N' M' K' J' I' H'G'F'E'D'C'B'即為所求。

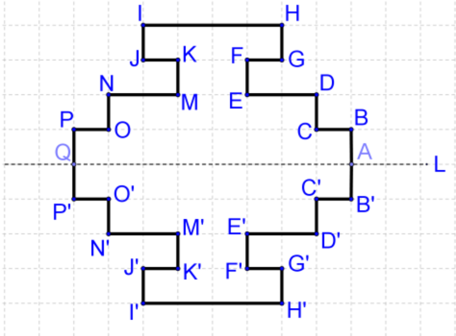


圖 5.5-11(g)

第(4)小題作法：如圖 5.5-11(h)所示

(1) 標示圖形上幾個端點 A、B、C、D、E、F、G。

(2) 分別作 A、B、C、D、E、F、G 七個點對稱於 L 的對稱點 A、B'、C'、D'、E'、F'、G。

(3) 連接 A、B'；B'、C'；C'、D'；D'、E'；E'、F'；F'、G，則多邊形 ABCDEFGF'E'D'C'B' 為對稱軸為 L 的線對稱圖形，多邊形 ABCDEFGF'E'D'C'B'即為所求。

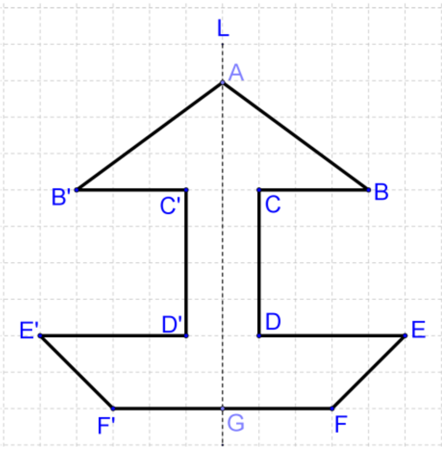


圖 5.5-11(h)

習題 5.5-5：

下列各圖形都是線對稱圖形的一部分，直線 L、M 為兩條對稱軸，完成這些圖形。

(1)

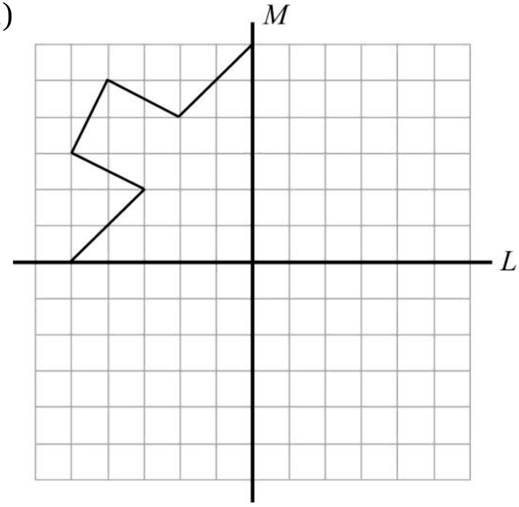


圖 5.5-12(a)

(2)

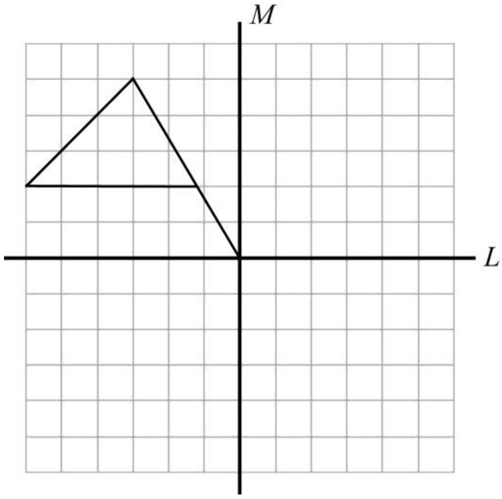


圖 5.5-12(b)

第(1)小題作法：

(1) 標示圖形上幾個端點 A、B、C、D、E、F，並分別作 A、B、C、D、E、F 六個點對稱於 **M** 的對稱點 A、B'、C'、D'、E'、F'，連接 A、B'；B'、C'；C'、D'；D'、E'；E'、F'，如圖 5.5-12(c)所示。

(2) 分別作 F'、E'、D'、C'、B'、A、B、C、D、E、F 十一個點對稱於 **L** 的對稱點 F'、E'''、D'''、C'''、B'''、A'、B''、C''、D''、E''、F，連接 F'、E'''；E'''、D'''；D'''、C'''；C'''、B'''；B'''、A'；A'、B''；B''、C''；C''、D''；D''、E''；E''、F，則多邊形 ABCDEFE''D''C''B''A'B'''C'''D'''E'''F'E'D'C'B'為對稱軸為 L 與 M 的線對稱圖形，多邊形 ABCDEFE''D''C''B''A'B'''C'''D'''E'''F'E'D'C'B'即為所求。如圖 5.5-12(d)所示。

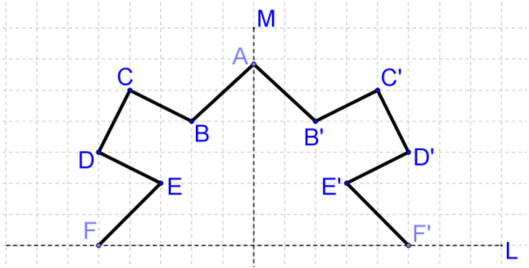


圖 5.5-12(c)

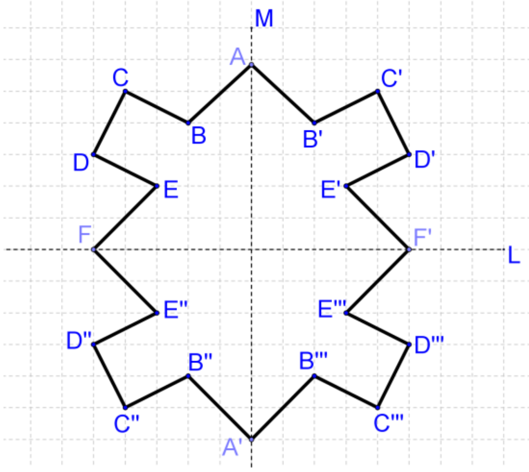


圖 5.5-12(d)

第(2)小題作法：

(1) 標示圖形上幾個端點 O、C、A、B，並分別作 O、C、A、B 四個點對稱於 **M** 的對稱點 O、C'、A'、B'，連接 O、C'；C'、A'；A'、B'；B'、C'，如圖 5.5-12(e) 所示。

(2) 分別作 B、A、C、O、C'、A'、B'七個點對稱於 **L** 的對稱點 B"、A"、C"、O、C'''、A'''、B'''，連接 O、C"；C"、A"；A"、B"；B"、C"；O、C'''；C'''、A'''；A'''、B'''；B'''、C'''，則圖 5.5-12(f)中之圖形為對稱軸為 L 與 M 的線對稱圖形，圖 5.5-12(f)中之圖形即為所求。

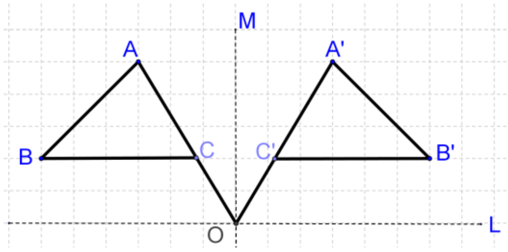


圖 5.5-12(e)

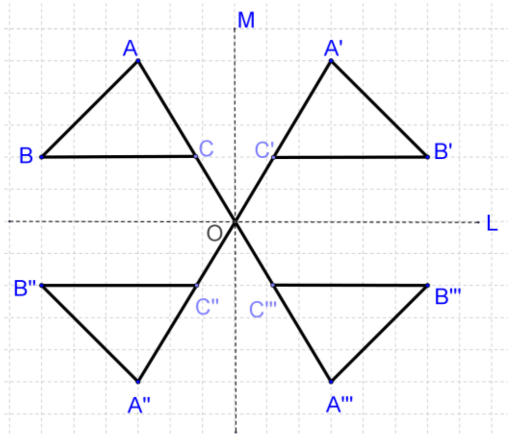


圖 5.5-12(f)