**習題2.1**

**習題2.1-1**

如圖2.1-14，在△ABC中，D、E兩點分別在、上，且交於F點。則圖中可找出　　個三角形。

**圖2.1-14**

**想法：**三個線段，兩兩相連於三點，則此三線段所圍成的圖形叫做三角形

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. △ABC為三角形
2. △ABE為三角形
3. △ACD為三角形
4. △BCD為三角形
5. △BCE為三角形
6. △BCF為三角形
7. △BDF為三角形
8. △CEF為三角形
 | 三角形的定義三角形的定義三角形的定義三角形的定義三角形的定義三角形的定義三角形的定義三角形的定義 |

**習題2.1-2**

△ABC中，若∠A＝35°，∠B＝25°，∠C＝120°，則△ABC為下列何種三
 角形？
 (A)　銳角三角形 (B)　直角三角形 (C)　鈍角三角形 (D)　不能確定

**想法：**(1) 三角形三內角皆小於90°為銳角三角形

 (2) 三角形中，有一個角等於90°為直角三角形

 (3) 三角形中，有一個角大於90°為鈍角三角形

 (4) 三角形的三邊中，有兩邊等長，為等腰三角形

 (5) 三角形中若三個邊都相等，為正三角形

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. △ABC為鈍角三角形
2. 所以此題答案選 (C)　鈍角三角形
 | 已知∠C＝120° ＆ 鈍角三角形的性質 |

**習題2.1-3**

若三角形中有三個內角為銳角，則此三角形為何種三角形？

**想法：**(1) 三角形三內角皆小於90°為銳角三角形

 (2) 三角形中，有一個角等於90°為直角三角形

 (3) 三角形中，有一個角大於90°為鈍角三角形

 (4) 三角形的三邊中，有兩邊等長，為等腰三角形

 (5) 三角形中若三個邊都相等，為正三角形

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. 此三角形為銳角三角形
 | 銳角三角形定義 |

**習題2.1-4**

三角形的三個內角中，最多可以有　　　　　個鈍角。

**想法：**(1) 三角形三內角皆小於90°為銳角三角形

 (2) 三角形中，有一個角等於90°為直角三角形

 (3) 三角形中，有一個角大於90°為鈍角三角形

 (4) 三角形的三邊中，有兩邊等長，為等腰三角形

 (5) 三角形中若三個邊都相等，為正三角形

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. 三角形最多只有一個鈍角
 | 鈍角三角形的性質 |

**習題2.1-5**

下列何者為等腰三角形的三個邊？
(A)　2，3，4 (B)　11，15，23 (C)　5，10，11 (D)　10，10，15

**想法：**(1) 三角形三內角皆小於90°為銳角三角形

 (2) 三角形中，有一個角等於90°為直角三角形

 (3) 三角形中，有一個角大於90°為鈍角三角形

 (4) 三角形的三邊中，有兩邊等長，為等腰三角形

 (5) 三角形中若三個邊都相等，為正三角形

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. 答案選 (D)　10，10，15
 | 三角形的三邊中，有兩邊等長，為等腰三角形＆ 10＝10 |

**習題2.1-6**

已知△ABC，則可作出幾個與△ABC的三內角對應相等的三角形？
(A)　一個 (B)　兩個 (C)　無限多個 (D)　不能作三角形

**想法：**移形定理

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. △ABC的三內角為∠A、∠B、∠C
2. 可做出無限多個與∠A相等的角
3. 可做出無限多個與∠B相等的角
4. 可做出無限多個與∠C相等的角
5. 可作出無限多個與△ABC的三內角對應相等的三角形
6. 所以此題答案選 (C)　無限多個
 | 三角形有三個內角移形定理移形定理移形定理由(2)＆(3)＆(4) |

**習題2.1-7**

圖2.1-15中，△ABC及△DEF為兩全等三角形，試述∠B及∠C的對應角各為何角？及的對應邊各為何邊？

**圖2.1-15**

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. ∠B的對應角為∠E
2. ∠C的對應角為∠F
3. 的對應邊為

1. 的對應邊為

 | 已知△ABC△DEF已知△ABC△DEF已知△ABC△DEF已知△ABC△DEF |

**習題2.1-8**

圖2.1-16中，△ABC及△DEF為兩全等三角形，試述∠B及∠E的對邊各為何？及的對角各為何角？

**圖2.1-16**

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. △ABC中，∠B的對邊為

1. △DEF中，∠E的對邊為

1. △ABC中，的對角為∠A

1. △DEF中，的對角為∠F

 | 對邊的定義對邊的定義對角的定義對角的定義 |

**習題2.1-9**

圖2.1-17中，已知△ABC △DEF，且A、B、C的對應頂點分別是D、E、F。若＝6，＝8，＝10，∠A＝37°，∠F＝90°，∠B＝53°

則： (1) ＝？ (2) ＝？ (3) ＝？

(4) ∠D＝？ (5) ∠E＝？ (6) ∠C＝？

**圖2.1-17**

**想法：**兩全等三角形的對應角相等且對應邊相等

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. ＝＝10

1. ＝＝6

1. ＝＝8

1. ∠D＝∠A＝37°
2. ∠E＝∠B＝53°
3. ∠C＝∠F＝90°
 | 已知△ABC △DEF ＆ 對應邊與相等＆ 已知＝10已知△ABC △DEF ＆ 對應邊與相等＆ 已知＝6已知△ABC △DEF ＆ 對應邊與相等＆ 已知＝8已知△ABC △DEF ＆ 對應角∠D與∠A相等＆ 已知∠A＝37°已知△ABC △DEF ＆ 對應角∠E與∠B相等＆ 已知∠B＝53°已知△ABC △DEF ＆ 對應角∠C與∠F相等＆ 已知∠F＝90° |

**習題2.1-10**

圖2.1-18中，已知△ABC △DEF，且A、B、C的對應頂點分別是D、E、F。若＝3x＋6，＝14，＝9，＝6y＋2，＝18，則x－y＝　　。

**圖2.1-18**

**想法：**兩全等三角形的對應角相等且對應邊相等

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. ＝

1. 3x＋6＝18
2. x＝(18－6)÷3＝4
3. ＝

1. 6y＋2＝14
2. y＝(14－2)÷6＝2
3. x－y＝4－2＝2
 | 已知△ABC △DEF ＆ 對應邊與相等將已知＝3x＋6，＝18代入(1)由(2)解一元一次方程式已知△ABC △DEF ＆ 對應邊與相等將已知＝6y＋2，＝14代入(4)由(5)解一元一次方程式由(3)＆(6) |

**習題2.1-11**

圖2.1-19中，已知△ABC △PQR，若＝2x＋3，＝4x－2，＝3x，＝x＋8，則x＝ 。

**圖2.1-19**

**想法：**兩全等三角形的對應角相等且對應邊相等

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. ＝

1. 2x＋3＝x＋8
2. x＝8－3＝5
 | 已知△ABC △PQR ＆ 對應邊與相等將已知＝2x＋3，＝x＋8代入(1)由(2)解一元一次方程式 |

**習題2.1-12**

圖2.1-20中，若△ABC △DEF，且∠A＝( 3x－4 )°，∠B＝( 6y＋10 )°，∠D＝56°，∠E＝64°，則x＋y＝？

**圖2.1-20**

**想法：**兩全等三角形的對應角相等且對應邊相等

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. ∠A＝∠D
2. ( 3x－4 )°＝56°
3. x＝(56＋4)÷3＝20
4. ∠B＝∠E
5. ( 6y＋10 )°＝64°
6. y＝(64－10)÷6＝9
7. x＋y＝20＋9＝29
 | 已知△ABC △DEF ＆ 對應角∠D與∠A相等將已知∠A＝( 3x－4 )° ＆ ∠D ＝56° 代入(1)由(2) 解一元一次方程式已知△ABC △DEF ＆ 對應角∠E與∠B相等將已知∠B＝( 6y＋10 )° ＆ ∠E ＝64° 代入(4)由(5) 解一元一次方程式由(3)式 ＋ (6)式 |

**習題2.2**

**習題2.2-1**

**圖2.2-23**

**已知：**圖2.2-23中，⊥，＝

**試證：**△ABC為一等腰三角形。且∠1＝∠2。

**想法：**(1) 若證得＝，則可證得△ABC為一等腰三角形

 (2) 若證得△ABD △ACD，則可證得＝、∠1＝∠2

 (3) 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱S.A.S.三角形全等定理

**證明：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. 在△ABD與△ACD中 ＝ ∠ADB＝∠ADC＝90° ＝

(2) △ABD △ACD(3)∠1＝∠2(4) ＝(5) △ABC為等腰三角形 | 如圖2.2-23所示已知＝已知⊥共同邊由(1) S.A.S.三角形全等定理由(2) 對應角相等由(2) 對應邊相等由(4) ＝ ＆ 兩腰等長為等腰三角形 |

**習題2.2-2**

**圖2.2-24**

**已知：**圖2.2-24中，⊥，⊥，＝，＝

**試證：**＝

**想法：**(1) 若證得△AEB △ADC，則可證得＝

 (2) 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱S.A.S.三角形全等定理

**證明：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. 在△AEB與△ADC中 ＝  ∠AEB＝∠ADC＝90° ＝

(2) △AEB △ADC (3) ＝ | 如圖2.2-24所示已知＝已知⊥， ⊥已知＝由(1) S.A.S.三角形全等定理由(2) 對應邊相等 |

**習題2.2-3**

**圖2.2-25**

**已知：**圖2.2-25中，∠1＝∠2，＝

**試證：**＝

**想法：**(1) 若證得△ABD △ACD，則可證得＝

(2) 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱S.A.S.三角形全等定理

**證明：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. 在△ABD與△ACD中 ＝  ∠1＝∠2 ＝

(2) △ABD △ACD (3) ＝ | 如圖2.2-25所示已知＝已知∠1＝∠2共同邊由(1) S.A.S.三角形全等定理由(2) 對應邊相等 |

**習題2.2-4**

**圖2.2-26**

**已知：**圖2.2-26中，∠1＝∠2，＝

**試證：**＝

**想法：**(1) 若證得△ABC △DBC，則可證得＝

 (2) 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱S.A.S.三角形全等定理

**證明：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. 在△ABC與△DBC中 ＝  ∠1＝∠2 ＝

(2) △ABC △DBC(3) ＝ | 如圖2.2-26所示已知＝已知∠1＝∠2共同邊由(1) S.A.S.三角形全等定理由(2) 對應邊相等 |

**習題2.2-5**

**圖2.2-27**

**已知：**圖2.2-27中，＝，＝，∠A＝∠D

**試證：**∠1＝∠2，∠3＝∠4

**想法：**(1) 若證得△ABC △DBC，則可證得∠1＝∠2，∠3＝∠4

 (2) 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱S.A.S.三角形全等定理

**證明：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. 在△ABC與△DBC中 ＝ ∠A＝∠D ＝

(2) △ABC △DBC(3) ∠1＝∠2，∠3＝∠4 | 如圖2.2-27所示已知＝已知∠A＝∠D已知＝由(1) S.A.S.三角形全等定理由(2) 對應角相等 |

**習題2.2-6**

**圖2.2-28**

**已知：**圖2.2-28中，＝，∠1＝∠2

**試證：**∠A＝∠D

**想法：**(1) 若證得△ABC △DBC，則可證得∠A＝∠D

 (2) 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱S.A.S.三角形全等定理

**證明：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. 在△ABC與△DBC中 ＝  ∠1＝∠2 ＝

(2) △ABC △DBC (3) ∠A＝∠D | 如圖2.2-28所示已知＝已知∠1＝∠2共同邊由(1) S.A.S.三角形全等定理由(2) 對應角相等 |

**習題2.2-7**

**圖2.2-29**

**已知：**圖2.2-29中，∠1＝∠2，＝

**試證：**∠A＝∠D

**想法：**(1) 若證得△ABC △DCB，則可證得∠A＝∠D

(2) 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱S.A.S.三角形全等定理

**證明：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. 在△ABC與△DCB中 ＝  ∠1＝∠2 ＝

(2) △ABC △DCB (3) ∠A＝∠D | 如圖2.2-29所示已知＝已知∠1＝∠2共同邊由(1) S.A.S.三角形全等定理由(2) 對應角相等 |

**習題2.2-8**

**圖2.2-30**

**已知：**圖2.2-30中，⊥，⊥，＝

**試證：**＝

**想法：**(1) 若證得△ABC △DCB，則可證得＝

 (2) 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱S.A.S.三角形全等定理

**證明：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. 在△ABC與△DCB中 ＝  ∠ABC＝∠DCB ＝

(2) △ABC △DCB(3) ＝ | 如圖2.2-30所示已知＝已知⊥，⊥共同邊由(1) S.A.S.三角形全等定理由(2) 對應邊相等 |

**習題2.2-9**

**圖2.2-31**

**已知：**圖2.2-31中，∠DAB＝∠DAC，＝

**試證：**＝

**想法：**(1) 若證得△ABD △ACD，則可證得＝

 (2) 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱S.A.S.三角形全等定理

**證明：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. 在△ABD與△ACD中 ＝  ∠DAB＝∠DAC ＝

(2) △ABD △ACD (3) ＝ | 如圖2.2-31所示已知＝已知∠DAB＝∠DAC共同邊由(1) S.A.S.三角形全等定理由(2) 對應邊相等 |

**習題2.2-10**

 如圖2.2-32，已知　與　　相交於E點，＝，＝。若∠1＝32°，
 ∠A＝78°，則∠B＝\_\_\_\_\_\_\_度。

**圖2.2-32**

**想法：**(1) 若證得△ACE △BDE，則可證得∠B＝∠A

 (2) 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱S.A.S.三角形全等定理

**證明：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. 在△ACE與△BDE中 ＝  ∠AEC＝∠BED ＝

(2) △ACE △BDE (3) ∠B＝∠A＝78° | 如圖2.2-32所示已知＝對頂角相等已知＝由(1) S.A.S.三角形全等定理由(2) 對應角相等 ＆ 已知∠A＝78° |

**習題2.2-11：**

 如圖2.2-33，△ABC是等腰三角形，＝，且是∠BAC的角平分線，
若＝10，則：
(1) ∠ADC＝？ (2) ＝？

**圖2.2-33**

**想法：**等腰三角形頂角平分線垂直平分底邊

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. ∠BAC為等腰三角形ABC的頂角
2. ⊥ ＆ ＝

1. 所以∠ADC＝90°
2. 所以＝10

 | 已知△ABC是等腰三角形，＝由(1) ＆ 已知是∠BAC的角平分線＆等腰三角形頂角平分線垂直平分底邊由(2) ⊥由(2) ＝ ＆ 已知＝10 |

**習題2.2-12：**

 如圖2.2-34，L為的垂直平分線(中垂線)，A、D為L上任意之兩點，
若＝7，＝5，則：
(1) ＝？ (2) ＝？

**圖2.2-34**

**想法：**中垂線上任一點，到線段的兩端點等距離

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. ＝＝7

1. ＝＝5

 | 已知L為的垂直平分線(中垂線)，A為L上任意之點 ＆ 中垂線上任一點，到線段的兩端點等距離 ＆ 已知＝7已知L為的垂直平分線(中垂線)，D為L上任意之點 ＆ 中垂線上任一點，到線段的兩端點等距離 ＆ 已知＝5 |

**習題2.3**

**習題2.3-1**

**圖2.3-10**

**已知：**圖2.3-10中，⊥，⊥，∠1＝∠2

**試證：**＝

**想法：**(1) 若可證得△ABC △DCB，即可得知＝

 (2) 已知判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱S.A.S.三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱A.S.A.三角形全等定理

**證明：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. 在△ABC與△DCB中∠2＝∠1＝∠ABC＝∠DCB＝90°

1. △ABC △DCB

1. ＝

 | 如圖2.3-10所示已知∠1＝∠2共同邊已知⊥，⊥由(1) A.S.A.三角形全等定理由(2) 對應邊相等 |

**習題2.3-2**

**圖2.3-11**

**已知：**圖2.3-11中，∠1＝∠2，∠3＝∠4

**試證：**△ACB △ADB

**想法：**已知判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱S.A.S.三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱A.S.A.三角形全等定理

**證明：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. 在△ACB與△ADB中∠1＝∠2＝∠3＝∠4

1. △A CB △ADB

 | 如圖2.3-11所示已知∠1＝∠2共同邊已知∠3＝∠4由(1) A.S.A.三角形全等定理 |

**習題2.3-3**

**圖2.3-12**

**已知：**圖2.3-12中，＝，∠1＝∠2，∠3＝∠4

**試證：**△OBC為一等腰三角形

**想法：**(1) 若可證得＝，即可得知△OBC為一等腰三角形

 (2) 若可證得△ABO △ACO，即可得知＝

(3) 已知判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱S.A.S.三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱A.S.A.三角形全等定理

**證明：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. 在△ABO與△ACO中∠1＝∠2＝∠3＝∠4

1. △A BO △ACO

1. ＝

1. △OBC為一等腰三角形
 | 如圖2.3-12所示已知∠1＝∠2共同邊已知∠3＝∠4由(1) A.S.A.三角形全等定理由(2) 對應邊相等由(3)已證 ＆ 兩腰等長為等腰三角形 |

**習題2.3-4**

**圖2.3-13**

**已知：**圖2.3-13中，∠1＝∠2，∠3＝∠4

**試證：**＝

**想法：**(1) 若可證得△ABC △DCB，即可得知＝

 (2) 已知判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱S.A.S.三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱A.S.A.三角形全等定理

**證明：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. 在△ABC與△DCB中∠1＝∠2＝∠3＝∠4

1. △ABC △DCB

1. ＝

 | 如圖2.3-13所示已知∠1＝∠2共同邊已知∠3＝∠4由(1) A.S.A.三角形全等定理由(2) 對應邊相等 |

**習題2.3-5**

**圖2.3-14**

**已知：**圖2.3-14中，＝，∠1＝∠2

**求證：**＝

**想法：**(1) 若可證得△ABE △ACD，即可得知＝

 (2) 已知判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱S.A.S.三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱A.S.A.三角形全等定理

**證明：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. 在△ABE與△ACD中∠1＝∠2＝∠A＝∠A

1. △ABE △ACD

1. ＝

 | 如圖2.3-14所示已知∠1＝∠2已知＝共同角由(1) A.S.A.三角形全等定理由(2) 對應邊相等 |

**習題2.3-6**

**圖2.3-15**

**已知：**圖2.3-15中，⊥，⊥，＝

**試證：**△AEC △ADB

**想法：**已知判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱S.A.S.三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱A.S.A.三角形全等定理

**證明：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. 在△AEC與△ADB中∠AEC＝∠ADB＝90° ＝∠A＝∠A

1. △AEC △ADB

 | 如圖2.3-15所示已知⊥，⊥已知＝共同角由(1) A.S.A.三角形全等定理 |

**習題2.3-7**

**圖2.3-16**

**已知：**圖2.3-16中，⊥，∠1＝∠2，∠3＝∠4

**試證：**＝

**想法：**(1) 若可證得△ABE △ABF，即可得知＝

 (2) 已知判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱S.A.S.三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱A.S.A.三角形全等定理

**證明：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. ∠ABC＝∠ABD＝90°
2. ∠ABE＝∠ABD－∠1
3. ∠ABF＝∠ABC－∠2 ＝∠ABD－∠1 ＝∠ABE
4. 在△ABE與△ABF中∠ABE＝∠ABF ＝∠3＝∠4

1. △ABE △ABF

1. ＝

 | 已知⊥如圖2.3-16所示如圖2.3-16所示將(1) ∠ABC＝∠ABD ＆ 已知∠2＝∠1代入由(2) ∠ABD－∠1＝∠ABE如圖2.3-16所示由(3) 已證共同邊已知∠3＝∠4由(4) A.S.A.三角形全等定理由(5) 對應邊相等 |

**習題2.4**

**習題2.4-1**



**圖2.4-11**

**已知：**圖2.4-11中，＝，＝

**求證：**∠1＝∠2

**想法：**(1) 若可證得△ABC △DCB，即可得知∠1＝∠2

(2) 已知判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱S.A.S.三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱A.S.A.三角形全等定理
3. 三邊相等三角形全等定理，又稱S.S.S.三角形全等定理

**證明：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| (1) 在△ABC與△DCB中 ＝ ＝ ＝(2) △ABC △DCB(3) ∠1＝∠2 | 如圖2.4-11已知＝已知＝共同邊由(1) S.S.S.三角形全等定理由(2) 對應角相等 |

**習題2.4-2**

**圖2.4-12**

**已知：**圖2.4-12中，＝，＝

**求證：**∠1＝∠2

**想法：**(1) 若可證得△ABC △ADC，即可得知∠1＝∠2

(2) 已知判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱S.A.S.三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱A.S.A.三角形全等定理
3. 三邊相等三角形全等定理，又稱S.S.S.三角形全等定理

**證明：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| (1) 在△ABC與△ADC中 ＝ ＝ ＝(2) △ABC △ADC (3) ∠1＝∠2 | 如圖2.4-12已知＝已知＝共同邊由(1) S.S.S.三角形全等定理由(2) 對應角相等 |

**習題2.4-3**

**圖2.4-13**

**已知：**圖2.4-13中，＝，＝，＝

**求證：**∠1＝∠2

**想法：**(1) 若可證得△ABD △ACE，即可得知∠1＝∠2

(2) 已知判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱S.A.S.三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱A.S.A.三角形全等定理
3. 三邊相等三角形全等定理，又稱S.S.S.三角形全等定理

**證明：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| (1) 在△ABD與△ACE中 ＝ ＝ ＝(2) △ABD △ACE (3) ∠1＝∠2 | 如圖2.4-13已知＝已知＝已知＝由(1) S.S.S.三角形全等定理由(2) 對應角相等 |

**習題2.4-4**

**圖2.4-14**

**已知：**圖2.4-14中，＝，＝

**求證：**∠A＝∠D

**想法：**(1) 若可證得△ABC △DBC，即可得知∠A＝∠D

(2) 已知判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱S.A.S.三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱A.S.A.三角形全等定理
3. 三邊相等三角形全等定理，又稱S.S.S.三角形全等定理

**證明：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| (1) 在△ABC與△DBC中 ＝ ＝ ＝(2) △ABC △DBC(3) ∠A＝∠D | 如圖2.4-14已知＝已知＝共同邊由(1) S.S.S.三角形全等定理由(2) 對應角相等 |

**習題2.4-5**

**圖2.4-15**

**已知：**圖2.4-15中，＝，＝

**求證：**∠ACB＝∠DBC

**想法：**(1) 若可證得△ABC △DCB，即可得知∠ACB＝∠DBC

(2) 已知判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱S.A.S.三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱A.S.A.三角形全等定理
3. 三邊相等三角形全等定理，又稱S.S.S.三角形全等定理

**證明：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| (1) 在△ABC與△DCB中 ＝ ＝ ＝(2) △ABC △DCB(3) ∠ACB＝∠DBC | 如圖2.4-15已知＝已知＝共同邊由(1) S.S.S.三角形全等定理由(2) 對應角相等 |

**習題2.4-6**

**圖2.4-16**

**已知：**圖2.4-16中，圓O上有A、B、C、D四點，若＝。

**求證：**∠AOC＝∠DOB

**想法：**(1) 若可證得△AOC △DOB，即可得知∠AOC＝∠DOB

(2) 已知判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱S.A.S.三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱A.S.A.三角形全等定理
3. 三邊相等三角形全等定理，又稱S.S.S.三角形全等定理

**證明：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| (1) 在△AOC與△DOB中 ＝ ＝ ＝(2) △AOC △DOB(3) ∠AOC＝∠DOB | 如圖2.4-16已知＝ 圓半徑等長已知＝ 圓半徑等長已知＝由(1) S.S.S.三角形全等定理由(2) 對應角相等 |

**習題2.4-7**

**圖2.4-17**

**已知：**圖2.4-17，△ABC中，是的垂直平分線。

**求證：**△ACQ △BCQ

**想法：**(1) 中垂線上任一點到線段的兩端點等距離(例題2.2-7已證)

 (2) 已知判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱S.A.S.三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱A.S.A.三角形全等定理
3. 三邊相等三角形全等定理，又稱S.S.S.三角形全等定理

**證明：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| (1) 在△ACQ與△BCQ中 ＝ ＝ ＝(2) △ACQ △BCQ | 如圖2.4-17已知是的垂直平分線 ＆ 中垂線性質已知是的垂直平分線 ＆ 中垂線性質共同邊由(1) S.S.S.三角形全等定理 |

**習題2-5**

**習題 2.5-1**

下列哪一組不能成為三角形的三邊長？
 (A)　，1，1 (B)　1，2， (C)　2，5，2 (D)　0.6，0.9，1.4

**想法：**(1) 三角形任意兩邊長的和大於第三邊

(2) 三角形任意兩邊長的差小於第三邊

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. ，1，1可作為三角形的三邊長
2. 1，2，可作為三角形的三邊長
3. 2，5，2不可作為三角形的三邊長
4. 0.6，0.9，1.4可作為三角形的三邊長

所以本題答案選(C) 2，5，2 | 1＋1＞＞1－1＋1＞1＞－1＋1＞1＞－12＋1＞＞2－1＋1＞2＞－12＋＞1＞2－2＋2＜50.9＋0.6＞1.4＞0.9－0.61.4＋0.6＞0.9＞1.4－0.61.4＋0.9＞0.6＞1.4－0.9 |

**習題2.5-2**

已知某三角形的三邊長分別為x＋4、5與9，則x的範圍為\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

**想法：**(1) 三角形任意兩邊長的和大於第三邊

(2) 三角形任意兩邊長的差小於第三邊

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. 9＋5＞x＋4＞9－5
2. 10＞x＞0
 | x＋4、5與9為三角形的三邊長由(1) |

**習題2.5-3**

已知三角形的三邊長分別是6公分、10公分、a公分。若a是整數，則滿足
 此條件的a，共有多少個？

**想法：**(1) 三角形任意兩邊長的和大於第三邊

(2) 三角形任意兩邊長的差小於第三邊

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. 10＋6＞a＞10－6
2. 16＞a＞4
3. a＝5、6、7、8、9、10、11、12、13、14、15共11個
 | 6公分、10公分、a公分為三角形的三邊長由(1)已知a是整數 |

**習題2.5-4**

如圖2.5-26，用四支螺絲將四條不可彎曲的木條圍成一個木框，不計螺絲大
 小，其中相鄰兩螺絲的距離依序為4、5、7、10，且相鄰兩木條的夾角均可
 調整。若調整木條的夾角時不破壞此木框，則任兩螺絲的最大距離為 。

**圖2.5-26**

**想法：**(1) 三角形任意兩邊長的和大於第三邊

(2) 三角形任意兩邊長的差小於第三邊

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 我們將情形分為圖2.5-26(a)與圖2.5-26(b)兩種情況來做討論1. 如圖2.5-26(a)所示，△ABC中，10＋4 > > 10－414 > > 6

1. 如圖2.5-26(a)所示，△ADC中，7＋5 > > 7－512 > > 2

1. 所以圖2.5-26(a)中，12 > > 6

1. 如圖2.5-26(b)所示，△ABD中，5＋4 > > 5－49 > > 1

1. 如圖2.5-26(b)所示，△CBD中，10＋7 > > 10－717 > > 3

1. 所以圖2.5-26(b)中，9 > > 3

1. 所以當A、D、C三點共線時，＝12為兩螺絲間的最大距離

 |  **圖2.5-26(a) 圖2.5-26(b)**三角形任兩邊和大於第三邊三角形任兩邊差小於第三邊三角形任兩邊和大於第三邊三角形任兩邊差小於第三邊由(1) ＆ (2)求交集三角形任兩邊和大於第三邊三角形任兩邊差小於第三邊三角形任兩邊和大於第三邊三角形任兩邊差小於第三邊由(4) ＆ (5)求共同範圍由(3) ＆ (6) 其中12為最大值，如圖2.5-26(c)所示 **圖2.5-26(c)** |

**習題2.5-5**

 如圖2.5-27所示，已知＋＋＋＝30，與為對角線，求
＋之範圍。

**圖2.5-27**

**想法：**(1) 三角形任意兩邊長的和大於第三邊

(2) 三角形任意兩邊長的差小於第三邊

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. △ABD中，＋＞

1. △ACD中，＋＞

1. △BCD中，＋＞

1. △ABC中，＋＞

1. 2(＋＋＋)＞2(＋)

1. 所以＋＋＋＞＋(即30＞＋)

1. △AOB中，＋＞

1. △AOD中，＋＞

1. △COD中，＋＞

1. △COB中，＋＞

1. 2(＋＋＋)＞＋＋＋＝30

1. ＋＋＋＞×30＝15

1. 所以(＋)＋(＋)＞15(即＋＞15)

1. 30＞＋＞15

 | 如圖2.5-27，三角形兩邊和大於第三邊如圖2.5-27，三角形兩邊和大於第三邊如圖2.5-27，三角形兩邊和大於第三邊如圖2.5-27，三角形兩邊和大於第三邊由(1)式＋(2)式＋(3)式＋(4)式由(5) 等量除法公理(已知＋＋＋＝30)如圖2.5-27，三角形兩邊和大於第三邊如圖2.5-27，三角形兩邊和大於第三邊如圖2.5-27，三角形兩邊和大於第三邊如圖2.5-27，三角形兩邊和大於第三邊由(7)式＋(8)式＋(9)式＋(10)式將已知＋＋＋＝30代入由(11) 等量除法公理由(12)加法交換律 ＆(＋＝、＋＝)由(6) 30＞＋ ＆ (13) ＋＞15 求共同範圍 |

**習題2.5-6**

 如圖2.5-28，已知＝10，＝14，＝9，＝7，＝x，則x的
 範圍為？

**圖2.5-28**

**想法：**(1) 三角形任意兩邊長的和大於第三邊

 (2) 三角形任意兩邊長的差小於第三邊

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. △ACD中， ＋ > > － 14＋9 > x > 14－9 23 > x > 5

1. △ABD中， ＋ > > － 10＋7 > x > 10－7 17 > x > 3

1. 所以17 > x > 5
 | 如圖2.5-28所示三角形兩邊和大於第三邊、兩邊差小於第三邊將已知＝14，＝9，＝x 代入如圖2.5-28所示三角形兩邊和大於第三邊、兩邊差小於第三邊將已知＝10，＝7，＝x 代入由(2) ＆ (3)求共同範圍 |

**習題2.5-7：**

如圖2.5-29，△ABC中，C、D在上，F在上，G在上。

 求∠1和∠B的大小關係。

**圖2.5-29**

**想法：**三角形的外角大於任一內對角

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. △CDF中，∠1＞∠2
2. △ABC中，∠2＞∠B
3. ∠1＞∠B
 | 三角形的外角大於任一內對角定理三角形的外角大於任一內對角定理由(1)＆(2)遞移律 |

**習題2.5-8：**

 如圖2.5-30，試比較∠P、∠Q、∠R的大小關係。



**圖2.5-30**

**想法：**三角形大邊對大角定理

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| (1) ∠Q＞∠P＞∠R | 如圖2.5-30所示， ，大邊對大角定理 |

**習題2.5-9：**

如圖2.5-31，△ABC中，＝9，＝9，＝10，則△ABC的最大角是　　　　。

**圖2.5-31**

**想法：**三角形大邊對大角定理

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. ∠A＝∠C
2. ∠B＞∠A＝∠C
3. 最大角為∠B
 | 已知 已知 ，大邊對大角定理由(2) |

**習題2.5-10**

△ABC中，已知∠A＝70°，∠B＝40°，∠C＝70°則下列四個選項中，哪一
 個是正確的？
 (A)　 ＞ (B)　 ＞ (C)　 ＝ (D)　 ＝

**想法：**三角形大角對大邊定理

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. △ABC中，∠A＝∠C >∠B
2. ＝ >

1. 所以答案選(A)　 ＞

 | 已知∠A＝70°，∠B＝40°，∠C＝70°由(1) 三角形大角對大邊定理由(2) |

**習題2.5-11**

 △ABC中，若＝10，＝4，且∠A為最大角，則　可能為多少？
 (A)　8 (B)　10 (C)　12 (D)　14

**想法：**(1) 三角形大角對大邊定理

 (2) 三角形任意兩邊長的和大於第三邊

 (3) 三角形任意兩邊長的差小於第三邊

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. △ABC中，為最大邊

1. > 10

1. 10＋4 > > 10－4 14 > > 6

1. 所以14 > > 10

 | 已知∠A為最大角＆三角形大角對大邊定理由(1) ＆ 已知＝10，＝4三角形任意兩邊長的和大於第三邊 ＆三角形任意兩邊長的差小於第三邊由(2) ＆ (3)求共同範圍 |

**習題2.5-12**

△ABC中，∠A的外角＜∠B的外角＜∠C的外角，則下列何者正確？
(A)　 ＞＞ (B)　 ＞＞
(C)　 ＞＞ (D)　 ＞＞

**想法：**(1) 外角定義

(2) 三角形大角對大邊定理

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. △ABC中，∠A > ∠B > ∠C
2. ＞＞

1. 答案選(A)　 ＞＞

 | 已知∠A的外角＜∠B的外角＜∠C的外角外角定義由(1) ＆ 三角形大角對大邊定理由(2) |

**習題2.5-13**

 如圖2.5-32，O為圓心，、為圓上兩條弦，若∠AOB＜∠COD，

 試比較與的大小。

**圖2.5-32**

**想法：**(1) 因為圓的半徑相等，△AOB與△COD中，＝、＝；

(2) 所以利用樞紐定理，可比較出與的大小

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. △AOB與△COD中， ＝、＝ ∠AOB＜∠COD

1. <

 | 如圖2.5-32所示圓半徑皆相等已知∠AOB＜∠COD由(1) ＆ 樞紐定理 |

**習題2.5-14：**

如圖2.5-33，O為圓心，、為圓上兩條弦，若＝5、＝10，

試比較∠AOB與∠COD的大小。

**圖2.5-33**

**想法：**(1) 因為圓的半徑相等，△AOB與△COD中，＝、＝；

(2) 所以利用逆樞紐定理，可比較出∠AOB與∠COD的大小

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. 在△AOB與△COD中，、且

1. ∠AOB＜∠COD
 | 如圖2.5-33、、、為半徑已知＝5、＝10由(1) ＆ 逆樞紐定理 |

**進階思考題**

**1：**已知△ABC △PQR，若＝x＋4，＝2x－2，＝3y＋1，

＝y＋7，＝12，則△PQR的三邊和為多少？

**想法：**全等三角形之對應邊相等

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. △ABC △PQR＝x＋4＝3y＋1

1. △ABC △PQR＝2x－2＝y＋7

1. x＝6 且y＝3
2. ＝3y＋1＝3×3＋1＝10＝y＋7＝3＋7＝10

1. △ABC △PQR＝＝12

1. △PQR的三邊和為 ＋＋＝10＋10＋12＝32

 | 已知對應邊相等將已知＝x＋4，＝3y＋1代入已知對應邊相等將已知＝2x－2，＝y＋7代入由(1) ＆ (2)解二元一次聯立方程式將(3) y＝3 代入已知＝3y＋1將(3) y＝3 代入已知＝y＋7已知對應邊相等 ＆ 已知＝12△PQR的三邊和為＋＋將(4) ＆ (5) 代入 |

**2：**有一個等腰三角形的兩邊是8和13，則：
(1) 第三邊長的長度為 。
(2) 若此三角形的三邊和為偶數，則第三邊長為 。

**想法：**(1) 等腰三角形兩腰相等

 (2) 三角形任意兩邊長的和大於第三邊

 (3) 三角形任意兩邊長的差小於第三邊

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. 若此等腰三角形的腰為8， 則三邊為8、8和13
2. 8、8和13可為等腰三角形三邊長
3. 若此等腰三角形的腰為13， 則三邊為13、13和8
4. 13、13和8可為等腰三角形三邊長
5. 所以此等腰三角形的第三邊長為 8 或 13
6. 若三邊為8、8和13， 則三邊和為8＋8＋13＝29為奇數
7. 若三邊為13、13和8， 則三邊和為13＋13＋8＝34為偶數
8. 若此三角形的三邊和為偶數， 則第三邊長為13
 | 假設假設腰為8 ＆ 已知另兩邊為8和138＋8＞13 ＞8－813＋8＞8＞13－8假設假設腰為13 ＆ 已知另兩邊為8和1313＋13＞8 ＞13－1313＋8＞13＞13－8由(2) ＆ (4)由(2)基本加法由(4)基本加法題目條件限制由(7) |

**3：**有一個三角形的三邊長成等差數列且皆為整數，已知最小邊長為2，則此

 三角形的三邊長為 。

**想法：**(1) 三角形任意兩邊長的和大於第三邊

 (2) 三角形任意兩邊長的差小於第三邊

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. 假設此三角形另外兩邊長為 (2＋d)、(2＋2d)；其中d為正整數 此三角形三邊長為2、(2＋d)、(2＋2d)
2. (2＋2d)＋(2＋d) ＞2＞(2＋2d)－(2＋d) 其中d為正整數
3. 3d＋4＞2＞d ；其中d為正整數
4. 3d＋4＞2 且 2＞d ；其中d為正整數
5. 2＞d＞ ；其中d為正整數
6. d＝1
7. 此三角形三邊長為2、3、4
 | 已知三角形的三邊長成等差數列且皆為整數，且最小邊長為2三角形兩邊長的和大於第三邊三角形兩邊長的差小於第三邊由(2)化簡由(3)化簡由(4)化簡由(5)將(6)代入(1) |

**4：**已知某三角形的三邊長為5、12、3x＋2，則下列何者不可能為x的值

 (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

**想法：**(1) 三角形任意兩邊長的和大於第三邊

 (2) 三角形任意兩邊長的差小於第三邊

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. 12＋5＞3x＋2＞12－5
2. 17＞3x＋2＞7
3. 15＞3x＞5
4. 5＞x＞
5. 所以x不可能為5，答案選(D) 5
 | 已知三角形的三邊長為5、12、3x＋2三角形任意兩邊長的和大於第三邊三角形任意兩邊長的差小於第三邊由(1)化簡由(2)化簡由(3)化簡由(4) |

**5：**已知三角形的三邊長皆不相等，且皆為整數。若三邊之和為11公分，則滿足此條件的三角形邊長，分別是多少公分？

**想法：**(1) 三角形任意兩邊長的和大於第三邊

 (2) 三角形任意兩邊長的差小於第三邊

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. 假設三角形的三邊長為a、b、c 其中a≠b≠c；a、b、c皆為正整數 且a＋b＋c＝11
2. 滿足(1)條件的a、b、c如下表所示

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| a | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 |
| b | 2 | 3 | 4 | 3 | 4 |
| c | 8 | 7 | 6 | 6 | 5 |

1. 檢查第一種情況，a＝1、b＝2、c＝8 所以a＝1、b＝2、c＝8不符合條件
2. 檢查第二種情況，a＝1、b＝3、c＝7 所以a＝1、b＝3、c＝7不符合條件
3. 檢查第三種情況，a＝1、b＝4、c＝6 所以a＝1、b＝4、c＝6不符合條件
4. 檢查第四種情況，a＝2、b＝3、c＝6 所以a＝2、b＝3、c＝6不符合條件
5. 檢查第五種情況，a＝2、b＝4、c＝5 所以a＝2、b＝4、c＝5符合以下條件 三角形任意兩邊長的和大於第三邊 三角形任意兩邊長的差小於第三邊
6. 所以此三角形的三邊長分別為 2公分、4公分、5公分。
 | 假設已知三邊長皆不相等，且皆為整數已知三邊之和為11由(1)由(2)1＋2＜8；不符合兩邊和大於第三邊由(2)1＋3＜7；不符合兩邊和大於第三邊由(2)1＋4＜6；不符合兩邊和大於第三邊由(2)2＋3＜6；不符合兩邊和大於第三邊由(2)4＋2＞5＞4－25＋2＞4＞5－25＋4＞2＞5－4由(7) |

**6：**阿義拿21根竹筷排各種不全等的三角形，每次21根全部用完，則：
(1)　共可排出幾種不同的三角形？

(2)　承(1)，其中等腰三角形有幾種？

**想法：**(1) 三角形任意兩邊長的和大於第三邊

(2) 三角形任意兩邊長的差小於第三邊

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. 假設三角形的三邊長為a根、b根、c根 其中a、b、c皆為正整數 且a＋b＋c＝21
2. 滿足(1)條件的a、b、c如下表(一~五)

(表一)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| a | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| b | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| c | 19 | 18 | 17 | 16 | 15 | 14 | 13 | 12 | 11 | 10 |

(表二)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| a | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| b | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| c | 17 | 16 | 15 | 14 | 13 | 12 | 11 | 10 |

(表三)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| a | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| b | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| c | 15 | 14 | 13 | 12 | 11 | 10 | 9 |

(表四)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| a | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| b | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| c | 13 | 12 | 11 | 10 | 9 |

(表五)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| a | 5 | 5 | 5 | 5 | 6 | 6 | 7 |
| b | 5 | 6 | 7 | 8 | 6 | 7 | 7 |
| c | 11 | 10 | 9 | 8 | 9 | 8 | 7 |

1. 表一中只有a＝1、b＝10、c＝10符合 三角形任意兩邊長的和大於第三邊 三角形任意兩邊長的差小於第三邊 所以1根、10根、10根可排成三角形
2. 表二中只有a＝2、b＝9、c＝10符合 三角形任意兩邊長的和大於第三邊 三角形任意兩邊長的差小於第三邊 所以2根、9根、10根可排成三角形
3. 表三中有a＝3、b＝8、c＝10符合 三角形任意兩邊長的和大於第三邊 三角形任意兩邊長的差小於第三邊 所以3根、8根、10根可排成三角形
4. 表三中有a＝3、b＝9、c＝9符合 三角形任意兩邊長的和大於第三邊 三角形任意兩邊長的差小於第三邊 所以3根、9根、9根可排成三角形
5. 表四中有a＝4、b＝7、c＝10符合 三角形任意兩邊長的和大於第三邊 三角形任意兩邊長的差小於第三邊 所以4根、7根、10根可排成三角形
6. 表四中有a＝4、b＝8、c＝9符合 三角形任意兩邊長的和大於第三邊 三角形任意兩邊長的差小於第三邊 所以4根、8根、9根可排成三角形
7. 表五中有a＝5、b＝6、c＝10符合 三角形任意兩邊長的和大於第三邊 三角形任意兩邊長的差小於第三邊 所以5根、6根、10根可排成三角形
8. 表五中有a＝5、b＝7、c＝9符合 三角形任意兩邊長的和大於第三邊 三角形任意兩邊長的差小於第三邊 所以5根、7根、9根可排成三角形
9. 表五中有a＝5、b＝8、c＝8符合 三角形任意兩邊長的和大於第三邊 三角形任意兩邊長的差小於第三邊 所以5根、8根、8根可排成三角形
10. 表五中有a＝6、b＝6、c＝9符合 三角形任意兩邊長的和大於第三邊 三角形任意兩邊長的差小於第三邊 所以6根、6根、9根可排成三角形
11. 表五中有a＝6、b＝7、c＝8符合 三角形任意兩邊長的和大於第三邊 三角形任意兩邊長的差小於第三邊 所以6根、7根、8根可排成三角形
12. 表五中有a＝7、b＝7、c＝7符合 三角形任意兩邊長的和大於第三邊 三角形任意兩邊長的差小於第三邊 所以7根、7根、7根可排成三角形
13. 所以21根竹筷共可排出12種三角形
14. 其中有5種等腰三角形
 | 假設已知三邊長皆為整數根已知每次21根全部用完由(1)逐一檢查表一10＋1＞10＞10－110＋10＞1＞10－10逐一檢查表二10＋9＞2＞10－910＋2＞9＞10－29＋2＞10＞9－2逐一檢查表三10＋8＞3＞10－810＋3＞8＞10－38＋3＞10＞8－3逐一檢查表三9＋9＞3＞9－99＋3＞9＞9－3逐一檢查表四7＋4＞10＞7－410＋7＞4＞10－710＋4＞7＞10－4逐一檢查表四9＋8＞4＞9－89＋4＞8＞9－48＋4＞9＞8－4逐一檢查表五6＋5＞10＞6－510＋5＞6＞10－510＋6＞5＞10－6逐一檢查表五7＋5＞9＞7－59＋5＞7＞9－59＋7＞5＞9－7逐一檢查表五8＋5＞8＞8－58＋8＞5＞8－8逐一檢查表五6＋6＞9＞6－69＋6＞6＞9－6逐一檢查表五7＋6＞8＞7－68＋6＞7＞8－68＋7＞6＞8－7逐一檢查表五7＋7＞7＞7－7由(3)~(14)由(3)(6)(11)(12)(14) |

**7：**如圖2.1，ABCD為長方形，P、Q、M為上異於A、D的點，其中M為的中點，則△BPC三邊和、△BQC三邊和、△BMC三邊和的大小關係為何？

**圖2.1**

**想法：**(1) 三角形任意兩邊長的和大於第三邊

 (2) 三角形任意兩邊長的差小於第三邊

 (3) 判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱S.A.S.三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱A.S.A.三角形全等定理
3. 三邊相等三角形全等定理，又稱S.S.S.三角形全等定理

**解：**

|  |  |
| --- | --- |
| 敘述 | 理由 |
| 1. 延長與，且兩線交於E點 連接、，如圖2.1(a)

1. 在△AME與△DMC中， ∠EAM＝∠CDM＝90° ＝ ∠AME＝∠DMC

1. 所以△AME △DMC

1. ＝

1. ＝

1. 所以＝

1. 在△APB與△APE中， ＝ ∠BAP＝∠EAP＝90° ＝

1. 所以△APB △APE

1. ＝

1. 同理可證，在△AQE與△AQB中， ＝

1. 同理可證，在△AME與△AMB中， ＝

1. △EPC中， ＋＞＋＞＋

1. ＋＞＋＞＋

1. ＋＋＞＋＋＞ ＋＋

1. 所以△BPC三邊和＞ △BQC三邊和＞ △BMC三邊和
 | 兩條不互相平行的直線必相交於一點；兩點可決定一直線。**圖2.1(a)**如圖2.1(a)所示已知ABCD為長方形 ＆ (1)作圖已知M為的中點對頂角相等由(2) ＆ A.S.A.三角形全等定理由(3) 對應邊相等已知ABCD為長方形由(4)＝ ＆ (5)＝ 遞移律如圖2.1(a)所示由(6) ＝已證已知ABCD為長方形共同邊由(7) ＆ S.A.S.三角形全等定理由(8) 對應邊相等由(7)~(9)由(7)~(9)如圖2.1(a)Q為△EPC內部一點將(9) ＝ ＆(10) ＝ ＆(11) ＝代入(12)由(13)同加由(14) ＆△BPC三邊和＝＋＋；△BQC三邊和＝＋＋；△BMC三邊和＝＋＋ |