**代數第七章**

**目錄**

[**第七章 一元二次方程式的解法** 1](#_Toc413935216)

[**學習目標** 1](#_Toc413935217)

[**7.1節 認識一元二次方程式** 2](#_Toc413935218)

[**7.1節 習題** 8](#_Toc413935219)

[**7.2節 用因式分解解一元二次方程式** 10](#_Toc413935220)

[**7.2節 習題** 20](#_Toc413935221)

[**7.3節 用配方法解一元二次方程式** 22](#_Toc413935222)

[**7.3節 習題** 35](#_Toc413935223)

[**7.4節 一元二次方程式的公式解** 38](#_Toc413935224)

[**7.4.1節 一元二次方程式解的判別** 40](#_Toc413935225)

[**7.4.2節 用公式解解一元二次方程式** 42](#_Toc413935226)

[**7.4節 習題** 53](#_Toc413935227)

[**7.5節 一元二次方程式的應用題與綜合題** 55](#_Toc413935228)

[**7.5節 習題** 70](#_Toc413935229)

[**第七章綜合習題** 74](#_Toc413935230)

[**基測與會考試題** 78](#_Toc413935231)

[**習題解答** 83](#_Toc413935232)

**第七章 一元二次方程式的解法**

我們已經學過了一元一次方程式與二元一次方程式，在本章中，我們將學習一元二次方程式，並學習用多種方法來解，熟悉一元二次方程式解法後，可以再延伸到二次函數及其圖形。

**學習目標**

1.瞭解什麼是一元二次方程式。

2.能利用因式分解、配方法、公式解找出一元二次方程式的解。

3.能利用判別式判斷一元二次方程式解的種類。

4.能處理一元二次方程式的應用問題。

**7.1節 認識一元二次方程式**

前面的章節中，我們學過了一元一次方程式、二元一次方程式：

一元一次方程式是指只有1個未知數(一元)，未知數最高次數為1(一次)的方程式，

如。

二元一次方程式是指只有2個未知數(二元)，未知數最高次數為1(一次)的方程式，

如。

同樣地，一元二次方程式就是只有1個未知數(一元)，未知數最高次數為2(二次)的方程式，如、

我們先來看看什麼樣的場合會用到一元二次方程式。

**例題 7.1-1**

請依下列敘述列出一元二次方程式：

(1)某三角形的底為公分，高為公分，面積為30平方公分。

(2)小華買了枝原子筆，每枝原子筆售價都是元，小華共花了65元。

(3)與兩數的乘積為6。

**詳解：**

(1)三角形的面積等於底×高×。

列成方程式為 

繼續化簡 

 (等量公理，等號左右同乘以2)





(2)總價等於單價×枝數。

列成方程式為 

繼續化簡 



(3)列成方程式為 

繼續化簡　 



由例題7.7-1可知，生活中有很多情境是可以列成一元二次方程式的。

接著我們再來看看什麼是一元二次方程式的解。

與一元一次方程式相同，只要將一個數代入方程式中的未知數，若能使等號的兩邊相等，則稱此數為該一元二次方程式的解(或根)。

我們試試看－2、－1、0、1、2這些數中有哪幾個是一元二次方程式的解。

－2： ，等號不成立，－2不是此方程式的解。

－1： ，等號成立，－1是此方程式的解。

0： ，等號不成立，0不是此方程式的解。

1： ，等號不成立，1不是此方程式的解。

2： ，等號成立，2是此方程式的解。

因此－1與2都是一元二次方程式的解。

**例題 7.1-2**

### 下列哪些敘述是正確的？

(1) 3是的解 (2) 4是的解

**詳解：**

(1)將代入：

等式成立，因此3是的解。

(2)將代入：

等式不成立，因此4不是的解。

**例題 7.1-3**

### 若是一元二次方程式的解，試求*a*之值。

**詳解：**

是一元二次方程式的解，

也就是將代入方程式，可使等式成立。



 (將代入)



****

****

****

**【練習】7.1-3**

### 若是一元二次方程式的解，試求*a*之值。

若是想找一元二次方程式的解，有一個性質我們必須熟悉：

**若，則或**

我們來證明這個性質：

已知****，我們想利用等量公理，將等式左右都乘以消去*a*，但必須在時才能乘以，故我們先看的情形。

****

 (，利用等量公理，將等式左右都乘以)



即時，可推得。

另一個情形是，即為此性質的另一個結果。

由以上討論可知，若，則或。

利用這個性質，我們可以解一些一元二次方程式。

如要解，我們可以從方程式推得或。

，即；，即。

因此的解為或。

驗算：時，；時，。

**例題 7.1-4**

### 求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

(3)  (4)

**詳解：**

(1)由題目可知，或可使等式成立。

 → 

解為、。

(2)由題目可知，或可使等式成立。

 → 

 → 

解為、。

(3)由題目可知，或可使等式成立。

 → 

 → 

解為、。

(4)

兩個含*x*的式子都相同，時可使等式成立。

 → 

解為。

同學可以驗算看看各題的解是否能使等式成立。

在例題7.1-4(4)中，若是依(1)～(3)的答案寫法，(4)的答案可寫成、2。

像這種兩個解都相同的情形，我們稱為**重根**，也就是一個解重覆出現兩次。

**【練習】7.1-4**

### 求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

(3)  (4)

**例題 7.1-5**

### 若是一元二次方程式的解，試求*a*之值。

**詳解：**

一元二次方程式，或時可使等式成立。

 → 

 → 

依題意，是一個解，且，因此。

驗算：代入方程式得****，此方程式解為2、5，與題意符合。

**【練習】7.1-5**

### 若是一元二次方程式的解，試求*a*之值。

**7.1節 習題**

**習題 7.1-1**

請依下列敘述列出一元二次方程式：

(1)某長方形的長為公分，寬為公分，面積為36平方公分。

(2)小美買了顆蘋果，每顆蘋果售價都是元，小美共花了35元。

(3)與兩數的乘積為10。

**習題 7.1-2**

### 下列哪些敘述是正確的？

(1) 1是的解 (2) 是的解

**習題 7.1-3**

若是一元二次方程式的解，試求*a*之值。

**習題 7.1-4**

### 求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

(3)  (4)

**習題 7.1-5**

若是一元二次方程式的解，試求*a*之值。

**7.2節 用因式分解解一元二次方程式**

在前一節中我們學習了如何找這種已拆成兩式相乘的一元二次方程式的解。那未拆成兩式相乘，如這種形式的方程式又該如何處理呢？

過去章節中，我們曾學過因式分解，也就是能夠將化成。

將轉變成，我們就能輕鬆的找到解為、－2了。

本節中我們將學習利用因式分解來找一元二次方程式的解。

首先來學習直接提出公因式的題型。

**例題 7.2-1**

### 求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

**詳解：**

(1) 

 (直接提出*x*)

、1

(2) 



 (直接提出*x*)

、5

同學可以驗算看看各題的解是否能使等式成立。

**【練習】7.2-1**

### 求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

**例題 7.2-2**

### 求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

**詳解：**

(1) 

 (直接提出)

、2

(2) 



 (直接提出)



、－8

同學可以驗算看看各題的解是否能使等式成立。

**【練習】7.2-2**

### 求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

接下來，我們練習需要利用乘法公式來因式分解的題目。

**例題 7.2-3**

### 求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

**詳解：**

(1) 



 (利用平方差公式)

、3

(2) 





 (利用平方差公式)



、－2

同學可以驗算看看各題的解是否能使等式成立。

**【練習】7.2-3**

### 求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

**例題 7.2-4**

### 求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

**詳解：**

(1) 

 (利用和的平方公式)

 (重根)

(2) 

 (利用差的平方公式)

 (重根)

同學可以驗算看看各題的解是否能使等式成立。

**【練習】7.2-4**

### 求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

除了用直接提出公因式與乘法公式做因式分解外，我們還學過用十字交乘法做因式分解。

**例題 7.2-5**

### 求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

**詳解：**

(1) 

 (利用十字交乘)

、

(2) 

 (利用十字交乘)

、2

同學可以驗算看看各題的解是否能使等式成立。

**【練習】7.2-5**

### 求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

以上是利用因式分解解一元二次方程式的基本題目，接下來讓我們練習一些運算較多變化的題型。

**例題 7.2-6 (先移項再因式分解)**

### 求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

**詳解：**

(1) 



 (利用十字交乘)

、

(2) 







 (利用十字交乘)

、2

同學可以驗算看看各題的解是否能使等式成立。

**【練習】7.2-6**

### 求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

**例題 7.2-7 (先整理係數再因式分解)**

### 求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

**詳解：**

(1) 

 (等號左右兩邊同乘以8)



 (利用乘法公式)

(重根)

(2) 

 (等號左右兩邊同乘以7)



 (利用乘法公式)

、2

同學可以驗算看看各題的解是否能使等式成立。

**【練習】7.2-7**

### 求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

**例題 7.2-8 (係數為文字)**

### 求下列一元二次方程式的解。(各題中*a、b、c*皆不為0)

(1)  (2) 

(3)  (4) 

**詳解：**

(1)  *a* 1

 (利用十字交乘) *a*  *b*

、 1 *b*



(2)  1 *a*

 (利用乘法公式或十字交乘) 1 *a*2

(重根) 1 *a*



(3)  1 *a*

 (十字交乘) 1 *ab*

、－*b* 1 *b*



(4)  *ab c*

 (利用十字交乘) *ab*  *c*

、-1 1 1



驗算：

(1) 將代入：







 可確認為方程式的解。

將代入：





 可確認為方程式的解。

(2) 將代入：





 可確認為方程式的解。

同學可以驗算看看(3)、(4)題的解是否能使等式成立。

**【練習】7.2-8**

### 求下列一元二次方程式的解。(各題中*a、b、c*皆不為0)

(1)  (2)

**例題 7.2-9**

解一元二次方程式

**詳解：**

本題可以活用之前學過的因式分解來計算



 (將－4與*x*2湊成一組)

 (利用平方差公式)

 (提出)





、

同學可以驗算看看此解是否能使等式成立。

**【練習】7.2-9**

解一元二次方程式

**7.2節 習題**

**習題 7.2-1**

### 求下列一元二次方程式的解。

(1) (2)

**習題 7.2-2**

### 求下列一元二次方程式的解。

(1) (2)

**習題 7.2-3**

### 求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

**習題 7.2-4**

### 求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

**習題 7.2-5**

### 求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

**習題 7.2-6 (先移項再因式分解)**

### 求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

**習題 7.2-7 (先整理係數再因式分解)**

### 求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

**習題 7.2-8 (係數為文字)**

### 求下列一元二次方程式的解。(各題中*a、b、c*皆不為0)

(1)  (2) 

**習題 7.2-9**

解一元二次方程式

**7.3節 用配方法解一元二次方程式**

在多項式章節中，我們已經學過根號。如、。

我們也知道，。

那麼今天若是想解一個一元二次方程式，會有什麼答案呢？

因為，所以是一個解。

但再仔細觀察，會發現因為，所以也是一個解。

也就是說的解有3和－3。而3和－3也稱為9的**平方根**。

用文字來表示，一元二次方程式()的解即為與，也可寫為。

**例題 7.3-1**

### 求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

(3) 

**詳解：**

(1) 

 ()

(2) 





 ()

(3) 





同學可以驗算看看各題的解是否能使等式成立。

**【練習】7.3-1**

### 求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

(3) 

在前面的例題7.3-1(3)中，我們可以想成是利用**完全平方式**來找出解。

**完全平方式**：對於一多項式*A*，若能找到另一多項式*B*使得，則稱*A*為完全平方式。例如多項式可以寫成，因此是完全平方式。

若我們想解一元二次方程式，因為沒辦法用因式分解，因此可試著利用乘法公式湊出完全平方式，形成例題7.3-1(3)的形式後再找出解。

 (觀察前兩項，可以發現若是加上1，

就能變成完全平方式，即)

 (等號左右兩邊都加上1)

 (利用乘法公式變成)





至此，方程式便與例題7.3-1(3)相同，可以繼續用例題7.3-1(3) 的計算方法找出解。

像這種利用配成完全平方式，將一元二次方程式變成的形式，再使用平方根的概念來求解的方法，稱為**配方法**。

在正式使用配方法求解以前，我們需要先熟悉如何配出完全平方式。

若有一個式子是□

□要填入什麼數，才能配出完全平方式呢？

回想以前學過的乘法公式：

令，則，

也就是□只要填入，就能配出完全平方式。



配完全平方式時會使用到的乘法公式有 



**例題 7.3-2**

分別將適當的數填入□中，使該式子可以配成一個完全平方式，並將它寫成完全平方的形式。

(1) □ (2) □

(3) □ (4) □

**詳解：**

(1) □

 (，□填入1)

＝ 

(2) □

 (，□填入36)

＝ 

(3) □

 (，□填入)

＝ 

(4) □

 (，□填入)

＝ 

**【練習】7.3-2**

分別將適當的數填入□中，使該式子可以配成一個完全平方式，並將它寫成完全平方的形式。

(1) □ (2) □

(3) □ (4) □

熟悉了如何配出完全平方式後，接下來我們就可以正式用**配方法**來求解。

**例題 7.3-3**

### 求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

(3)  (4)

**詳解：**

(1) 

 (先將常數項移到等號右邊)

 (等號兩邊都加(－2)2)

 (配成完全平方式)





(2) 

 (先將常數項移到等號右邊)

 (等號兩邊都加(－1)2)

 (配成完全平方式)





(3) 

 (先將常數項移到等號右邊)

 (等號兩邊都加)

 (配成完全平方式)







(4) 

 (先將常數項移到等號右邊)

 (等號兩邊都加)

 (配成完全平方式)







同學可以驗算看看各題的解是否能使等式成立。

**【練習】7.3-3**

### 求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

(3)  (4)

**例題 7.3-4 (二次項係數不為1)**

### 求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

(3)  (4)

**詳解：**

若二次項係數不為1，可先利用等量公理，乘上二次項係數的倒數，將二次項係數化為1。

(1) 

 (等號左右都乘以(－1)，二次項係數化為1)



 (將常數項移到等號右邊)

 (等號兩邊都加32)

 (配成完全平方式)





(2) 

 (等號左右都乘以，二次項係數化為1)



 (將常數項移到等號右邊)

 (等號兩邊都加(－1)2)

 (配成完全平方式)







(3) 

 (等號左右都乘以，二次項係數化為1)



 (將常數項移到等號右邊)

 (等號兩邊都加)

 (配成完全平方式)









、2

(4) 

 (等號左右都乘以，二次項係數化為1)



 (將常數項移到等號右邊)

 (等號兩邊都加)

 (配成完全平方式)











我們來驗算看看(1)

將代入，看看是否會等於0。











因此是的解。將代入，看看是否會等於0。











因此是的解。

由以上驗算可知，是的解。

同學可以驗算看看其他題的解是否能使等式成立。

**【練習】7.3-4**

### 求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

(3)  (4)

**例題 7.3-5**

### 求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

(3)  (4)

**詳解：**

(1) 

 (先將常數項移到等號右邊)

 (等號兩邊都加)

 (配成完全平方式)







、

(2) 

 (先將常數項移到等號右邊)

 (等號兩邊都加)

 (配成完全平方式)







、

(3) 

 (先將常數項移到等號右邊)

 (等號兩邊都加)

 (配成完全平方式)







、

(4) 

 (先將常數項移到等號右邊)

 (等號兩邊都加)

 (配成完全平方式)







、

同學可以驗算看看各題的解是否能使等式成立。

**【練習】7.3-5**

### 求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

(3)  (4)

**例題 7.3-6**

### 若，則之值為何？

**詳解：**

由題目知 ****

 (先將常數項移到等號右邊)

 (等號兩邊都加)

 (配成完全平方式)

可知****之值為20。

**【練習】7.3-6**

### 若，則之值為何？

**例題 7.3-7**

### 若方程式可配方成的形式，則*p*的值是多少？

**詳解：**

將化成的形式

由題目知 







可知*p*之值為6。

**【練習】7.3-7**

### 若方程式可配方成的形式，則*p*的值是多少？

**例題 7.3-8**

### 已知，求*a*、*b*之值。

**詳解：**

****

＝ ****

＝ 

與****對照，可知**，→**。

**【練習】7.3-8**

### 已知，求*a*、*b*之值。

**例題 7.3-9**

### 若方程式可利用配方法寫成，試求*p*之值。

**詳解：**

****

****



與****對照，可知**，→**。

**【練習】7.3-9**

### 若方程式可利用配方法寫成，試求*p*之值。

**7.3節 習題**

**習題 7.3-1**

求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

(3) 

**習題 7.3-2**

分別將適當的數填入□中，使該式子可以配成一個完全平方式，並將它寫成完全平方的形式。

(1) □ (2) □

(3) □ (4) □

**習題 7.3-3**

求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

(3)  (4)

**習題 7.3-4 (二次項係數不為1)**

求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

(3)  (4)

**習題 7.3-5**

求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

(3)  (4)

**習題 7.3-6**

若，則之值為何？

**習題 7.3-7**

若方程式可配方成的形式，則*p*的值是多少？

**習題 7.3-8**

已知，求*a*、*b*之值。

**習題 7.3-9**

若方程式可利用配方法寫成，試求*p*之值。

**7.4節 一元二次方程式的公式解**

對於一元二次方程式，目前我們已經學過了利用因式分解與配方法來找出解。

本節我們將討論一般的方程式要如何找出其解。

我們試著用前一節學過的配方法來處理方程式 ()：



 (等號兩邊同乘以)



 (常數項移到等號右邊)

 (等號兩邊同加，配成完全平方)

 (等號左邊化為完全平方)

 (等號右邊通分)

 (等號右邊分數相加)

 (整理式子)

到這一步，我們必須先討論左式與右式之間的關係才能繼續運算。

等號左邊為完全平方式，會大於或等於0，那等號右邊呢？等號右邊的分母為，會大於0 (一開始條件已設)。

等號右邊的分子是，我們分成小於0、等於0和大於0三種情形來討論：

(1) 

即方程式右邊，但方程式左邊是一個完全平方式，必須大於0或等於0。因此方程式**無解**。

(2) 

則原方程式可寫成 



此情形一元二次方程式的解只有一個，稱為**重根**。

(3) 

即方程式右邊，我們將等號兩邊取平方根來計算。



 (等號兩邊取平方根)

 (等號右邊分母化為2*a*)

 (移到等號右邊)



由以上討論，我們知道若是且

則一元二次方程式的解為

(重根時一樣可如此表示，)

這個公式稱為一元二次方程式的**公式解**。

另外稱為方程式的**判別式**，可以用來判別解的種類。

**7.4.1節 一元二次方程式解的判別**

本小節我們會利用方程式的判別式來判斷二元一次方程式解的種類：

(1) ，此方程式**無解**。

(2) ，此方程式有**重根，**。

(3) ，此方程式有**兩相異解(兩相異根)，**。

**例題 7.4.1-1**

### 利用判別式判斷下列方程式解的情形：

(1)  (2) 

(3)  (4) 

**詳解：**

(1) *a*＝1、*b*＝1、*c*＝1



此方程式**無解** 。

(2) *a*＝1、*b*＝1、*c*＝－1



此方程式有**兩相異解** 。

(3) *a*＝1、*b*＝2、*c*＝1



此方程式有**重根**。

(4) *a*＝1、*b*＝－2、*c*＝1



此方程式有**重根**。

**【練習】7.4.1-1**

### 利用判別式判斷下列方程式解的情形：

(1)  (2) 

(3)  (4) 

**例題 7.4.1-2**

### 利用判別式判斷下列方程式解的情形：

(1)  (2) 

(3)  (4) 

**詳解：**

(1) *a*＝3、*b*＝4、*c*＝5



此方程式**無解** 。

(2) *a*＝2、*b*＝－16、*c*＝32



此方程式有**重根** 。

(3) *a*＝5、*b*＝－7、*c*＝－2



此方程式有**兩相異解**。

(4) *a*＝3、*b*＝－3、*c*＝8



此方程式**無解**。

**【練習】7.4.1-2**

### 利用判別式判斷下列方程式解的情形：

(1)  (2) 

(3)  (4) 

**例題 7.4.1-3**

### 若一元二次方程式有兩相異解，試求*a*的範圍。

**詳解：**

一元二次方程式有兩相異解，代表判別式







 (等號兩邊同除以16)



 (等號兩邊同乘以(－1)，不等號方向相反)



即若有兩相異解，則。

**【練習】7.4.1-3**

### 若一元二次方程式無解，試求*a*的範圍。

**例題 7.4.1-4**

### 已知一元二次方程式有重根，試求*b*之值。

**詳解：**

一元二次方程式有重根，代表判別式











即若有重根，則。

**【練習】7.4.1-4**

### 已知一元二次方程式有重根，試求*b*之值。

**7.4.2節 用公式解一元二次方程式**

本小節我們將學習如何用公式找出一元二次方程式的解。

若且，則一元二次方程式的解為

舉例來說，方程式，我們利用公式來求解：

*a*＝3、*b*＝19、*c*＝－14









(1)、 (2)

得解為、

**例題 7.4.2-1**

### 利用公式求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

(3)  (4)

**詳解：**

(1) *a*＝1、*b*＝－3、*c*＝－40









、

(2) *a*＝1、*b*＝－17、*c*＝－60









、

(3) *a*＝1、*b*＝－7、*c*＝8









(4) *a*＝1、*b*＝3、*c*＝－12









同學可以驗算看看各題的解是否能使等式成立。

**【練習】7.4.2-1**

### 利用公式求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

(3)  (4)

**例題 7.4.2-2**

### 利用公式求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

(3)  (4)

**詳解：**

(1) *a*＝6、*b*＝17、*c*＝－45









、(2) *a*＝4、*b*＝29、*c*＝－24









、

(3) *a*＝－1、*b*＝－2、*c*＝8









、

(4) *a*＝－6、*b*＝－1、*c*＝40









、

同學可以驗算看看各題的解是否能使等式成立。

**【練習】7.4.2-2**

### 利用公式求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

(3)  (4)

**例題 7.4.2-3 (重根)**

### 利用公式求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

**詳解：**

(1) *a*＝1、*b*＝12、*c*＝36









(重根)

(2) *a*＝3、*b*＝－18、*c*＝27









(重根)

同學可以驗算看看各題的解是否能使等式成立。

**【練習】7.4.2-3**

### 利用公式求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

**例題 7.4.2-4**

### 利用公式求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

**詳解：**

(1) 這類的題目，我們不需要將乘開，可以將當成一個未知數來計算

*a*＝1、*b*＝3、*c*＝－2





 (得到了之值後，我們再求之值)









(2) 同(1)，我們不需要將乘開，可以將當成一個未知數來計算

*a*＝1、*b*＝－5、*c*＝3





 (得到了之值後，我們再求之值)









**【練習】7.4.2-4**

### 利用公式求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

**7.4節 習題**

**習題 7.4-1**

利用判別式判斷下列方程式解的情形：

(1)  (2) 

(3)  (4) 

**習題 7.4-2**

利用判別式判斷下列方程式解的情形：

(1)  (2) 

(3)  (4) 

**習題 7.4-3**

若一元二次方程式有兩相異解，試求*a*的範圍。

**習題 7.4-4**

已知一元二次方程式有重根，試求*b*之值。

**習題 7.4-5**

利用公式求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

(3)  (4)

**習題 7.4-6**

利用公式求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

(3)  (4)

**習題 7.4-7**

利用公式求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

**習題 7.4-8**

利用公式求下列一元二次方程式的解。

(1)  (2)

**7.5節 一元二次方程式的應用題與綜合題**

在前三節，我們學習了利用因式分解、配方法與公式解找出二元一次方程式的解，本節我們將應用這些學到的方法，來處理應用問題。

利用因式分解求解：

將方程式因式分解成的形式，則解為、。()

利用配方法求解：

將方程式配方成的形式，則解為。()

利用公式求解：

方程式，其解為。()

之前在例題7.1-1，我們只有在情境中列式，現在可以試著求出未知數之值了。

**例題 7.5-1**

試求下列各情境中的*x*之值。

(1)某三角形的底為公分，高為公分，面積為30平方公分。

(2)小華買了枝原子筆，每枝原子筆售價都是元，小華共花了65元。

(3)與兩數的乘積為6。

**詳解：**

(1)三角形的面積等於底×高×。

列成方程式為 



 (等量公理，等號左右同乘以2)







 (利用十字交乘)

、(長度不可為負數，－5不合)

得。

(2)總價等於單價×枝數。

列成方程式為 





 (利用十字交乘)

、(枝數與價格不可為負數，不合)

得。

(3)列成方程式為 





 (利用十字交乘)

、

得、。

**例題 7.5-2**

有一長方形，長為公分，寬為公分，面積為98平方公分，試求其長。

**詳解：**

長方形的面積等於長×寬。

列成方程式為 





這裡我們用公式求解







 、 (代入會使長、寬為負，不合)

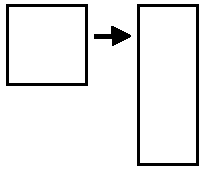
得

長(公分)

答：長為14公分。

**例題 7.5-3**

如圖7.5-1，某正方形，若將其一邊長度



減少2公分，另一邊長度變為2倍，則所

得新長方形面積比原正方形面積多32平

方公分，試求原正方形邊長。

圖7.5-1

**詳解：**

令原正方形邊長為*x*公分，則其面積為*x*2平方公分。

新長方形邊長為公分與公分，面積為平方公分。

新長方形面積比原正方形面積多32平方公分

列成方程式為 







、 (邊長不可為負，不合)

得原正方形邊長為8公分。

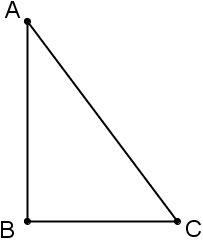
**例題 7.5-4**

如圖7.5-2，有三角形ABC，其中B為直角。

已知、、，

且直角三角形邊長有的關係，

試求三角形ABC之面積。 圖7.5-2



**詳解：**

根據

可列式 









 (利用平方差公式)

、 (長度不可為負，故－4不合)



三角形ABC之面積＝

得三角形ABC面積為24平方單位。

**例題 7.5-5**

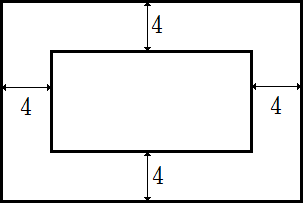
如圖7.5-3，有一張長方形紙片，其長比

寬多8公分。在紙片中間剪去了一塊小

長方形，使剩餘紙片的四周寬度均為4公

分。若原長方形紙片之長為*x*公分，試

回答下列問題： 單位：公分



(1)原長方形的面積為何？(以*x*表示) 圖7.5-3

(2)剪去的小長方形面積為何？(以*x*表示)

(3)剪去小長方形後，剩餘的紙片面積為何？(以*x*表示)

(4)若剩餘紙片的面積，比剪去的小長方形紙片面積多128平方公分，試求

原長方形紙片之長。

**詳解：**

(1) 原長方形紙片之長為*x*公分，則寬為公分。



原長方形紙片面積為平方公分。

(2) 紙片中間減去的小長方形：

長：(公分)

寬：(公分)



小長方形面積為平方公分

(3) 剩餘的紙片面積＝原長方形紙片面積－小長方形面積



剩餘的紙片面積為平方公分。

(4) 剩餘紙片的面積，比剪去的小長方形紙片面積多128平方公分











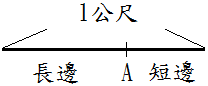
、16 (若，則小長方形寬為0，故不合)

因此原長方形紙片之長為24公分。

**例題 7.5-6**

如圖7.5-4，有一條1公尺長的繩子，在上面取一點A，使繩子分為長邊與短邊，若其長度比例，全長：長邊＝長邊：短邊，試求長邊對短邊的比值。

圖7.5-4



**詳解：**

設長邊長度為*x*公尺，則短邊長度為公尺。

全長：長邊＝長邊：短邊



 (外項乘積等於內項乘積)





 (長度不可為負，負不合)

長邊長度為公尺。

長邊對短邊的比值 ＝全長對長邊的比值 (全長：長邊＝長邊：短邊)

＝

＝

＝

＝

＝

＝

＝

得長邊對短邊的比值為。

**例題 7.5-7**

如圖7.5-5，有一長方形，長邊長度為*x*公尺，

短邊長度為1公尺。若從長方形邊緣切掉一塊

邊長1公尺的正方形後，可使剩下的長方形長

短邊比與原長方形長短邊比相等，試求*x*之值。

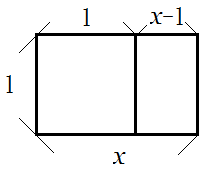


圖7.5-5

**詳解：**

剩下的長方形長短邊比為

原長方形長短邊比為

剩下的長方形長短邊比與原長方形長短邊比相等：



 (外項乘積等於內項乘積)





 (長度不可為負，負不合)

原長方形長邊長度為公尺，。

在例題7.5-6與7.5-7中，都出現了的比值，這個數被稱為黃金比例或黃金分割。

黃金比例構成的圖形被認為是美麗的圖形，現今也有許多藝術品、建築物、電子產品

等應用了黃金比例。

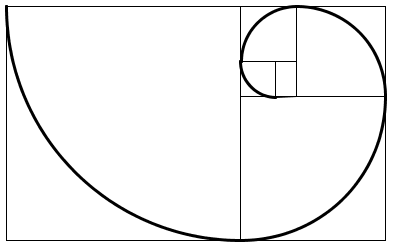


圖7.5-6

圖7.5-6是將例題7.5-7中的長方形繼續用黃金比例分割，再利用分割出來的點畫一條螺旋形的線。自然界中，舉凡海螺的形狀、衛星雲圖中的颱風圖、蜘蛛網的形狀都與這種螺旋線相當相似。

的數值大約是1.618，一個有趣的地方是，1.618的倒數再加上1，大約也是1.618。

≒0.618 

**例題 7.5-8**

如圖7.5-7，有一長250公分的梯子靠在牆上，若牆腳到梯頂的距

離比牆腳到梯腳的距離多50公分，試求牆腳到梯腳的距離。

(牆與地面垂直，直角三角形斜邊平方等於兩股平方和)

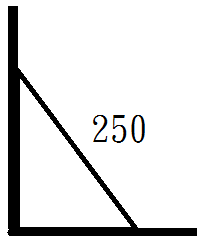


圖7.5-7

**詳解：**

令牆腳到梯腳的距離為公分，則牆腳到梯頂的距離為公分。

牆與地面垂直，因此可將梯子與牆面、地面所構成圖形視為直角三角形，斜邊長為250公分，兩股長分別為公分與公分，如圖7.5-8。  
直角三角形斜邊平方等於兩股平方和，可列式：





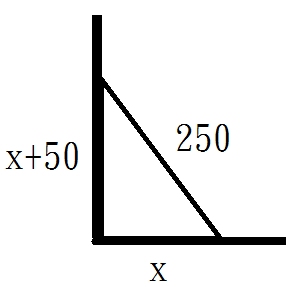








、－200 (長度不可為負，負不合) 圖7.5-8



得牆腳到到梯腳的距離為150公分。

**例題 7.5-9**

一袋蕃茄分給*x*人，每人分得顆蕃茄且沒有剩下，若一袋蕃茄有72顆，請問每人分得多少顆蕃茄？

**詳解：**

蕃茄總數等於人數×每人分得的顆數。

列成方程式為 







、(人數不可為負數，－9不合)

得。

每人分得顆數為

答：每人分得9顆蕃茄。

**例題 7.5-10**

一袋蕃茄分給*x*人，每人分得顆蕃茄且沒有剩下。若改為分給7人，則每人分得顆，剩下5顆，請問這袋蕃茄共有幾顆？

**詳解：**

蕃茄總數等於人數×每人分得的顆數。

分給*x*人，每人分得顆蕃茄且沒有剩下→蕃茄總數

分給7人，每人分得顆，剩下5顆→蕃茄總數

列成方程式為  (等號兩邊都代表蕃茄總數，故相等)









、(人數不可為負數，－4不合)

得。

蕃茄總數為

答：這袋蕃茄共有110顆。

**例題 7.5-11**

某遊樂園，基本門票價格為每人200元。現在放出團體票優惠，若一次買超過20張門票，則每增加1張，每張門票減5元。例如買22張門票，則每張門票為190元。若現在小明買門票共花4455元，請問小明共買了幾張門票？

**詳解：**

我們先看看小明買的門票是否有超過20張。

若買20張，則總價為，，可知小明買的門票超過20張。

設小明買的門票比20張又多出*x*張，也就是張。則門票單價為元。

總價＝門票數門票單價









，得或

因此小明可能買了33張或27張門票。

我們來驗算看看：

，則門票共33張，單價為135元，總價為，符合題意。

，則門票共27張，單價為165元，總價為，符合題意。

**例題 7.5-12**

已知三個連續整數的平方和為302，試求此三個連續整數。

**詳解：**

令三個連續整數為、、

三個連續整數的平方和為302：















、10

若，另外兩個整數為－9、－11。

若，另外兩個整數為9、11。

此三個連續整數可能為－9、－10、－11或9、10、11。

**例題 7.5-13**

若某一元二次方程式的兩根為2和－5，試求*b、c*之值。

**詳解：**

一元二次方程式的兩根為2和－5，則此方程式可寫為：





與對照，可得、

**例題 7.5-14**

一元二次方程式的解為－2和3，其中、，且、，試求之值。

**詳解：**

的解為－2和3

*a、b、c、d*的關係為下列兩種情形之一：

(1)  或 

(2)  或 

情形(1)：

 →  →  → 

與題目矛盾，可知正確的情形應為(2)

情形(2)：

 →  →  → 

 →  →  → 



**例題 7.5-15**

若，試求

**詳解：**

題目求，因為所求的一次項係數為5，我們也將方程式分組湊出的一次項係數為5的式子。



 (1、4一組，2、3一組)



 (令)









得或5

即或5

驗算：

(1)  代入



與題意相合。

(2)  代入



與題意相合。

**7.5節 習題**

**習題 7.5-1**

試求下列各情境中的*x*之值。

(1)某長方形的長為公分，寬為公分，面積為36平方公分。

(2)小美買了顆蘋果，每顆蘋果售價都是元，小美共花了35元。

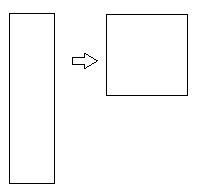
(3)與兩數的乘積為10。

**習題 7.5-2**

有一三角形，底為公分，高為公分，面積為90平方公分，試求其底。

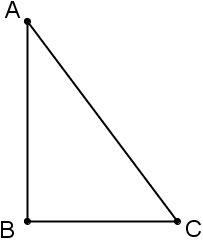
**習題 7.5-3**

如右圖，某長方形，其長為寬的3倍多1公分，若將其寬度變為2倍，長度減少4公分，則得新正方形，面積比原長方形面積多6平方公分，試求原長方形的寬。



**習題 7.5-4**

如右圖，有三角形ABC，其中B為直角。已知、

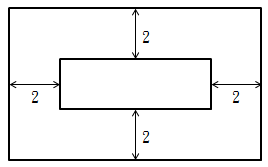


、，且直角三角形邊長有

的關係，試求三角形ABC之周長。

**習題 7.5-5**

如右圖，有一張長方形紙片，其長比寬多4公分。



在紙片中間剪去了一塊小長方形，使剩餘紙片的四

周寬度均為2公分。若原長方形紙片之長為*x*公分，

試回答下列問題：

(1)原長方形的面積為何？(以*x*表示)

(2)剪去的小長方形面積為何？(以*x*表示)

(3)剪去小長方形後，剩餘的紙片面積為何？(以*x*表示)

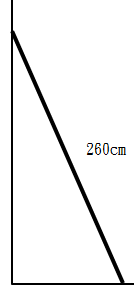
(4)若剩餘紙片的面積，比剪去的小長方形紙片面積多36平方公分，試求

原長方形紙片之長。

**習題 7.5-6**

若將一正方形的一邊減少2公分，另一邊變成原來的3倍，則所得新長方形的面積比原正方形的面積多20平方公分，求原正方形的邊長是多少公分？

**習題 7.5-7**



如右圖，有一長260公分的梯子靠在牆上，若牆腳到梯頂的距

離比牆腳到梯腳的距離多140公分，試求牆腳到梯腳的距離。

(牆與地面垂直，直角三角形斜邊平方等於兩股平方和)

**習題 7.5-8**

端午節媽媽包了若干顆粽子，每顆綁成一捆，恰可綁成捆，若吃掉4捆後，還剩粽子32顆，請問媽媽總共包了幾顆粽子？

**習題 7.5-9**

一袋糖果分給人，每人分得顆糖果且沒有剩下。若改為分給10人，則每人分得顆，剩下1顆，請問這袋糖果共有幾顆？

**習題 7.5-10**

某游泳班預定招生20人，每人收費300元，但人數若少於20人，每減少1人，則每人要加收10元。已知該游泳班共收到5040元，請問共有多少人參加？

**習題 7.5-11**

已知三個連續整數的平方和為77，試求此三個連續整數。

**習題 7.5-12**

若某一元二次方程式的兩根為3和，試求*b、c*之值。

**例題 7.5-13**

若，試求？

# **第七章綜合習題**

**習題 1：**

解下列一元二次方程式

(1) 

(2) 

(3) 

(4) 

(5) 

(6) 

(7) 

(8) 

(9) 

(10) 

**習題2：**

利用配方法，解下列一元二次方程式

(1) 

(2) 

(3) 

(4) 

**習題3：**

利用公式解，解下列一元二次方程式

(1) 

(2) 

(3) 

(4) 

**習題4：**

若為方程式的解，則？

**習題5：**

若是方程式的解，求值及方程式的另一根。

**習題6：**

若方程式與有相同的解，則？

**習題7：**

若方程式無解，則的範圍為何？

**習題8：**

設的兩根為、，則？

**習題9：**

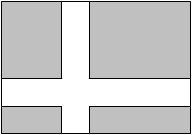
有一三角形的底是公分，高是公分，且其面積是7平方公分，則底是多少公分？

**習題10：**

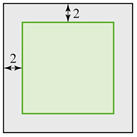
若將一正方形的一邊減少2公分，另一邊變成原來的3倍，則所得新長方形的面積比原正方形的面積多20平方公分，求原正方形的邊長是多少公分？

**習題11：**

如右圖，在長20公尺、寬14公尺的長方形草地內部開闢一條等寬的十字形道路，已知道路與草地的長寬平行，若剩下的草地面積為187平方公尺，則十字形道路的寬應是多少公尺？



**習題12：**



如右圖，沿著正方形菜園的四周鋪上一條寬2公尺的道路，若菜園面積與道路面積相等，問菜園的邊長為多少？

**習題13：**

某補習班預定招收30名學生，每人收費1000元，但人數若少於30人，則每減少1人，每人要加收50元。已知該補習班共收到31200元，請問共招收多少名學生？

**習題14：**

已知，則？

**習題15：**

設的兩根為、，且，則？

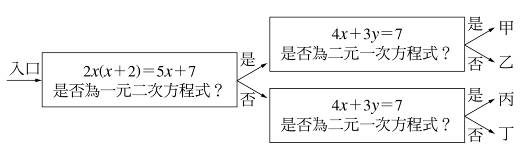
# **基測與會考模擬試題**

( ) 1. 如下列何者可為方程式的解？【90(一)基測】

(A) －ˉ (B) － ˉ(C) ˉ (D) 

( ) 2. 如圖，有一個數學遊戲如下，由左方入口進入，按框框內的指示判斷正確的路徑，則最後到達哪一個地方？【90(一)基測】

(A)甲ˉ(B)乙ˉ(C)丙ˉ(D)丁



( ) 3. 如不是下列哪一個方程式的解？【93(一)基測】

(A)  (B)  (C) 

(D) 

( ) 4. 如、為方程式的兩根，且，則？【94(一)基測】

(A) 　 (B) 　 (C)  　(D) 

( ) 5. 已知方程式的兩根為，則下列何者可為方程式的解？【95(二)基測】

(A)  (B)  (C)  (D) 

( ) 6. 將一元二次方程式化成的型式，則？【96(一)基測】

(A) －4 (B) 4 (C) －14 (D) 14

( ) 7. 用配方法將化成的形式，求？【98(二)基測】

(A) 16　 (B) 21　 (C) －20 　(D) －14

( ) 8. 若為方程式的一根，為方程式的一根，且、都是正數，則之值為何？【99(一)基測】

(A) 5　 (B) 6　 (C) 　(D) 

( ) 9. 關於方程式的兩根，下列判斷何者正確？【100(一)基測】

(A)一根小於1，另一根大於3 (B)一根小於－2，另一根大於2

(C)兩根都小於0 (D)兩根都大於2

( ) 10. 用配方法將化成的形式，求之值為何？【100(二)基測】

1. 5　 (B) 7　 (C) －1　 (D) －2

( ) 11. 小傑用長為公分的竹筷去量一張長方形的紙，發現紙的長度比竹筷的兩倍長少1公分，寬比竹筷長多2公分。已知紙的面積為3000平方公分，依題意下列哪一個一元二次方程式是正確的？【90(二)基測】

(A) ˉ (B) 

(C)  (D) 

( ) 12. 對於方程式根的敘述，下列何者正確？【91(一)基測】

(A)方程式只有一根，而且這個根是正數

(B)方程式有兩根，而且兩根的正、負號相同

(C)方程式一根為正數，一根為負數

(D)方程式無解

( ) 13. 小風想利用一個遊戲的方法問出兩位朋友的年齡。他說：「將你的年齡，先減5，再平方，最後加上25。所出現的數字將會是你今天的幸運數字喔！」阿珠說：「我是89耶！」阿花說：「我的是146！」若阿珠的年齡是，阿花的年齡是，則的值會落在下列哪一個範圍內？【91(二)基測】

(A) ˉ (B) 

(C) ˉ (D) 

( ) 14. 樂樂以配方法解，可得。求？【91(二)基測】

(A) －6ˉ(B) －3ˉ(C) 6ˉ(D) 3

( ) 15. 下列有關的敘述，何者不正確？【92(一)基測】

(A) 是方程式的一個解

(B)在數線上可以找到坐標為的點

(C) 

(D) 

( ) 16. 若一元二次方程式的兩根為、，且，則？【92(二)基測】

(A) －53 (B) 15 (C) 55 (D) 21

( ) 17. 利用配方法將化成的形式，則？【93(二)基測】

(A) 9 (B) 12 (C) 13 (D) 25

( ) 18. 已知可配方成的型式、請問可配方成下列何種型式？【94(二)基測】

(A) 　 (B) 

(C) 　 (D) 

( ) 19. 下列哪一個選項為方程式的兩根？【95(一)基測】

(A) 、 (B) 、 (C) 、 (D) 、

( ) 20. 若、為方程式的兩根，則下列敘述何者正確？【95(一)基測】

(A) 為247的平方根 (B) 為247的平方根

(C) 為247的平方根 (D) 為247的平方根

( ) 21. 已知方程式的兩根為、，其中，則下列哪一個選項是正確的？【95(一)基測】

(A)  (B)  (C)  (D) 

( ) 22. 下列何者為一元二次方程式的解？【96(一)基測】

(A) 或 (B) 或

(C) 或 (D) 或*x*＝－或

( ) 23. 關於方程式的解，下列敘述何者正確？【97(一)基測】

(A)無解　(B)有兩正根　(C)有兩負根　(D)有一正根及一負根

( ) 24. 若、為方程式的兩根，且，則？【97(二)基測】

(A) 5　 (B) 10 　(C) －6　(D) －8

( ) 25. 若、為方程式的兩根，且，則？【98(一)基測】

(A) －5 (B)－4　 (C) 1　 (D) 3

( ) 26. 已知一元二次方程式的兩根均為整數，且為二位數，求的個位數字與十位數字相差為何？【98(二)基測】

(A) 0　 (B) 1　 (C) 4　 (D) 6

( ) 27. 若一元二次方程式的兩根為0、2，則之值為何？【100北北基】

(A) 2　 (B) 5　 (C) 7　 (D) 8

( ) 28. 若方程式的兩根均為正數，其中為整數，則的最小值為何？【100(二)基測】

(A) 1　 (B) 8　 (C) 16　 (D) 61

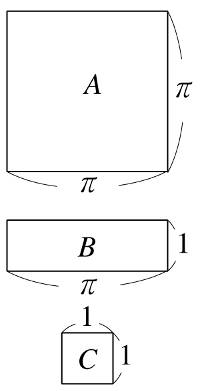
( ) 29. 若一元二次方程式的兩根為、，且，則之值為何？【101基測】

(A) －57　 (B) 63　 (C) 179　 (D) 181

( ) 30. 若一元二次方程式的兩根為，其中、為兩數，則之值為何？【102基測】

(A)  (B)  (C) 3 (D) 5

( ) 31. 如圖，有*A*型、*B*型、*C*型三種不同的紙板，其*A*型：邊長為公分(為圓周率)的正方形，共有7塊；*B*型：長為公分，寬為1公分的長方形，共有17塊；*C*型：邊長為1公分的正方形，共有12塊。從這36塊紙板中，拿掉一塊紙板，使得剩下的紙板在不重疊的情況下，可以緊密的排出一個大長方形，請問拿掉的是哪一種紙板？【91(二)基測】



(A)*A*型ˉ(B)*B*型ˉ(C)*C*型ˉ(D)完全不用拿掉，就可排出一個大長方形

( ) 32. 已知、為方程式的兩根，且，利用下表，求之值最接近下列哪一數？【94(二)基測】



(A) 0　 (B) 2　 (C) 37　 (D) 52

( ) 33. 若為正數且方程式的兩根均為整數，則可能為下列哪一數？【96(二)基測】

(A) 　(B)  (C) 　(D) 

**習題解答**

**7.1練習解答**

**練習7.1-3**



**練習7.1-4**

(1)或 (2)或

(3)或 (4)(重根)

**練習7.1-5**



**7.1習題解答**

**7.1-1** (1)  
(2)  
(3)

**7.1-2** (1)等式成立 (2)等式成立

**7.1-3** 

**7.1-4** (1)或  
(2)或  
(3)或  
(4)(重根)

**7.1-5** 

**7.2練習解答**

**練習7.2-1**

(1)或 (2)或

**練習7.2-2**

(1)或 (2)或

**練習7.2-3**

(1)或 (2)或

**練習7.2-4**

(1)(重根) (2)(重根)

**練習7.2-5**

(1)或 (2)或

**練習7.2-6**

(1)或 (2)或

**練習7.2-7**

(1)(重根) (2)或

**練習7.2-8**

(1)(重根) (2)或

**練習7.2-9**

或

**7.2習題解答**

**7.2-1** (1)或 (2)或

**7.2-2** (1)或 (2)或

**7.2-3** (1)或 (2)或

**7.2-4** (1)(重根) (2)(重根)

**7.2-5** (1)或 (2)或

**7.2-6** (1)或 (2)或

**7.2-7** (1)(重根) (2)或

**7.2-8** (1)或 (2)(重根)

**7.2-9** 或

**7.3練習解答**

**練習7.3-1**

(1) (2)

(3)

**練習7.3-2**

(1)□， (2)□，

(3)□， (4)□，

**練習7.3-3**

(1) (2)

(3) (4)

**練習7.3-4**

(1) (2)

(3) (4)

**練習7.3-5**

(1)或 (2)或

(3)或 (4)或

**練習7.3-6**

29

**練習7.3-7**

19

**練習7.3-8**

、

**練習7.3-9**

8

**7.3習題解答**

**7.3-1** (1) (2)  
(3)

**7.3-2** (1)□，   
(2)□，  
(3)□，  
 (4)□，

**7.3-3** (1) (2)  
(3) (4)

**7.3-4** (1) (2)  
(3)或 (4)

**7.3-5** (1)或   
(2)或  
(3)或  
(4)或

**7.3-6** 40

**7.3-7** 

**7.3-8** 、

**7.3-9** 3

**7.4練習解答**

**練習7.4.1-1**

(1)兩相異解 (2)重根

(3)無解 (4)兩相異解

**練習7.4.1-2**

(1)兩相異解 (2)無解

(3)重根 (4)無解

**練習7.4.1-3**



**練習7.4.1-4**



**練習7.4.2-1**

(1)或 (2)或

(3) (4)

**練習7.4.2-2**

(1)或 (2)或

(3)或 (4)

**練習7.4.2-3**

(1)(重根) (2)(重根)

**練習7.4.2-4**

(1) (2)

**7.4習題解答**

**7.4-1** (1)兩相異解 (2)無解  
(3)重根 (4)重根

**7.4-2** (1)兩相異解 (2)重根  
(3)無解 (4)無解

**7.4-3** 

**7.4-4** 

**7.4-5** (1)或 (2)或  
(3) (4)

**7.4-6** (1)或  
(2)或  
(3)或   
(4)或

**7.4-7** (1)(重根) (2)(重根)

**7.4-8** (1) (2)

**7.5習題解答**

**7.5-1** 答：  
(1) (2)  
(3)或

**7.5-2** 答：底為18公分

**7.5-3** 答：長方形寬3公分

**7.5-4** 答：12單位

**7.5-5** 答：  
(1)平方公分  
(2)平方公分  
(3)平方公分  
(4)10公分

**7.5-6** 答：5公分

**7.5-7** 答：100公分

**7.5-8** 答：48顆

**7.5-9** 答：51顆

**7.5-10** 答：14人

**7.5-11** 答：、、或、、

**7.5-12** 答：、

**7.5-13** 答：或

**第七章綜合習題**

**1.**答：

(1) (重根)

(2) 

(3) 或

(4) 或

(5) 或

(6) 或

(7) 或

(8) 或

(9) 或

(10) 或

**2.**答：

(1) 

(2) 

(3) 

(4) 

**3.**答：

(1) 

(2) 

(3) 或

(4) 

**4.**答：

**5.**答：，另一根

**6.**答：

**7.**答：

**8.**答：

**9.**答：14公分

**10.**答：設原正方形邊長為，則新長方形的兩邊長分別為、  
新長方形的面積比原正方形多20  
  
  
或(負不合)  
正方形邊長為5公分

**11.**答：設十字形道路的寬為公尺，扣除道路寬度後草地面積為長、寬的長方形  
  
  
  
或(超過原長方形的長，不合)  
十字形道路的寬為3公尺

**12.**答：設正方形菜園的邊長為，四周鋪上寬2公尺的道路後成一邊長的大正方形。且菜園面積與道路面積相等  
道路面積大正方形面積菜園面積  
  
  
或(負不合)  
菜園邊長為公尺

**13.**答：設補習班人數比30少人，所以學生有人，且每位學生須繳交元  
  
  
  
或  
所以學生有人

或人

**14.**答：

**15.**答：

**基測與會考模擬試題解答**

1. 《答案》(C)

詳解：  → ，或

2. 《答案》(A)

詳解：  → 僅有一未知數且為2次方，故為一元二次方程式；有二未知數、且皆為1次方，故為二元一次方程式

3. 《答案》(D)

詳解： (A) →   
(B) →  →  → 或  
(C) → 或  
(D) → 判別式 → 無解

4. 《答案》(C)

詳解： 、為的兩根且，解方程式或 → 、，所以

5. 《答案》(B)

詳解：  →  → 利用配方法可得   
→  → 由題目可得 → 或   
→ 或

6. 《答案》(D)

詳解： 將化成 →  →  → 

7. 《答案》(A)

詳解： 用配方法將化成 →   
 → 、 → 

8. 《答案》(B)

詳解： 為的一根、為的一根，且、都是正數  
解方程式 →  (，) →   
解方程式 →  (，) →   


9. 《答案》(A)

詳解： 解方程式 →  ()  
→ 或

10. 《答案》(A)

詳解： 用配方法將化成 →   
 → 、、 → 

11. 《答案》(D)

詳解： 竹筷長為公分，長方形紙長度為、寬度為，面積為3000平方公分  
面積長寬， → 

12. 《答案》(C)

詳解： 解方程式 →  →   
 → 或 → 根為一正數、一負數

13. 《答案》(D)

詳解： 依題意將年齡先減5，再平方，最後加上25，所出現的數字為幸運數字  
阿珠年齡 →  →  →  →或(年齡不為負)  
阿花年齡 →  →  →  →或(年齡不為負)  
會落在

14. 《答案》(B)

詳解： 以配方法解，可得 → 兩邊同時平方  
 →同乘2， →  → 

15. 《答案》(C)

詳解： (A)解得  
(B)由畢氏定理知，繪出直角三角形，其斜邊即可得的長度(例：兩股為1、3的直角三角形，其斜邊長即為)  
(C)為最簡根式不可化簡，，是不正確的  
(D)

16. 《答案》(D)

詳解： 、為的兩根且，解方程式，或 → 、，所以

17. 《答案》(B)

詳解： 利用配方法  
、、 →  → 

18. 《答案》(B)

詳解： 可配方成 →  →  → 、  
  
 →  → 

19. 《答案》(A)

詳解：  → 或

20. 《答案》(D)

詳解： 、為的兩根 → 、為247的平方根  
 → 、為247的平方根

21. 《答案》(C)

詳解： 方程式的兩根為、，其中 → 、  
(A)  (B)  (C)  (D) 

22. 《答案》(A)

詳解： 解方程式 →  →    
→ 或

23. 《答案》(D)

詳解： 解方程式 → 先化簡為 →   
 → (得知有一正根及一負根)

24. 《答案》(D)

詳解： 方程式有、兩根，且，解此方程式  
 →  →  →  → 或 → 

25. 《答案》(A)

詳解： 方程式的兩根為、，且 → 解此方程式   
→  →  →或 → 

26. 《答案》(C)

詳解： 的兩根均為整數，依此有以下分解方式  
、、、、  
所以可能為-15、15、-6、6、0，又依題意且為二位數，僅有15符合，故其個位數字與十位數字的差為

27. 《答案》(B)

詳解： 的兩根為0、2，將兩根代入即可得、的關係式  
代入 →  →  →  → 

28. 《答案》(B)

詳解： 方程式的兩根均為正數，解此方程式得()  
 → 且為整數 ()，所以的最小值為8

29. 《答案》(D)

詳解： 方程式的兩根為、，且 → 解此方程式 → 或 → 

30. 《答案》(B)

詳解： 的兩根為 →  →  →   
、 → 

31. 《答案》(A)

詳解： A型7塊，面積為；B型17塊，面積為；C型12塊，面積為1。合併後總面積為，若面積可因式分解成兩式相乘，即代表可排成長方形(兩式分別為長與寬)。試取掉各型紙板：  
拿掉一塊A後的面積 →  (可分解，表示可排成長、寬分別為、的長方形)  
拿掉一塊B後的面積→，無法再分解  
拿掉一塊C後的面積→，無法再分解  
沒拿掉任何一塊的面積→，無法再分解

所以拿掉一塊A型紙板後可排成一個大長方形

32. 《答案》(D)

詳解： 方程式的兩根為、，且 → 解此方程式 →  
、 →   
由表知，，最接近52

33. 《答案》(B)

詳解： 的兩根均為整數，需可分解為相差1的兩數乘積  
(A) ，無法分解為相差1的兩數乘積  
(B) ，僅此數可分解為  
(C) ，無法分解為相差1的兩數乘積  
(D) ，無法分解為相差1的兩數乘積