**代數第五章**

**目錄**

[**第五章 多項式 1**](#_Toc413246319)

[**學習目標 1**](#_Toc413246320)

[**5.1節 多項式 2**](#_Toc413246321)

[**5.1.1節 認識多項式 2**](#_Toc413246322)

[**5.1.2節 多項式化簡 9**](#_Toc413246323)

[**5.1節 習題 11**](#_Toc413246324)

[**5.2節 多項式的四則運算 13**](#_Toc413246325)

[**5.2.1節 多項式的加減法運算 13**](#_Toc413246326)

[**5.2.2節 多項式的乘法運算 20**](#_Toc413246327)

[**5.2.3節 多項式的除法運算 28**](#_Toc413246328)

[**5.2節 習題 39**](#_Toc413246329)

[**5.3節 多項式的乘法公式 43**](#_Toc413246330)

[**5.3.1節 兩式相乘公式 44**](#_Toc413246331)

[**5.3.2節 和的平方公式 48**](#_Toc413246332)

[**5.3.3節 差的平方公式 52**](#_Toc413246333)

[**5.3.4節 平方差公式 56**](#_Toc413246334)

[**5.3.5節 其他乘法公式 61**](#_Toc413246335)

[**5.3節 習題 66**](#_Toc413246336)

[**5.4節 乘法公式在根號的應用 71**](#_Toc413246337)

[**5.4.1節 根號的運算規則 72**](#_Toc413246338)

[**5.4.2節 乘法公式在根號運算的應用 76**](#_Toc413246339)

[**5.4節 習題 81**](#_Toc413246340)

[**5.5節 多項式與乘法公式的應用題與綜合題 83**](#_Toc413246341)

[**5.5節 習題 96**](#_Toc413246342)

[**第五章綜合習題 101**](#_Toc413246343)

[**基測與會考模擬試題 105**](#_Toc413246344)

[**習題解答 111**](#_Toc413246345)

**第五章 多項式**

在本章中，我們將學習多項式與乘法公式的運算。在瞭解這些觀念後，未來可以再延伸應用到一元二次方程式與二次函數等章節。

**學習目標**

1.瞭解什麼是多項式。

2.能進行多項式的四則運算。

3.能活用乘法公式進行運算。

4.能利用乘法公式將根式化簡。

**5.1節 多項式**

前面的章節中，我們學了一元一次式，例如、、等。

其中像只有一個項，我們也稱為**單項式**。

**單項式**： 1. 運算只有乘法和次方，不可有加減運算（除法可視為乘以分數）。

2. 變數不可放在分母、指數、根號或絕對值的位置。

例如：、、、這些都可稱為單項式。(※)

接著我們再來看看本章要介紹的**多項式**。

顧名思義，**多項式**即是1個或若干個單項式用加減符號組成的代數式。

譬如、、、、可稱為多項式。

而、、、等皆不為多項式。

我們首先要認識多項式的次數、係數等有關名詞。接著再介紹多項式排列的兩種方法：升冪排列、降冪排列以及多項式的同類項合併。

※ 即*x*的二次方，也就是。同理即*x*的三次方，也就是。

**5.1.1節 認識多項式**

讓我們來認識多項式各組成要素的名稱：

**元**： 在多項式中，變數的數量。

第一章我們學過一元一次式如，變數只有1個*x*，可稱為一元多項式。

第三章學過二元一次式如，變數有*x*和*y*共2個，可稱為二元多項式。



**次數**： 在多項式中，變數的最高次數就是這多項式的次數。

例：多項式，*x*的最高次數是3，這個多項式稱為三次多項式。



多項式，*x*的最高次數是2，這個多項式也可以簡稱為二次式。



若是多元多項式如，中*x*的次數是3，*y*的次數是2，合起來是5，則這個多項式為五次多項式。



**項**： 在多項式中，加減號分開的每一部分，連同它前面的符號，稱為一個項。

例：多項式，有三個項，分別為、、。



**係數**： 一個多項式中，未知數以外的部分，連同其前面的符號叫做係數。

例：是跟*x*的乘積，是*x*的係數。



**常數項**： 在多項式中，如某一個項只是一個數字，而不包含任何的未知數，

稱為常數項。例：這個多項式中，1為這個多項式的常數項。



**常數多項式**： 多項式只含有常數項，稱為常數多項式。

**常數多項式又可細分為零次多項式與零多項式：**

**零次多項式**： 次數為0且常數項不為0的多項式，例：為零次多項式，



5, 8,π也都是零次多項式。

**零多項式**： 若此多項式為0，即為零多項式。

**例題 5.1.1-1**

試判斷下列各選項是否為多項式，如果不是，請寫出理由來：

(1) (2) (3) (4) (5) 2



(6) (7) (8) (9) (10)



**詳解：**

(1)是。 (2)不是，因為*x*在絕對值內。

(3)是。 (4)不是，因為*x*不能在分母。

(5)是。 (6)是。

(7)不是，因為*x*不能在根號內。 (8)不是，因為*x*不能在指數內。

(9)是。 (10)是。

**【練習】5.1.1-1**

試判斷下列各選項是否為多項式，如果不是，請寫出理由來：

(1) (2) (3) (4) (5) 3



(6) (7) (8) (9) (10)



**例題 5.1.1-2**

請寫出下列各多項式的次數：

(1) (2) (3) (4)



**詳解：**

(1)最高次項的次數為3，是三次多項式。



(2) 最高次項的次數為1，是一次多項式。



(3) 19的次數為0，是零次多項式。(19也可以想成是)



(4) 最高次項，*x*的次數為2，*y*的次數為1，合起來是3，是三次多項式。



**【練習】5.1.1-2**

請寫出下列各多項式的次數：

(1) (2) (3) (4)



**例題 5.1.1-3**

請寫出多項式各項的係數：



(1)項的係數為？ (2)項的係數為？



(3)項的係數為？ (4)常數項的係數為？



**詳解：**

(1)項為，係數為4。



(2)項為，係數為－2。



(3)沒有項，係數為0。(可以想成是)



(4)常數項為1，係數為1。

**【練習】5.1.1-3**

請寫出多項式各項的係數：



(1)項的係數為？ (2) 項的係數為？



(3) 項的係數為？ (4)常數項的係數為？



**例題 5.1.1-4**

配合題：

(A)二次多項式 (B)一次多項式 (C)常數多項式

(D)零次多項式 (E)零多項式 (F)一元一次式

將以上代號填入下面符合的式子中：(可重覆)

(1) 是（　　　　　　　　　　　　　）



(2) 是（　　　　　　　　　　　　　）



(3) 是（　　　　　　　　　　　　　）



(4) 是（　　　　　　　　　　　　　）



**詳解：**

(1)最高次數為1，為一次多項式，也是一元一次式，填入(B)、(F)。



(2)最高次數為2，為二次多項式，填入(A)。



(3)的次數為0，為常數多項式，常數項不為0，也是零次多項式，填入(C)、(D)。



(4)0為常數多項式，也是零多項式，填入(C)、(E)。

**【練習】5.1.1-4**

配合題：

(A)二次多項式 (B)一次多項式 (C)常數多項式

(D)零次多項式 (E)零多項式 (F)一元一次式

將以上代號填入下面符合的式子中：(可重覆)

(1) 是（　　　　　　　　　　　　 　 ）



(2) 是（　　　　　　　　　　　　 ）



(3) 是（　　　　　　　　　　　　　 ）



(4) 是（　　　　　　　　　　　　　 ）



**降冪排列**與**升冪排列**：

一個多項式，將未知數的次數由高而低，由左而右的順序排列，稱為**降冪排列**。

反之，將未知數的次數由低而高，由左而右的順序排列，稱為**升冪排列**。

例如：

是不規則的排列



為降冪排列



為升冪排列



習慣上我們都會將整理完的多項式寫成**降冪排列**。

**例題 5.1.1-5**

多項式A＝



(1)將多項式A按降冪排列

(2)將多項式A按升冪排列

**詳解：**

(1)



(2)



**【練習】5.1.1-5**

多項式B＝



(1)將多項式B按降冪排列

(2)將多項式B按升冪排列

**5.1.2節 多項式化簡**

在學多項式的各種運算之前，我們要先會化簡多項式。

在多項式中，如果某一項次與另一項次的文字與次數相同，我們就稱之為**同類項**。

例：在多項式中，與的次數相同，都是2，則我們可以將這兩個同類項做合併，得到比較簡潔的式子。



＝



＝ 像這種合併的動作，稱為**同類項合併**。



**例題 5.1.2-1**

(A) (B) (C) (D) (E) (F)



(1)上面選項中，與是同類項的有（　　　　　　　　　　　　　）。



(2)上面選項中，與是同類項的有（　　　　　　　　　　　　　）。



(3)上面選項中，與是同類項的有（　　　　　　　　　　　　　）。



**詳解：**

(1)的次數是2，同樣次數是2的選項有(B)、(D)。



(2)，次數是1，同樣次數是1的選項有(A)、(F)。



(3)的次數是0，同樣次數是0的選項有(C)。



※可以想成是，次數為0。



**【練習】5.1.2-1**

(A) (B) (C) (D) (E) (F)



(1)上面選項中，與是同類項的有（　　　　　　　　　　　　　）。



(2)上面選項中，與是同類項的有（　　　　　　　　　　　　　）。



(3)上面選項中，與是同類項的有（　　　　　　　　　　　　　）。



**例題 5.1.2-2**

將下列各多項式做同類項合併：

(1) (2)



(3) (4)



**詳解：**

(1) (2)



＝ ＝



＝ ＝



(3) (4)



＝ ＝



＝ ＝



＝ ＝



**【練習】5.1.2-2**

將下列各多項式做同類項合併：

(1) (2)



(3) (4)



**5.1節 習題**

**習題 5.1-1**

試判斷下列各選項是否為多項式，如果不是，請寫出理由來：

(1) (2) (3) (4) (5) 6



(6) (7) (8) (9) (10)



**習題 5.1-2**

請寫出下列各多項式的次數：

(1) (2) 3 (3) (4)



**習題 5.1-3**

請寫出多項式各項的係數：



(1)項的係數為？ (2) 項的係數為？



(3) 項的係數為？ (4)常數項的係數為？



**習題 5.1-4**

配合題：

(A)二次多項式 (B)一次多項式 (C)常數多項式

(D)零次多項式 (E)零多項式 (F)一元一次式

將以上代號填入下面符合的式子中：(可重覆)

(1) 是（　　　　　　　 ） (2) 是（　　　　　　　　　　　　　 ）



(3) 是（　　　　　　　　　 ） (4) 是（　　　　　　　　　　　 ）



**習題 5.1-5**

有多項式A＝



(1)將多項式A按降冪排列

(2)將多項式A按升冪排列

**習題 5.1-6**

(A) (B) (C) (D) (E) (F)



(1)上面選項中，與是同類項的有（　　　　　　　　　　　　　）。



(2)上面選項中，與是同類項的有（　　　　　　　　　　　　　）。



(3)上面選項中，與是同類項的有（　　　　　　　　　　　　　）。



**習題 5.1-7**

將下列各多項式做同類項合併：

(1) (2)



(3) (4)



**5.2節 多項式的四則運算**

5.1節中我們已經瞭解了多項式的基本觀念，本節將繼續介紹多項式與多項式之間的四則運算。

**5.2.1節 多項式的加減法運算**

瞭解多項式化簡方法後，我們就可以進行多項式之間的加減法運算。

多項式與多項式的加減法運算，計算方式與前面的併項類似，先將同類項放在一起，然後利用加法或減法運算將同類項合併。

例如：多項式與相加，寫成算式為：



＝ (拆括號)



＝ (整理同類項)



＝



＝



多項式減去，寫成算式為：



＝ (拆括號)



＝ (整理同類項)



＝



＝



**例題 5.2.1-1**

計算下列各式：

(1)



(2)



**詳解：**

(1)



＝ (拆括號)



＝ (整理同類項)



＝



＝



(2)



＝ (拆括號)



＝ (整理同類項)



＝



＝



**【練習】5.2.1-1**

計算下列各式：

(1)



(2)



**例題 5.2.1-2**

計算下列各式：

(1)



(2)



**詳解：**

(1)



＝ (拆括號)



＝ (整理同類項)



＝



＝



(2)



＝ (拆括號)



＝ (整理同類項)



＝



＝



**【練習】5.2.1-2**

計算下列各式：

(1)



(2)



**例題 5.2.1-3**

(1)計算，並將結果按降冪排列。



(2)計算，並將結果按升冪排列。



**詳解：**

(1)



＝ (拆括號)



＝ (整理同類項)



＝



＝



＝ (降冪排列)



(2)



＝ (拆括號)



＝ (整理同類項)



＝



＝



＝ (升冪排列)



**【練習】5.2.1-3**

計算下列各式：

(1)計算，並將結果按降冪排列。



(2)計算，並將結果按升冪排列。



多項式的加減運算，除了前述的橫式運算外，也可以進行直式運算。

以例題5.1.2-3(1)為例，計算



寫成直式算式：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| ＋） |  |  |  |
|  |  |  |  |

得到答案為



再以例題5.1.2-4(2)為例，計算



寫成直式算式：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| －） |  |  |  |
|  |  |  |  |

得到答案為



注意直式算式需要將同類項對齊，若是式子有缺項，則將該位置補上零。

計算



寫成直式算式：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
| ＋） |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

得到答案為



為了讓計算更簡便，我們在項次對齊後，可以省略x的次方項，只留下各項的係數。

這種方法稱為**分離係數法**。

以前題為例，計算可省略如下：



|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| ＋） |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

再將*x*的次方項補上，一樣可得到答案為



**例題 5.2.1-4**

利用分離係數法計算下列各式:

(1)



(2)



**詳解：**

(1)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| ＋） |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

答案為



(2)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| －） |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

答案為



**【練習】5.2.1-4**

利用分離係數法計算下列各式:

(1)



(2)



**5.2.2節 多項式的乘法運算**

經過上一節介紹多項式加減法運算後，本節將繼續介紹多項式的乘除法運算。

在多項式乘除法運算中我們會運用到下列幾個指數運算：



首先單項式的相乘開始介紹。

針對兩個單項式的相乘，我們會將係數與文字符號都進行相乘，然後把係數寫在前面。例如：



**例題 5.2.2-1**

計算下列各式：

(1) (2) (3) (4)



(5) (6) (7)



**詳解：**

(1) (2)



(3) (4)



(5) (6)



(7) 

**【練習】5.2.2-1**

計算下列各式：

(1) (2) (3) (4)

(5) (6) (7)

瞭解了單項式的乘法後，讓我們來看多項式的乘法，如果我們想計算，應該怎麼做呢？



我們可以先令



那麼算式就會變成



＝ (利用分配律)



＝ (將*A*換回)



＝ (化簡)



＝ (同類項合併)



於是我們就得到了＝



我們也可以不用*A*來代換多項式：



＝ (利用分配律)



＝ (化簡)



＝ (同類項合併)



**例題 5.2.2-2**

計算下列各式：

(1) (2)



(3) (4)



**詳解：**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| (1) | ＝  ＝  ＝ |  | (2) | ＝  ＝  ＝ |  |
| (3) | ＝  ＝  ＝ |  | (4) | ＝  ＝  ＝ |  |

**【練習】5.2.2-2**

計算下列各式：

(1) (2)



(3) (4)



**例題 5.2.2-3**

計算下列各式：

(1) (2)



(3) (4)



**詳解：**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| (1) | ＝  ＝  ＝ |  | (2) | ＝  ＝  ＝ |  |
| (3) | ＝  ＝  ＝ |  | (4) | ＝  ＝  ＝ |  |

**【練習】5.2.2-3**

計算下列各式：

(1) (2)



(3) (4)



**例題 5.2.2-4**

計算下列各式：

(1)



(2)



**詳解：**

(1)



＝ ()



＝



＝



(2)



＝



＝



＝



＝ (整理同類項)



＝



＝



**【練習】5.2.2-4**

計算下列各式：

(1)



(2)



多項式的乘法，除了前述的橫式計算外，也可以使用直式計算。

例如我們要計算，直式計算可寫成：



|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
| ×） |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

得到答案為



與直式加法相同，乘法也能用分離係數法計算：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| ×） |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

使用分離係數法時，務必注意同次項的對齊！

**例題 5.2.2-5**

使用分離係數法計算下列各式：

(1)



(2)



(3)



**詳解：**

(1)



|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| ×） |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |



(2)



|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
| ×） |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |



(3)



|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | |  | |  | |  | |  | |  | |
|  | |  | |  | |  | |  | |  | |
| ×） | |  | |  | |  | |  | |  | |
|  | |  | |  | |  | |  | |  | |
|  | |  | |  | |  | |  | |  | |
|  | |  | |  | |  | |  | |  | |



**【練習】5.2.2-5**

使用分離係數法計算下列各式：

(1)



(2)



(3)



**5.2.3節 多項式的除法運算**

介紹完多項式的乘法後，接著我們來看看除法。

以前我們學過由，可以得到，其中6是被除數，3是除數，2是商。



同樣地，例題5.2.1-3中我們寫過



寫成除法算式則為



其中是**被除式**，是**除式**，是**商式**。



※因除式為0時無意義，本節不考慮除式為0的情況

與乘法運算時相同，除法的計算我們先從單項式開始看。

在單項式的除法中，先將原式化為分式，即的形式，其中數字部分要均分，文字部分則利用指數運算來化簡。



舉例：



**例題 5.2.3-1**

計算下列各式：

(1) (2) (3)



**詳解：**

(1)



(2)



(3)



**【練習】5.2.3-1**

計算下列各式：

(1) (2)



(3) (4)



若被除數為多項式，除數為單項式，我們也可以拆解來計算，如下題：

**例題 5.2.3-2**

計算下列各式：

(1) (2)



**詳解：**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| (1) | ＝  ＝  ＝ |  | (2) | ＝  ＝  ＝ |  |

**【練習】5.2.3-2**

計算下列各式：

(1) (2)



接下來我們來看看多項式除以多項式要如何運算，這裡我們使用直式除法計算。

直式除法也稱為**長除法**，計算方式與一般數字的直式除法類似。

以計算為例：



(1) 先列出直式

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |

(2) 被除式的第一項是，除式的第一項是，



，因此我們商式的第一項放，



被除式下面放除式與商式第一項相乘的式子。

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | ← |
|  |  |  |  |  |  |

(3) 計算



|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | ← |

(4) 的第一項是，除式的第一項是，



，因此我們商式的第二項放，



|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | ← |

(5) 計算



|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  | ← 此處為商式 |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | ← ，此處為餘式 |

於是我們得到了，餘式為0。



驗算： 無餘式時，除式×商式＝被除式

可計算



接著再看一題有餘式的計算：

計算



|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  | ← 商式為 |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | ← |
|  |  |  |  |  | ← |
|  |  |  |  |  | ← |
|  |  |  |  |  | ← ，餘式為6 |

因此我們得到，，商式為，餘式為。



驗算： 有餘式時，除式×商式＋餘式＝被除式

可計算==



**例題 5.2.3-3**

直式計算下列各式並驗算：

(1) (2)



**詳解：**

(1)



|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

的商式為，餘式為50。



驗算：計算



(2)



|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

的商式為，餘式為。



驗算：計算



**【練習】5.2.3-3**

直式計算下列各式並驗算：

(1) (2)



**例題 5.2.3-4**

直式計算下列各式並驗算：

(1) (2)



**詳解：**

(1)



|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

的商式為，餘式為0。



驗算：計算



(2)



|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

的商式為，餘式為。



驗算：計算



**【練習】5.2.3-4**

直式計算下列各式並驗算：

(1) (2)



**例題 5.2.3-5**

直式計算並驗算：



**詳解：**



|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |

的商式為，餘式為。



驗算：計算



**【練習】5.2.3-5**

直式計算並驗算：



**例題 5.2.3-6 (缺*x*一次項的直式除法)**

直式計算下列各式並驗算：

(1) (2)



**詳解：**

(1)



|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | ← 缺項時補上0，讓算式更清楚 |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

的商式為，餘式為15。



驗算：計算



(2)



|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | ← 缺項時補上0，讓算式更清楚 |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

的商式為，餘式為0。



驗算：計算



**【練習】5.2.3-6**

直式計算下列各式並驗算：

(1) (2)



若在一個多項式除法中，被除式為*A*，除式為*B*，商式為*Q*，餘式為*R*。(*B*不為0)

也就是：



我們在前面驗算時寫成：



也可以將此式同除以*B*寫成：



即



**例題 5.2.3-7**

有兩多項式*A*、*B*，若*A*除以*B*，得商式為*Q*，餘式為*R*，則：

(1)寫出*A*、*B*、*Q*、*R*的關係式。 (2)求2*A*除以*B*的商式與餘式。

(3)求*A*除以5*B*的商式與餘式。

**詳解：**

(1)



多項式*A*除以*B*，商式為*Q*，餘式為*R*。

關係式為



(2) 求2*A*除以*B*的商式與餘式。

將 同乘以2



得



化簡為



對照



即2*A*除以*B*，商式為2*Q*，餘式為2*R*。

(3) 求*A*除以5*B*的商式與餘式。

將 同除以5



得



化簡為



對照



即*A*除以5*B*，商式為，餘式為*R*。



**【練習】5.2.3-7**

有兩多項式*A*、*B*，若*A*除以*B*，得商式為*Q*，餘式為*R*，則：

(1)求4*A*除以*B*的商式與餘式。 (2)求*A*除以2*B*的商式與餘式。

**5.2節 習題**

**習題 5.2-1**

計算下列各式：

(1)



(2)



**習題 5.2-2**

計算下列各式：

(1)



(2)



**習題 5.2-3**

(1)計算，並將結果按降冪排列。



(2)計算，並將結果按升冪排列。



**習題 5.2-4**

利用分離係數法計算下列各式:

(1)



(2)



**習題 5.2-5**

計算下列各式：

(1) (2) (3) (4)



(5) (6) (7)



**習題 5.2-6**

計算下列各式：

(1) (2)



(3) (4)



**習題 5.2-7**

計算下列各式：

(1) (2)



(3) (4)



**習題 5.2-8**

計算下列各式：

(1)



(2)



**習題 5.2-9**

使用分離係數法計算下列各式：

(1)



(2)



(3)



**習題 5.2-10**

計算下列各式：

(1) (2) (3)



**習題 5.2-11**

計算下列各式：

(1) (2)



**習題 5.2-12**

計算下列各式並驗算：

(1) (2)



**習題 5.2-13**

計算下列各式並驗算：

(1) (2)



**習題 5.2-14**

計算下列各式並驗算：

(1) (2)



**習題 5.2-15**

有兩多項式*A*、*B*，若*A*除以*B*，得商式為*Q*，餘式為*R*，則：

(1)寫出*A*、*B*、*Q*、*R*的關係式。 (2)求3*A*除以*B*的商式與餘式。

(3)求*A*除以4*B*的商式與餘式。

**5.3節 多項式的乘法公式**

在5.2節中，我們學習了如何展開兩個多項式的乘法。在這一節，我們將學習下列多項式的乘法公式：

兩式相乘



和的平方



差的平方



平方差 

立方和 

立方差 

和的立方



差的立方



三數和平方



我們將在以下各小節推導這些公式並學習如何應用。

**5.3.1節 兩式相乘公式**

本節我們要學習的乘法公式是兩式相乘公式：



我們利用5.2節學過的多項式乘法，來計算



令



那麼算式就會變成



＝ (利用分配律)



＝ (將*A*換回)



＝ (化簡)



＝



於是我們就得到了＝



除了利用分配律計算外，我們也可以從長方形面積來理解。

圖5.3-1的長方形中，長為，寬為。

*c*

*d*



|  |  |
| --- | --- |
| *ac* | *bc* |
| *ad* | *bd* |
| *a* | *b* |
| 圖5.3-1 | |

我們想計算此長方形的面積，也就是



由圖可知，整個大長方形可以切成4塊，

左上方長方形的面積為*ac*；左下方長方形的面積為*ad*；

右上方長方形的面積為*bc*；右下方長方形的面積為*bd*。

全部合起來就是



因此得到＝



**例題 5.3.1-1**

利用＝展開下列各式：



(1) (2)



(3) (4)



**詳解：**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| (1) | ＝  ＝ |  | (2) | ＝  ＝ |  |
| (3) | ＝  ＝ |  | (4) | ＝  ＝ |  |

**【練習】5.3.1-1**

利用＝展開下列各式：



(1) (2)



(3) (4)



學習了多項式乘法公式之後，我們可以利用公式來做數字的計算。

我們先從簡單的乘法分配律開始練習。

**例題 5.3.1-2**

利用或，計算下列各式：



(1) (2)



(3) (4)



**詳解：**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| (1) | ＝  ＝  ＝  ＝ |  | (2) | ＝  ＝  ＝  ＝ |  |
| (3) | ＝  ＝  ＝  ＝ |  | (4) | ＝  ＝  ＝  ＝ |  |

**【練習】5.3.1-2**

利用或，計算下列各式：



(1) (2)



(3) (4)



接著我們利用公式＝來做數字的計算。



**例題 5.3.1-3**

利用＝，計算下列各式：



(1) (2)



**詳解：**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| (1) | ＝  ＝  ＝  ＝ |  | (2) | ＝  ＝  ＝  ＝ |  |

**【練習】5.3.1-3**

利用或，計算下列各式：



(1) (2)



**5.3.2節 和的平方公式**

本節要學習的乘法公式是和的平方公式：



公式推導：



＝



＝ (分配律)



＝



＝



除了利用分配律計算外，我們也可以從正方形面積來理解。

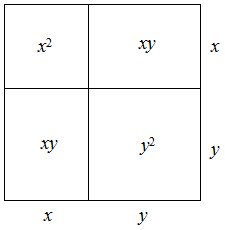


圖5.3-2

圖5.3-2的正方形中，邊長為。



我們想計算此正方形的面積，也就是或。



由圖可知，整個大正方形可以切成4塊，

左上方正方形的面積為*x*2；左下方長方形的面積為*xy*；

右上方長方形的面積為*xy*；右下方正方形的面積為*y*2。

全部合起來就是，化簡為。



因此得到。



**例題 5.3.2-1**

利用乘法公式，展開下列各式：



(1) (2)



(3) (4)



**詳解：**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| (1) | ＝  ＝ |  | (2) | ＝  ＝ |  |
| (3) | ＝  ＝ |  | (4) | ＝  ＝ |  |

**【練習】5.3.2-1**

利用乘法公式，展開下列各式：



(1) (2)



(3) (4)



**例題 5.3.2-2**

利用乘法公式，展開下列各式：



(1) (2)



**詳解：**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| (1) | ＝  ＝ |  | (2) | ＝  ＝ |  |

**【練習】5.3.2-2**

利用乘法公式，展開下列各式：



(1) (2)



**例題 5.3.2-3**

利用乘法公式，計算下列各式：



(1) (2)



(3) (4)



**詳解：**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| (1) | ＝  ＝  ＝  ＝ |  | (2) | ＝  ＝  ＝  ＝ |  |
| (3) | ＝  ＝  ＝  ＝ |  | (4) | ＝  ＝  ＝  ＝ |  |

**【練習】5.3.2-3**

利用乘法公式，計算下列各式：



(1) (2)



(3) (4)



**5.3.3節 差的平方公式**

本節要學習的乘法公式是：



公式推導：



＝



＝ (分配律)



＝



＝



除了利用分配律計算外，我們也可以從正方形面積來理解。

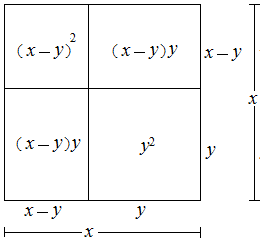


圖5.3-3

圖5.3-3的正方形中，邊長為*x*，其中右下方的小正方形邊長為*y*。

整個大正方形正方形的面積為*x*2

左上方正方形的面積為；左下方長方形的面積為；



右上方長方形的面積為；右下方正方形的面積為*y*2。



列成等式為



化簡為



得到



**例題 5.3.3-1**

利用乘法公式，展開下列各式：



(1) (2)



(3) (4)



**詳解：**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| (1) | ＝  ＝ |  | (2) | ＝  ＝ |  |
| (3) | ＝  ＝ |  | (4) | ＝  ＝ |  |

**【練習】5.3.3-1**

利用乘法公式，展開下列各式：



(1) (2)



(3) (4)



**例題 5.3.3-2**

利用乘法公式，展開下列各式：



(1) (2)



**詳解：**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| (1) | ＝  ＝ |  | (2) | ＝  ＝ |  |

**【練習】5.3.3-2**

利用乘法公式，展開下列各式：



(1) (2)



**例題 5.3.3-3**

利用乘法公式，計算下列各式：



(1) (2)



(3) (4)



**詳解：**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| (1) | ＝  ＝  ＝  ＝ |  | (2) | ＝  ＝  ＝  ＝ |  |
| (3) | ＝  ＝  ＝  ＝ |  | (4) | ＝  ＝  ＝  ＝ |  |

**【練習】5.3.3-3**

利用乘法公式，計算下列各式：



(1)  (2)



(3) (4)



**5.3.4節 平方差公式**

本節要學習的乘法公式是平方差公式：

公式推導：(由右式推導到左式)



＝ ()



＝



＝



與其他小節相同，我們也可以從正方形面積來理解。

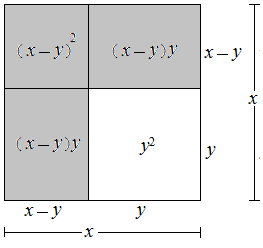


圖5.3-4

圖5.3-4的正方形中，邊長為*x*，其中右下方的小正方形邊長為*y*。

整個大正方形的面積為*x*2，右下方小正方形的面積*y*2。

我們想計算著色部份的面積，也就是大正方形面積減去右下正方形面積。

即。



著色部份是由左上、左下、右上三個四邊形組成。

左上方正方形的面積為；左下方長方形的面積為；



右上方長方形的面積為。



著色部份面積為



＝ 提出



＝



因為著色面積也是，即得到



**例題 5.3.4-1**

利用乘法公式，展開下列各式：



(1) (2)



(3) (4)



**詳解：**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| (1) | ＝  ＝ |  | (2) | ＝  ＝ |  |
| (3) | ＝  ＝ |  | (4) | ＝  ＝ |  |

**【練習】5.3.4-1**

利用乘法公式，展開下列各式：



(1) (2)



(3) (4)



**例題 5.3.4-2**

利用乘法公式，展開下列各式：



(1) (2)



**詳解：**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| (1) | ＝  ＝ |  | (2) | ＝  ＝ |  |

**【練習】5.3.4-2**

利用乘法公式，展開下列各式：



(1) (2)



**例題 5.3.4-3**

利用乘法公式，計算下列各式：



(1) (2)



(3) (4)



**詳解：**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| (1) | ＝  ＝  ＝  ＝ |  | (2) | ＝  ＝  ＝  ＝ |  |
| (3) | ＝  ＝  ＝  ＝ |  | (4) | ＝  ＝  ＝  ＝ |  |

**【練習】5.3.4-3**

利用乘法公式，計算下列各式：



(1) (2)



(3) (4)



**例題 5.3.4-4**

利用乘法公式，計算下列各式：



(1) (2)



**詳解：**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| (1) | ＝  ＝  ＝ |  | (2) | ＝  ＝  ＝ |  |

**【練習】5.3.4-4**

利用乘法公式，計算下列各式：



(1) (2)



**5.3.5節 其他乘法公式**

本節要學習的乘法公式有以下幾個：

1.立方和 

2.立方差 

3.和的立方



4.差的立方



5.三數和平方



我們先推導公式

1.立方和(由右式推導到左式)



＝ ()()



＝



＝



＝



2.立方差(由右式推導到左式)



＝ ()



＝



＝



＝



3.和的立方



＝



＝ (和的平方公式)



＝ ()



＝



＝



＝



4.差的立方



＝



＝ (差的平方公式)



＝ ()



＝



＝



＝



5.三數和平方



＝ (設)



＝ (和的平方公式)



＝



＝



＝



＝



**例題 5.3.5-1**

展開下列各式：

(1) (2)



**詳解：**

(1)



＝



＝ (利用乘法公式)



＝



(2)



＝



＝ (利用乘法公式)



＝



**【練習】5.3.5-1**

展開下列各式：

(1) (2)



**例題 5.3.5-2**

展開下列各式：

(1) (2)



**詳解：**

(1) (利用乘法公式)



＝



＝



(2) (利用乘法公式)



＝



＝



**【練習】5.3.5-2**

展開下列各式：

(1) (2)



**例題 5.3.5-3**

展開



**詳解：**

(利用乘法公式)



＝



＝



**【練習】5.3.5-3**

展開



**5.3節 習題**

**習題 5.3-1**

利用＝展開下列各式：



(1) (2)



(3) (4)



**習題 5.3-2**

利用或，計算下列各式：



(1) (2)



(3) (4)



**習題 5.3-3**

利用＝，計算下列各式：



(1) (2)



**習題 5.3-4**

利用乘法公式，展開下列各式：



(1) (2)



(3) (4)



**習題 5.3-5**

利用乘法公式，展開下列各式：



(1) (2)



**習題 5.3-6**

利用乘法公式，計算下列各式：



(1) (2)



(3) (4)



**習題 5.3-7**

利用乘法公式，展開下列各式：



(1) (2)



(3) (4)



**習題 5.3-8**

利用乘法公式，展開下列各式：



(1) (2)



**習題 5.3-9**

利用乘法公式，計算下列各式：



(1) (2)



(3) (4)



**習題 5.3-10**

利用乘法公式，展開下列各式：



(1) (2)



(3) (4)



**習題 5.3-11**

利用乘法公式，展開下列各式：



(1) (2)



**習題 5.3-12**

利用乘法公式，計算下列各式：



(1) (2)



(3) (4)



**習題 5.3-13**

利用乘法公式，計算下列各式：



(1) (2)



**習題 5.3-14**

展開下列各式：

(1) (2)



**習題 5.3-15**

展開下列各式：

(1) (2)



**習題 5.3-16**

展開



**5.4節 乘法公式在根號的應用**

在本節中，我們會介紹根號的運算規則，並應用前面所學的乘法公式來化簡。

首先我們從指數來看看什麼是根號。

從指數律我們可以知道：



以此類推，*x*也可以寫成：



這裡出現了指數為分數的情形，我們實際把數字代入看看。

將代入，得到。



我們也知道，對照上式可得。



我們繼續看其他數字，又是多少呢？因為，可得。



數學上，指數的次方也可以用運算符號(根號)來表示，即也可以寫成。



例：、、



**5.4.1節 根號的運算規則**

瞭解了什麼是根號後，接著我們來看看根號的運算規則。

這裡我們會用到指數律：



()



根號的運算規則：

1. (*a、b*為正數或0)



推導：



＝ (將根號換成指數)



＝ (指數律)



＝ (將指數換成根號)



範例：、



2. (*a*為正數或0、*b*為正數)



推導：



＝



＝ (將根號換成指數)



＝ (指數律)



＝



＝ (將指數換成根號)



範例：、



3. (*a、b*為正數或0)



推導：



＝



＝



＝



＝



＝



範例：、



名詞介紹

**根式**

在一個式子中，若運算符號含有根號，如、，則稱這樣的式子為**根式**。



**最簡根式**

*a*為一正數。

若將化成的形式，其中*c*為整數，且*c*沒有大於1的平方數的因數、分母不含有根式，則稱為最簡根式。



例如：、、為最簡根式。



不是最簡根式，因18有因數32，可化簡。



、不是最簡根式，因根號內有分數或小數。



不是最簡根式，因分母含有根式。



※因數：若*a、b、c*為整數，且，則*b*與*c*為*a*的因數。

**例題 5.4.1-1**

將下列各式子化為最簡根式：

(1) (2)



(3) (4)



(5) (6)



**詳解：**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| (1) | ＝  ＝ |  | (2) | ＝  ＝ |  |
| (3) | ＝  ＝ |  | (4) | ＝  ＝ |  |
| (5) | ＝  ＝ |  | (6) | ＝  ＝ |  |
|  |  |  |  |  |  |

**【練習】5.4.1-1**

將下列各式子化為最簡根式：

(1) (2)



(3) (4)



(5) (6)



**5.4.2節 乘法公式在根號運算的應用**

了解了根式的基本運算後，接下來我們學習應用乘法公式化簡的題目。

**例題 5.4.2-1**

將下列各式展開並化為最簡根式：

(1) (2)



**詳解：**

(1)



＝ ()



＝



＝



(2)



＝ ()



＝



＝



**【練習】5.4.2-1**

將下列各式展開並化為最簡根式：

(1) (2)



**例題 5.4.2-2**

將下列各式展開並化為最簡根式：

(1) (2)



**詳解：**

(1)



＝ ()



＝



＝



(2)



＝ ()



＝



＝



**【練習】5.4.2-2**

將下列各式展開並化為最簡根式：

(1) (2)



**例題 5.4.2-3**

將下列各式化為最簡根式：

(1) (2)



(3) (4)



**詳解：**

(1) 本式因為分母有根號，因此非最簡根式。

我們可以利用平方差公式處理分母的根號。



＝ (分子與分母同乘以())



＝ ()



＝



＝



＝



(2)



＝ (分子與分母同乘以())



＝ ()



＝



＝



＝



(3)



＝ (分子與分母同乘以())



＝ ()



＝ ()



＝



＝



＝



(4)



＝ (分子與分母同乘以())



＝ ()



＝ ()



＝



＝



＝



**【練習】5.4.2-3**

將下列各式化為最簡根式：

(1) (2)



(3) (4)



**5.4節 習題**

**習題 5.4-1**

將下列各式子化為最簡根式：

(1) (2)



(3) (4)



(5) (6)



**習題 5.4-2**

將下列各式展開並化為最簡根式：

(1) (2)



**習題 5.4-3**

將下列各式展開並化為最簡根式：

(1) (2)



**習題 5.4-4**

將下列各式化為最簡根式：

(1) (2)



(3) (4)



**5.5節 多項式與乘法公式的應用題與綜合題**

前面幾節中我們已經學習了多項式與乘法公式的基本觀念，本節中我們將學習相關的應用與綜合題型。

多項式相等：

若有兩多項式*A*、*B*，且*A*、*B*同次方項的係數皆相等，則稱*A*與*B*相等，記為。

**例題 5.5-1**

(1)有兩多項式，，且，求之值。

(2)設*B*為一個多項式，且，求多項式*B*。



**詳解：**

(1) 由，可知各次方項係數會相等：

二次項：

一次項：

常數項：



(2)



(移項)



**例題 5.5-2**

已知多項式為零多項式，求*a、b、c*之值。



**詳解：**

為零多項式，



即*x*2項的係數為0 ，*x*項的係數為0，常數項係數為0。

因此 ⇒



⇒ ⇒



⇒ ⇒



解得、、。



**例題 5.5-3**

有兩多項式*A、B*，已知，，回答下列問題。



(1)求多項式*A、B*。

(2)求之值。



**詳解：**

(1) 利用多項式加減法求出多項式*A、B*。

...



...



＋ 得，化簡得



＋ 得，化簡得



即、



(2) 求之值。



＝ 

＝ 

＝ 

**例題 5.5-4**

有兩多項式*A、B*，已知，，若，求*b*之值。



**詳解：**

若有兩多項式相等，則代表各項係數都會相等，也就是同類項係數相等。

因此由*x*項係數相等，可得



**例題 5.5-5**

有兩多項式*A、B*，已知，，若，求*a、b、c*之值。



**詳解：**

若有兩多項式相等，則代表各項係數都會相等，也就是同類項係數相等。

由*x*2項係數相等，可得



由*x*項係數相等，可得 ⇒



由常數項係數相等，可得。



即、、



**例題 5.5-6**

求展開式中*x*3項的係數。



**詳解：**

本題只有求*x*3項的係數，因此不需要將此展開式計算出來，只要計算展開後會成為*x*3的項即可。



得*x*3項係數為28。

**例題 5.5-7**

若展開式中各項係數的總和是48，求*a*之值。

**詳解：**

本題需要計算，我們利用展開。





＝ 

＝ 

＝ 

＝ 

由各項係數的總和是48，可列出









得到。

**例題 5.5-8**

已知能被整除，求*a、b*之值。



**詳解：**

寫成直式計算

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  | |
|  |  |  |  |  |  |  | |
|  |  |  |  |  |  |  | |
|  |  |  |  |  |  |  | |
|  |  |  |  |  |  |  | |
|  |  |  |  |  |  | |  | |

整除表示餘式為0

，解得。



，代入，解得。



因此、。



**例題 5.5-9**

已知*B*為一多項式(非零多項式)，且，求多項式*B*。



**詳解：**

5.2節我們曾經學過：

在一個多項式除法中，被除式為*A*，除式為*B*，商式為*Q*，餘式為*R*。(*B*不為0)

可以將這些多項式關係式寫成



對照題目的式子，可以發現題目中的是被除式，*B*是除式，是商，2是餘式。



我們知道： (被除式－餘式) ÷ 除式＝商式

也可以寫成： (被除式－餘式) ÷ 商式＝除式 (商式不為0)

因此要求多項式*B*，可以列式：



＝



＝



直式計算



|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

得



**例題 5.5-10**

已知*A*為一多項式。若*A*除以所得之商式為，餘式為，求多項式*A*。



**詳解：**

5.2節我們曾經學過：

在一個多項式除法中，被除式為*A*，除式為*B*，商式為*Q*，餘式為*R*。(*B*不為0)

可以將這些多項式關係式寫成。



因此本題的 *A* ＝



＝



＝



＝



＝



得*A*＝



**例題 5.5-11**

若展開可得，試求*b*之值。



**詳解：**



對照的*x*項係數，可知，解得。



對照常數項係數，可知，代入，解得。



因此*b*之值為1。

**例題 5.5-12**

若，則*A*之值為何？



**詳解：**

利用乘法公式



＝



＝



＝



＝



對照



可知



**例題 5.5-13**

化簡下列各式：

(1) (2) ()



**詳解：**

(1)利用乘法公式



＝



＝



＝



＝



(2)利用乘法公式



＝



＝ ()



**例題 5.5-14**

求下列各式之值：

(1) (2)



**詳解：**

(1)利用乘法公式



＝



＝



＝



＝



(2) 利用乘法公式與



＝



＝



＝



＝



＝



**例題 5.5-15**

(1) 若，則*n*＝？



(2) 若，則*m*＝？



**詳解：**

(1)利用乘法公式



＝



＝ ()



＝



＝ (指數律)



＝



＝



＝



＝



＝ 可知*n*＝8



(2)利用乘法公式



＝



＝ ()



＝



＝



＝



＝



＝



＝



＝ ()



＝



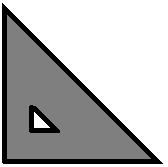
＝ 可知*m*＝32



**例題 5.5-16**

如圖5.5-1，為一大等腰直角三角形，內部包一小等腰直角三角形。大等腰直角三角形的腰長為76公分，小等腰直角三角形的腰長為24公分，則著色部份的面積為何？

圖5.5-1



**詳解：**

著色部份面積 ＝大等腰直角三角形面積－小等腰直角三角形面積

＝



＝



＝ ()



＝



＝

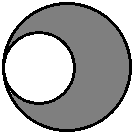


著色部份面積為2600平方公分。

**例題 5.5-17**

如圖5.5-2，為一大圓內部再包一小圓。大圓半徑為64公分，小圓半徑為36公分，則著色部份的面積為何？(答案以π表示)

圖5.5-2



**詳解：**

圓面積＝π*r*2 (*r*為半徑)

著色部份面積 ＝大圓面積－小圓面積

＝



＝



＝ ()



＝



＝



著色部份面積為2800π平方公分。

**例題 5.5-18**

將下列各式化為最簡根式：

(1) (2)



**詳解：**

像這種有雙重根號的題目，為了消去根號，我們可以試著利用乘法公式，將根號內的部份化為完全平方數。

(1)



＝ (設法利用乘法公式)



＝



＝



＝



(2)



＝ (設法利用乘法公式)



＝



＝



＝



**例題 5.5-19**

化簡下列各式

(1) (2)



**詳解：**

與前一例題類似，我們利用乘法公式，設法消去根號。

(1)



＝



＝



＝



＝ (利用乘法公式)



＝



＝



(2)



＝



＝



＝



＝ (利用乘法公式)



＝



＝



**例題 5.5-20**

若，，求



**詳解：**

根據乘法公式，可以推得



＝



＝



＝ ()



＝



＝



**5.5節 習題**

**習題 5.5-1**

(1)設*A*為一個多項式，且****，求多項式*A*。

(2)設*B*為一個多項式，且，求多項式*B*。



**習題 5.5-2**

已知多項式為零多項式，求*a、b、c*之值。



**習題 5.5-3**

有兩多項式*A、B*，已知，，回答下列問題。



(1)求多項式*A、B*。

(2)求之值。



**習題 5.5-4**

有兩多項式*A、B*，已知，，若，求*a*之值。



**習題 5.5-5**

有兩多項式*A、B*，已知，，若，求*a、b、c*之值。



**習題 5.5-6**

求展開式中*x*3項的係數。



**習題 5.5-7**

若展開式中各項係數的總和是27，求*a*之值。



**習題 5.5-8**

已知能被整除，求*a、b*之值。



**習題 5.5-9**

已知*B*為一多項式(非零多項式)，且，求多項式*B*。



**習題 5.5-10**

已知*A*為一多項式。若*A*除以所得之商式為，餘式為，求多項式*A*。



**習題 5.5-11**

若展開可得，試求*b*之值。



**習題 5.5-12**

若，則*A*之值為何？



**習題 5.5-13**

化簡下列各式：

(1) (2) ()



**習題 5.5-14**

求下列各式之值：

(1) (2)



**習題 5.5-15**

(1) 若，則*n*＝？



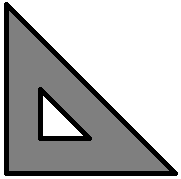
(2) 若，則*m*＝？



**習題 5.5-16**

如圖5.5-3，為一大等腰直角三角形，內部包一小等腰直角三角形。大等腰直角三角形的腰長為85公分，小等腰直角三角形的腰長為25公分，則著色部份的面積為何？

圖5.5-3



**習題 5.5-17**

如圖5.5-4，為一大圓內部再包一小圓。大圓半徑為36公分，小圓半徑為16公分，則著色部份的面積為何？(答案以π表示)

圖5.5-4



**習題 5.5-18**

將下列各式化為最簡根式：

(1) (2)



**習題 5.5-19**

化簡下列各式

(1) (2)



**習題 5.5-20**

若，，求



# 第五章綜合習題

**習題1：**

計算下列各式：

(1) (2) (3) (4)



(5) (6)



**習題2：**

利用乘法公式，計算下列各式：

(1) (2) (3) (4)



(5)



**習題3：**

將下列各式化為最簡根式：

(1) (2) (3)



(4) (5) (6)



**習題4：**

計算下列各式，並將結果按降冪排列。

(1)



(2)



**習題5：**

計算下列各式：(1) (2)



**習題6：**

與相乘的積，其係數和為多少？



**習題7：**

假設*a、b*皆為整數，若*x*的多項式為一次多項式，則的值為？



**習題8：**

如果多項式與相等，求*a、b、c、d*的值。



**習題9：**

假設*B*為一個多項式，且，求多項式*B*。



**習題10：**

若多項式除以，則求其商式與餘式。



**習題11：**

若，則？



**習題12：**

若，，則？



**習題13：**

有一長方形面積為平方公分，若寬為公分，則長為多少公分。



**習題14：**

有一三角形的底邊長為公分，面積為平方公分，則高為多少公分。

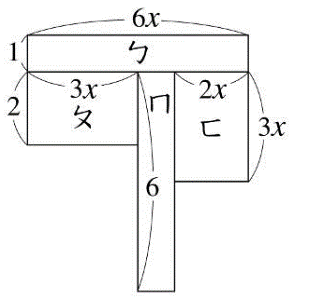


# 基測與會考模擬試題

( ) 1. 如圖(一)，ㄅ、ㄆ、ㄇ、ㄈ是四個長方形。若用*x*的多項式來表示它們的面積，則下列哪一個長方形的面積不是？【91(二)基測】



圖(一)



(A)ㄅˉ(B)ㄆˉ(C)ㄇˉ(D)ㄈ

( ) 2. 下列四個敘述，哪一個是正確的？【92(一)基測】

(A)表示 (B)表示



(C)表示 (D)表示



( ) 3. 求之值為何？【93(一)基測】



(A)0 (B)20 (C)36 (D)40

( ) 4. 若多項式*A*除以得商式為，餘式為，則*A*＝？【93(二)基測】



(A) (B) (C) (D)



( ) 5. 計算之值為何？【94(二)基測】



(A)1　(B)10　(C)　(D)



( ) 6. 下列四個式子，哪一個值最大？【96(二)基測】

(A)　(B)(C)　(D)



( ) 7. 計算之值為何？【97(二)基測】



(A)3　(B)160　(C)320　(D)480

( ) 8. 化簡之後，可得下列哪一個結果？  
【98(二)基測】



(A)　(B) (C)　(D)



( ) 9. 已知有一多項式與的和為，求此多項式為何？【99(一)基測】



(A)2　(B)6　(C)　(D)



( ) 10. 若除以一多項式，得商式為，餘式為，則此多項式為何？ 【99(二)基測】



(A) (B) (C) (D)



( ) 11. 若*a*滿足，則*a*值為何？【99(二)基測】



(A)83　(B) 383　(C) 683　(D) 766

( ) 12. 若，則之值為何？【100(一)基測】



(A) 18　(B) 24　(C) 39　(D) 45

( ) 13. 計算多項式除以後，得餘式為何？【100(一)基測】



(A) 1　(B) 3　(C) (D)



( ) 14. 計算除以後，得商式和餘式分別為何？【100北北基】



(A) 商式為，餘式為 (B) 商式為，餘式為



(C) 商式為，餘式為(D) 商式為，餘式為



( ) 15. 若多項式除以，得商式為，餘式為，則之值為何？【100(二)基測】



(A)0　(B)－5　(C)－10　(D)－15

( ) 16. 下列何者是方程式的解？【100(二)基測】



(A)3　(B)6　(C) 　(D)



( ) 17. 已知甲、乙、丙三數，甲＝，乙＝，丙=，則甲、乙、丙的大小關係，下列何者正確？【101基測】



(A) 丙＜乙＜甲 (B) 乙＜甲＜丙 (C) 甲＜乙＜丙(D) 甲＝乙＝丙

( ) 18. 若一多項式除以，得到的商式為，餘式為，則此多項式為何？【102基測】



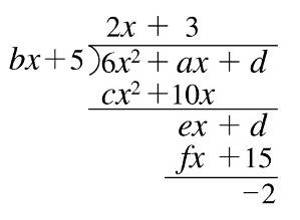
(A) (B)



(C) (D)



( ) 19. 陳老師作一個多項式除法示範後，擦掉計算過程中的六個係數，並以*a*、*b*、*c*、*d*、*e*、*f*表示，求？【91(一)基測】



(A)18ˉ(B)26ˉ(C)38ˉ(D)44

( ) 20. 下列哪一個選項為的商式？【92(二)基測】



(A) (B) (C) (D)



( ) 21. 求之值為何？【92(二)基測】



(A)6 (B)16 (C)26 (D)36

( ) 22. 已知有一多項式除以得商式為，餘式為，若此多項式除以，得商式為何？【93(一)基測】



(A) (B) (C) (D)



( ) 23. 若，則？【93(二)基測】



(A)1 (B)－1 (C)3 (D)－3

( ) 24. 計算之值為何？【94(一)基測】



(A)788000　(B)798000　(C)888000　(D)898000

( ) 25. ，若*a*為正整數且，則？【95(一)基測】



(A)3583 (B)3584 (C)4899 (D)4900

( ) 26. 已知，，，…，。 若，且，則？【95(二)基測】



(A)1124 (B) 1125 (C) 1126 (D) 1136

( ) 27. 已知，求？【96(一)基測】



(A)431 (B) 441　(C) 451　(D) 461

( ) 28. 將一多項式 ，除以後，得商式為，餘式為。求？【98(一)基測】



(A)3　(B)23　(C)25　(D)29

( ) 29. 計算之值為何？【100(二)基測】



(A)11.52　(B)23.04　(C)1200　(D)2400

( ) 30. 計算之值為何？【101基測】



(A) 0　(B) 25　(C) 50　(D) 80

( ) 31. 若，，則之值為何？  
【102基測】



(A) 101 (B) －101 (C) 808 (D) －808

**習題解答**

**5.1練習解答**

**練習5.1.1-1**

(1)是 (2)不是，因為*x*不能在根號內

(3)是 (4)是

(5)是 (6)不是，因為*x*不能在分母

(7)不是，因為*x*不能在絕對值內

(8)不是，因為*x*不能在指數內

(9)是 (10)是

**練習5.1.1-2**

(1)6次 (2)1次 (3)0次 (4)8次

**練習5.1.1-3**

(1)-5 (2)0 (3)3 (4)-4

**練習5.1.1-4**

(1)*C*、*D* (2)*A* (3)*C*、*E* (4)*B*、*F*

**練習5.1.1-5**

(1) (2)



**練習5.1.2-1**

(1)*B*、*D* (2)*A、E* (3)*C*、*F*

**練習5.1.2-2**

(1) (2)



(3) (4)



**5.1習題解答**

**5.1-1** (1)是

(2)不是，因為*x*不能在絕對值內

(3)是 (4)不是，因為*x*不能在分母

(5)是 (6)是

(7)不是，因為*x*不能在根號內

(8)不是，因為*x*不能在指數內

(9)是 (10)是

**5.1-2** (1)4次 (2)0次 (3)1次 (4)2次

**5.1-3** (1)3 (2)-5 (3)4 (4)-2

**5.1-4** (1) *A* (2) *C*、*D*

(3)*C*、*E* (4)*B*、*F*

**5.1-5** (1)



(2)



**5.1-6** (1) *C*、*E* (2) *A*、*B*  (3) *D*、*F*

**5.1-7** (1) (2)



(3) (4)



**5.2練習解答**

**練習5.2.1-1**

(1) (2)



**練習5.2.1-2**

(1) (2)



**練習5.2.1-3**

(1) (2)



**練習5.2.1-4**

(1) (2)



**練習5.2.2-1**

(1) (2) (3) (4)

(5)(6) (7)

**練習5.2.2-2**

(1) (2)



(3) (4)



**練習5.2.2-3**

(1) (2)



(3) (4)



**練習5.2.2-4**

(1) (2)



**練習5.2.2-5**

(1) (2)



(3)



**練習5.2.3-1**

(1) (2) (3) (4)



**練習5.2.3-2**

(1) (2)



**練習5.2.3-3**

(1)商式為，餘式為



驗算：



(2)商式為，餘式為



驗算：



**練習5.2.3-4**

(1)商式為，餘式為



驗算：



(2)商式為，餘式為



驗算：



**練習5.2.3-5**

(1)商式為，餘式為



驗算：



**練習5.2.3-6**

(1)商式為，餘式為



驗算：



(2)商式為，餘式為



驗算：



**練習5.2.3-7**

(1)商式為，餘式為



(2)商式為，餘式為



**5.2習題解答**

**5.2-1** (1) (2)



**5.2-2** (1) (2)



**5.2-3** (1)



(2)



**5.2-4** (1)



(2)



**5.2-5** (1) (2) (3) (4)



(5) (6) (7)



**5.2-6** (1) (2)



(3) (4)



**5.2-7** (1) (2)



(3) (4)



**5.2-8** (1) (2)



**5.2-9** (1)



(2)



(3)



**5.2-10** (1) (2) (3)



**5.2-11** (1) (2)



**5.2-12** (1)商式為，餘式為



驗算：



(2)商式為，餘式為



驗算：



**5.2-13** (1)商式為，餘式為



驗算：



(2)商式為，餘式為



驗算：



**5.2-14** (1)商式為，餘式為



驗算：



(2)商式為，餘式為



驗算：



**5.2-15** (1)



(2)商式為，餘式為



(3)商式為，餘式為



**5.3練習解答**

**練習5.3.1-1**

(1) (2)



(3) (4)



**練習5.3.1-2**

(1) (2)



(3) (4)



**練習5.3.1-3**

(1) (2)



**練習5.3.2-1**

(1) (2)



(3) (4)



**練習5.3.2-2**

(1)



(2)



**練習5.3.2-3**

(1) (2)



(3) (4)



**練習5.3.3-1**

(1) (2)



(3) (4)



**練習5.3.3-2**

(1)



(2)



**練習5.3.3-3**

(1)6241 (2)



(3) (4)



**練習5.3.4-1**

(1) (2)



(3) (4)



**練習5.3.4-2**

(1) (2)



**練習5.3.4-3**

(1) (2)



(3) (4)



**練習5.3.4-4**

(1) (2)



**練習5.3.5-1**

(1) (2)



**練習5.3.5-2**

(1)

(2)



**練習5.3.5-3**



**5.3習題解答**

**5.3-1** (1) (2)



(3) (4)



**5.3-2** (1) (2)



(3) (4)



**5.3-3** (1) (2)



**5.3-4** (1) (2)



(3) (4)



**5.3-5** (1)



(2)



**5.3-6** (1) (2)



(3) (4)



**5.3-7** (1) (2)



(3) (4)



**5.3-8** (1)



(2)



**5.3-9** (1) (2)



(3) (4)



**5.3-10** (1) (2)



(3) (4)



**5.3-11** (1) (2)



**5.3-12** (1) (2)



(3)39999.84 (4)



**5.3-13** (1) (2)



**5.3-14** (1) (2)



**5.3-15** (1)



(2)



**5.3-16**



**5.4練習解答**

**練習5.4.1-1**

(1) (2)



(3) (4)



(5) (6)



**練習5.4.2-1**

(1) (2)



**練習5.4.2-2**

(1) (2)



**練習5.4.2-3**

(1) (2)



(3) (4)



**5.4習題解答**

**5.4-1** (1) (2)



(3) (4)



(5) (6)



**5.4-2** (1) (2)



**5.4-3** (1) (2)



**5.4-4** (1) (2)



(3) (4)



**5.5習題解答**

**5.5-1** 答：(1)



(2)



**5.5-2** 答：、、



**5.5-3** 答：(1)



(2)



**5.5-4** 答：



**5.5-5** 答：、、



**5.5-6** 答：



**5.5-7** 答：



**5.5-8** 答：、



**5.5-9** 答：



**5.5-10** 答：

**5.5-11** 答：



**5.5-12** 答：



**5.5-13** 答：(1) (2)



**5.5-14** 答：(1) (2)



**5.5-15** 答：(1) (2)



**5.5-16** 答：3300平方公分

**5.5-17** 答：平方公分



**5.5-18** 答：(1) (2)



**5.5-19** 答：(1) (2)



**5.5-20** 答：16

**第五章綜合習題**

**1.** 答：(1) (2)



(3) (4)



(5) (6)



**2.** 答：(1) (2)



(3) (4)



(5)



**3.** 答：(1) (2)



(3) (4)



(5) (6)



**4.** 答：(1)



(2)



**5.** 答：(1) (2)



**6.** 答：



**7.** 答：



**8.** 答：、、、



**9.** 答：



**10.** 答：商式為，餘式為



**11.** 答：



**12.** 答：



**13.** 答：公分



**14.** 答：公分



**基測與會考模擬試題解答**

1. 《答案》(D)

詳解： ㄅ=，ㄆ=，ㄇ=，ㄈ。僅有ㄈ不是。



2. 《答案》(D)

詳解： (A)表示是錯的，應為  
(B)表示是錯的，應為  
(C)表示是錯的，應為  
(D)表示是對的



3. 《答案》(C)

詳解：   
=   
=   
=



4. 《答案》(D)

詳解： *A* =



=



=



5. 《答案》(B)

詳解：



6. 《答案》(B)

詳解： (A)  
(B)  
(C)  
(D)  
又因，所以(B)是最大的



7. 《答案》(D)

詳解：



8. 《答案》(D)

詳解： 原式



9. 《答案》(B)

詳解： 設多項式為*A*，



10. 《答案》(A)

詳解： 設多項式為*A*，



11. 《答案》(C)

詳解：



12. 《答案》(D)

詳解：   
， ⇒ 、或、



13. 《答案》(D)

詳解：



14. 《答案》(A)

詳解：



15. 《答案》(B)

詳解：   
  
、 →



16. 《答案》(D)

詳解：



17. 《答案》(A)

詳解： 甲 ⇒ ⇒   
乙 ⇒ ⇒   
丙 ⇒ ⇒   
所以丙乙甲



18. 《答案》(A)

詳解： 設多項式為*A*，



19. 《答案》(D)

詳解： 由直式知、、、、、  
綜合以上條件得解、、、、



20. 《答案》(B)

詳解：



21. 《答案》(A)

詳解： 原式



22. 《答案》(B)

詳解： 設多項式為*A*，  
  
則  
商式為



23. 《答案》(D)

詳解： ，所以



24. 《答案》(B)

詳解： 原式



25. 《答案》(C)

詳解： 原式



，且*a*為正整數，



故



26. 《答案》(B)

詳解：   
  
  
  
，且，故



27. 《答案》(B)

詳解： 已知



28. 《答案》(D)

詳解： 設多項式為*A*，  
  
  
  
得到、、  
所以



29. 《答案》(D)

詳解： 原式



30. 《答案》(D)

詳解： 原式



31. 《答案》(D)

詳解：   
，設代入

