

# 代數第二章

## 目錄

第二章 一元一次不等式 .....	1
學習目標 .....	1
2.1 節 列出不等式 .....	2
2.1 節 習題 .....	5
2.2 節 一元一次不等式的解 .....	8
2.2 節 習題 .....	13
2.3 節 一元一次不等式的圖示法 .....	15
2.3 節 習題 .....	18
2.4 節 解一元一次不等式 .....	20
2.4.1 節 不等式運算法則 .....	20
2.4.2 節 解一元一次不等式(基本題) .....	24
2.4.3 節 解多項型一元一次不等式 .....	30
2.4.4 節 解分數型一元一次不等式 .....	40
2.4.5 節 解小數型一元一次不等式 .....	42
2.4.6 節 解一元一次不等式並圖示 .....	45
2.4.7 節 一元一次不等式的整數解 .....	47

2.4 節 習題.....	49
2.5 節 一元一次不等式的應用問題.....	53
2.5 節 習題.....	60
第二章綜合習題.....	63
基測與會考模擬試題.....	69
習題解答.....	73

## 第二章 一元一次不等式

在第一章我們已瞭解一元一次方程式的意義與解法，而在本章當中，我們將介紹一元一次不等式，瞭解如何列式與求解，並與數線結合。如此，即可解決生活中遇到的不等式問題。

### 學習目標

1. 能理解不等號的意義，並將生活中的應用問題以不等式來紀錄。
2. 能將一元一次不等式的解在數線上表示，並理解其意義。
3. 能找出一元一次不等式的解。

## 2.1 節 列出不等式

在第一章我們學過的式子都是"等於"的關係，但是生活中我們也常遇到大於或小於的狀況，例如：玩具的價格超過 200 元，我們可以寫成某玩具的價格大於 200 元，記作『某玩具的價格  $> 200$  元』。

在數學上，我們用符號  $>$  表示大於，用符號  $<$  表示小於，稱  $>$  或  $<$  這樣的符號為**不等號**。

### 不等號的意義

符號	慣用語	範例
$>$	<ul style="list-style-type: none"><li>• 大於</li><li>• 超過</li></ul>	$x$ 大於 7、 $x$ 超過 7，可以用 $x > 7$ 表示。
$<$	<ul style="list-style-type: none"><li>• 小於</li><li>• 未滿</li></ul>	$x$ 小於 7、 $x$ 未滿 7，可以用 $x < 7$ 表示。
$\geq$	<ul style="list-style-type: none"><li>• 大於或等於</li><li>• 以上</li><li>• 不小於</li></ul>	$x$ 在 7 以上、 $x$ 不小於 7、 $x$ 大於或等於 7，可以用 $x \geq 7$ 表示。
$\leq$	<ul style="list-style-type: none"><li>• 小於或等於</li><li>• 以下</li><li>• 不大於</li></ul>	$x$ 在 7 以下、 $x$ 不大於 7、 $x$ 小於或等於 7，可以用 $x \leq 7$ 表示。
$\neq$	<ul style="list-style-type: none"><li>• 不等於</li></ul>	$x$ 不等於 7，可以用 $x \neq 7$ 表示。

### 不等式：

用不等號  $>$ 、 $<$ 、 $\geq$ 、 $\leq$ 、 $\neq$  將兩式連結起來的式子，我們稱為**不等式**。

### 一元一次不等式：

只含一個未知數，且未知數的最高次數是 1 的不等式，我們稱為**一元一次不等式**。

例： $3x < 11$  是一元一次不等式

$2x^2 < 32$  因為未知數的次數為 2，故非一元一次不等式。(是一元二次不等式)

### 例題 2.1-1

將下列關係列成不等式：

(1)  $5x$  大於 20。

(2)  $7x$  小於 14。

(3)  $8x$  不大於 16。

(4)  $3y$  大於或等於 2。

詳解：

(1)  $5x > 20$

(2)  $7x < 14$

(3)  $8x \leq 16$

(4)  $3y \geq 2$

### 例題 2.1-2

將下列敘述列成不等式：

(1) 在一次數學考試中，小明考了 80 分，而小榮考的比小明好，假設小榮考  $x$  分，則小榮的分數如何表示？

(2) 若小梅考的比小明差，假設小梅考  $y$  分，則小梅的分數如何表示？

詳解：

(1) 小榮考的比小明好，所以小榮的分數  $>$  小明的分數，而小榮的分數為  $x$  分，因此小榮的分數可以表示為： $x > 80$

(2) 小梅考的比小明差，所以小梅的分數  $<$  小明的分數，而小梅的分數為  $y$  分，因此小梅的分數可以表示為： $y < 80$

再考慮一般考試分數都是正數，不會是負數，因此我們還可以加上  $y > 0$

(第(1)題中因為  $x > 80$  已經是正數，所以不另外寫  $x > 0$ )

答：(1)  $x > 80$  (2)  $y < 80$  且  $y > 0$

### 例題 2.1-3

將下列敘述列成不等式：

如果考試的成績以 60 分為及格分數，設某人考試成績為  $a$  分，則：

(1) 某人考試及格應該如何表示？(2) 某人考試不及格應該如何表示？

詳解：

(1) 某人考試及格，也就是某人考試成績大於或等於 60 分，用  $a \geq 60$  表示。

(2) 某人考試不及格，也就是某人考試成績小於 60 分，用  $a < 60$  表示。

因為一般考試分數都是正數，所以再加上  $a > 0$

答：(1)  $a \geq 60$  (2)  $a < 60$  且  $a > 0$

### 例題 2.1-4

將下列敘述列成不等式：

已知小榮和小和的體重分別為  $x$  公斤和 65 公斤，而小榮的體重比小和重，請問小榮和小和的體重關係如何表示？

詳解：

小榮的體重比小和重，也就是小榮的體重  $>$  小和的體重，用  $x > 65$  表示。

答：  $x > 65$

### 例題 2.1-5

將下列敘述列成不等式：

已知小瀚和小欣的身高分別為  $y$  公分和 165 公分，而小瀚的身高沒有比小欣高，則小欣和小瀚的身高關係如何表示？

詳解：

小瀚的身高沒有比小欣高，即是小瀚的身高小於或等於小欣的身高

小瀚的身高  $\leq$  小欣的身高，也就是  $y \leq 165$

因為身高都是正數，所以再加上  $y > 0$

答：  $y \leq 165$  且  $y > 0$

### 例題 2.1-6

將下列敘述列成不等式：

(1)小明每天儲蓄 50 元， $x$  天後，儲蓄的錢超過了 1000 元。

(2)柯西的爺爺  $x$  歲，柯西、袁太、小傑與小梅都是 15 歲，四人的年齡總和比爺爺小。

(3)媽媽有 15000 元，小梅有 500 元，過年時媽媽給小梅  $x$  元的壓歲錢後，媽媽剩下的錢不少於小梅的錢的 5 倍。

(4)設一個二位數的個位數字與十位數字的和為 9，已知此二位數的十位數字為  $x$ ，此二位數加上 15 後，不超過 80。

詳解：

(1) 小明每天儲蓄 50 元，儲蓄  $x$  天，也就是儲蓄了  $50x$  元。

儲蓄的錢超過 1000 元，用  $50x > 1000$  表示。

(2) 四人的年齡總和是  $15 \times 4$  歲，四人的年齡總和比爺爺小，

用  $15 \times 4 < x$  表示，或是  $x > 15 \times 4$ 。

(3) 媽媽有 15000 元，小梅有 500 元，媽媽給小梅  $x$  元後，

媽媽的錢變為  $(15000 - x)$  元，小梅的錢變為  $(500 + x)$  元。

媽媽剩下的錢不少於小梅的錢的 5 倍，即媽媽剩下的錢  $\geq$  小梅的錢的 5 倍。

以  $15000 - x \geq (500 + x) \times 5$  表示。

(4) 個位數字與十位數字的和為 9，十位數字為  $x$  ( $x$  是 0 以上，9 以下的整數。)

個位數字可用  $(9 - x)$  表示。

二位數的數值為  $10x + (9 - x)$

二位數加上 15 後，不超過 80。以  $10x + (9 - x) + 15 \leq 80$  表示。

答：(1)  $50x > 1000$ ；(2)  $x > 15 \times 4$ ；(3)  $15000 - x \geq (500 + x) \times 5$ ；(4)  $10x + (9 - x) + 15 \leq 80$

## 2.1 節 習題

### 習題 2.1-1

將下列敘述列成不等式：

(1)  $3x$  小於 15

(2)  $2y$  比  $(-9)$  大

(3)  $-7y + 2$  不小於 7

(4)  $2x + 1$  不大於 11





## 習題 2.1-5

依題意列出不等式：

(1) 小雅體重 72 公斤，減重  $x$  公斤後，小雅體重不超過 56 公斤。

(2) 電影票 1 張  $x$  元，小優身上有 1000 元，買了 4 張電影票後，剩下不到 50 元。

(3) 桌上有 10 元硬幣  $x$  個、50 元硬幣 10 個，桌上硬幣的金額超過 900 元。

(4) 1 支烤雞翅  $x$  元，伯虎買了 5 支烤雞翅，所花金額不小於 150 元。

## 2.2 節 一元一次不等式的解

若將一個數代入不等式中，能使式子成立，則稱此數為不等式的解。  
不等式的解可能不只一個。

例：不等式  $x > 6$

當  $x=4$  時，因為  $4 < 6$ ，所以不等式  $x > 6$  不成立。

當  $x=8$  時，因為  $8 > 6$ ，所以不等式  $x > 6$  成立。8 是此不等式的解。

在不等式  $x > 6$  中，

7、7.3、8、 $8\frac{1}{2}$ 、9、10、11、12、13 ……等，都是不等式的解。

### 例題 2.2-1

將  $x$  以下列之值代入不等式  $x < 5$ ，檢驗不等式是否成立：

(1)  $x=2$     (2)  $x=5$     (3)  $x=8$

詳解：

(1) 當  $x=2$  時，因為  $2 < 5$ ，所以不等式  $x < 5$  成立。

(2) 當  $x=5$  時，因為  $5 = 5$ ，所以不等式  $x < 5$  不成立。

(3) 當  $x=8$  時，因為  $8 > 5$ ，所以不等式  $x < 5$  不成立。

### 【練習】2.2-1

將  $x$  以下列之值代入不等式  $x > 3$ ，檢驗不等式是否成立：

(1)  $x=2$     (2)  $x=3$     (3)  $x=4$

### 例題 2.2-2

將  $x$  以下列之值代入不等式  $x \geq 5$ ，檢驗不等式是否成立：

- (1)  $x=2$     (2)  $x=5$     (3)  $x=8$

詳解：

- (1) 當  $x=2$  時，因為  $2 < 5$ ，所以不等式  $x \geq 5$  不成立。  
(2) 當  $x=5$  時，因為  $5 = 5$ ，所以不等式  $x \geq 5$  成立。  
(3) 當  $x=8$  時，因為  $8 > 5$ ，所以不等式  $x \geq 5$  成立。

### 【練習】2.2-2

將  $x$  以下列之值代入不等式  $x \geq 3$ ，檢驗不等式是否成立：

- (1)  $x=2$     (2)  $x=3$     (3)  $x=4$

### 例題 2.2-3

將  $x$  以下列之值代入不等式  $x \leq 8$ ，檢驗不等式是否成立：

- (1)  $x=2$     (2)  $x=5$     (3)  $x=8$

詳解：

- (1) 當  $x=2$  時，因為  $2 < 8$ ，所以不等式  $x \leq 8$  成立。  
(2) 當  $x=5$  時，因為  $5 < 8$ ，所以不等式  $x \leq 8$  成立。  
(3) 當  $x=8$  時，因為  $8 = 8$ ，所以不等式  $x \leq 8$  成立。

### 【練習】2.2-3

將  $x$  以下列之值代入不等式  $x \leq 3$ ，檢驗不等式是否成立：

- (1)  $x=2$     (2)  $x=3$     (3)  $x=4$

### 例題 2.2-4

將  $x$  以下列之值代入不等式  $2x-1 \geq 5$ ，檢驗不等式是否成立：

- (1)  $x=1$     (2)  $x=3$     (3)  $x=5$

詳解：

(1) 當  $x=1$  時， $2x-1=2 \times 1-1=1$ ， $1 < 5$ ，不等式不成立。

(2) 當  $x=3$  時， $2x-1=2 \times 3-1=5$ ， $5=5$ ，不等式成立。

(3) 當  $x=5$  時， $2x-1=2 \times 5-1=9$ ， $9 > 5$ ，不等式成立。

### 【練習】2.2-4

將  $x$  以下列之值代入不等式  $3x-2 \geq 4$ ，檢驗不等式是否成立：

- (1)  $x=2$     (2)  $x=3$     (3)  $x=4$

### 例題 2.2-5

下列哪些數，是不等式  $2x+7 > 15$  的解？

- (1) 1    (2) 4    (3) 5    (4) 7

詳解：

(1) 當  $x=1$  時， $2x+7=2 \times 1+7=9$ ， $9 < 15$ ，不等式不成立。

(2) 當  $x=4$  時， $2x+7=2 \times 4+7=15$ ， $15=15$ ，不等式不成立。

(3) 當  $x=5$  時， $2x+7=2 \times 5+7=17$ ， $17 > 15$ ，不等式成立。

所以 5 是不等式  $2x+7 > 15$  的解。

(4) 當  $x=7$  時， $2x+7=2 \times 7+7=21$ ， $21 > 15$ ，不等式成立。

所以 7 是不等式  $2x+7 > 15$  的解。

### 【練習】2.2-5

下列哪些數，是不等式  $4x+1 > 9$  的解？

- (1) 2    (2) 3    (3) 4

### 例題 2.2-6

下列哪些數，是不等式  $3x+5 \leq 14$  的解？

- (1) 1      (2) 3      (3) 5      (4) 7

詳解：

(1) 當  $x=1$  時， $3x+5=3 \times 1+5=8$ ， $8 \leq 14$ ，不等式成立。

所以 1 是不等式  $3x+5 \leq 14$  的解。

(2) 當  $x=3$  時， $3x+5=3 \times 3+5=14$ ， $14=14$ ，不等式成立。

所以 3 是不等式  $3x+5 \leq 14$  的解。

(3) 當  $x=5$  時， $3x+5=3 \times 5+5=20$ ， $20 > 14$ ，不等式不成立。

(4) 當  $x=7$  時， $3x+5=3 \times 7+5=26$ ， $26 > 14$ ，不等式不成立。

### 【練習】2.2-6

下列哪些數，是不等式  $2x+7 \leq 9$  的解？

- (1) 1      (2) 2      (3) 3

### 例題 2.2-7

下列哪些數，是不等式  $8 - \frac{1}{2}x > 9$  的解？

- (1) 2      (2) 4      (3) -2      (4) -4

詳解：

(1) 當  $x=2$  時， $8 - \frac{1}{2}x = 8 - \frac{1}{2} \times 2 = 7$ ， $7 < 9$ ，不等式不成立。

(2) 當  $x=4$  時， $8 - \frac{1}{2}x = 8 - \frac{1}{2} \times 4 = 6$ ， $6 < 9$ ，不等式不成立。

(3) 當  $x=-2$  時， $8 - \frac{1}{2}x = 8 - \frac{1}{2} \times (-2) = 9$ ， $9 = 9$ ，不等式不成立。

(4) 當  $x=-4$  時， $8 - \frac{1}{2}x = 8 - \frac{1}{2} \times (-4) = 10$ ， $10 > 9$ ，不等式成立。

所以 -4 是不等式  $8 - \frac{1}{2}x > 9$  的解。

**【練習】2.2-7**

下列哪些數，是不等式  $7 - \frac{1}{3}x > 5$  的解？

- (1) 3      (2) 6      (3) 9

## 2.2 節 習題

### 習題 2.2-1

下列哪些數，是不等式  $x > 7$  的解？

- (1) 3 (2) 7 (3) 8

### 習題 2.2-2

下列哪些數，是不等式  $x \leq 2$  的解？

- (1) 1 (2) 2 (3) 3

### 習題 2.2-3

下列哪些數，是不等式  $2x + 5 \leq 8$  的解？

- (1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) 3

### 習題 2.2-4

下列哪些數，是不等式 $-2x+5\geq 0$ 的解？

- (1) 0 (2) 2 (3) 2.5 (4) 3 (5)  $3\frac{1}{2}$

### 習題 2.2-5

下列哪些數，是不等式 $2x-2> x-1$ 的解？

- (1) 0 (2) 1 (3) 2



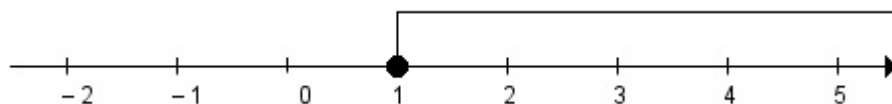
## 2.3 節 一元一次不等式的圖示法

為了方便知道一元一次不等式有哪些解，我們可以在數線上將解圖示出來。

圖示描點時，若該點也是不等式的解，則我們用**實心圓圈**表示；若該點不是不等式的解，則我們用**空心圓圈**表示。

例如：

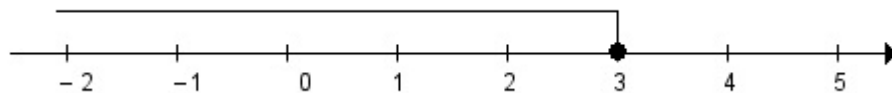
(1)  $x \geq 1$



因為在數線上 1 右方的數都大於 1，所以 1 右方的數都是不等式  $x \geq 1$  的解。

1 也是不等式  $x \geq 1$  的解，因此 1 在圖中用**實心圓圈**表示，如上圖。

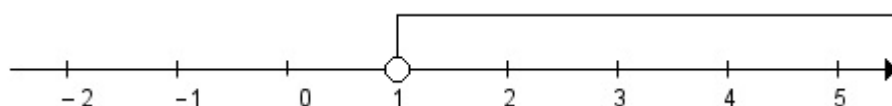
(2)  $x \leq 3$



因為在數線上 3 左方的數都小於 3，所以 3 左方的數都是不等式  $x \leq 3$  的解。

3 也是不等式  $x \leq 3$  的解，因此 3 在圖中用**實心圓圈**表示，如上圖。

(3)  $x > 1$



因為在數線上 1 右方的數都大於 1，所以 1 右方的數都是不等式  $x > 1$  的解。

1 不是不等式  $x > 1$  的解，因此 1 在圖中用**空心圓圈**表示，如上圖。

$$(4) x < 3$$



因為在數線上 3 左方的數都小於 3，所以 3 左方的數都是不等式  $x < 3$  的解。

3 不是不等式  $x < 3$  的解，因此 3 在圖中用**空心圓圈**表示，如上圖。

### 例題 2.3-1

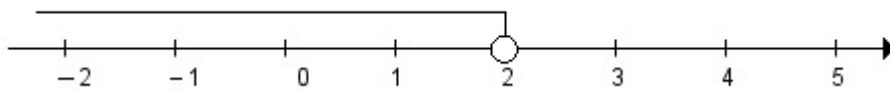
在數線上圖示下列不等式的解：

$$(1) x < 2$$

$$(2) x > -1$$

詳解：

$$(1) x < 2$$



$$(2) x > -1$$



### 例題 2.3-2

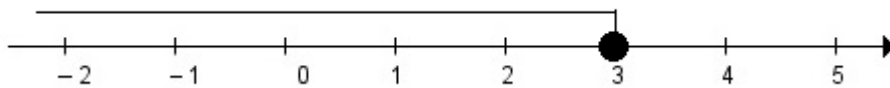
在數線上圖示下列不等式的解：

$$(1) x \leq 3$$

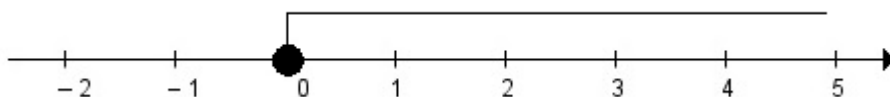
$$(2) x \geq 0$$

詳解：

$$(1) x \leq 3$$



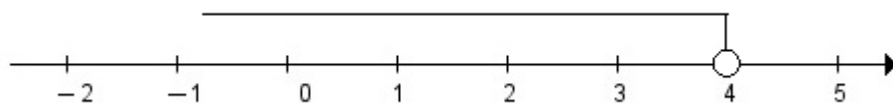
$$(2) x \geq 0$$



### 例題 2.3-3

寫出下列圖示所表示的不等式：

(1)



(2)



詳解：

(1) 圖形在 4 為空心，且往左邊，所以代表的不等式為  $x < 4$ 。

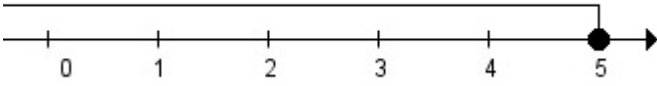
(2) 圖形在 2 為實心，且往右邊，所以代表的不等式為  $x \geq 2$ 。

## 2.3 節 習題

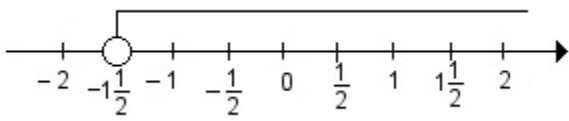
### 習題 2.3-1

試寫出下列圖示所表示的不等式：

(1)



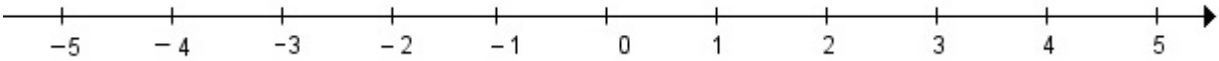
(2)



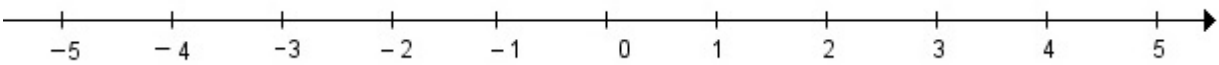
### 習題 2.3-2

在數線上圖示下列不等式：

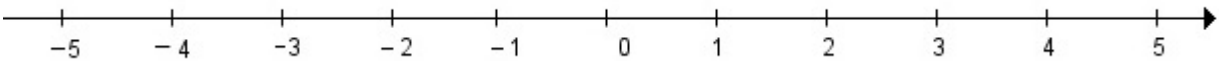
(1)  $x < 3$



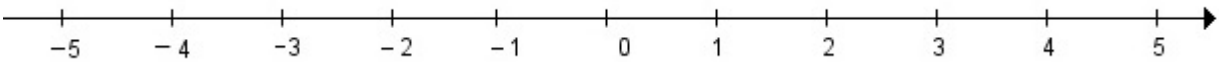
(2)  $x \geq -5$



(3)  $x \leq 1.5$



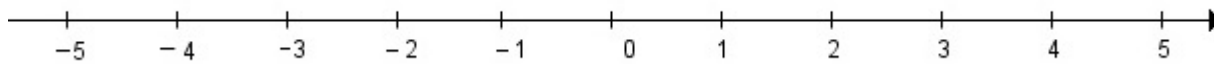
(4)  $x > -1\frac{1}{3}$



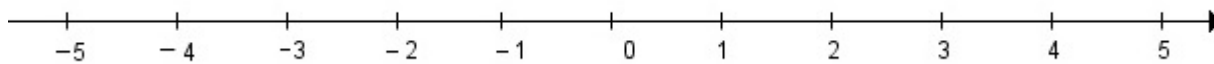
### 習題 2.3-3

在數線上圖示下列不等式：

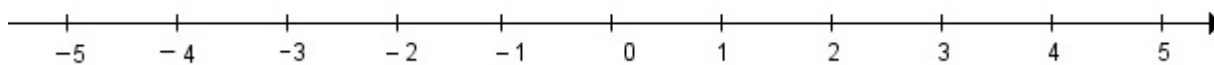
(1)  $x > -4$



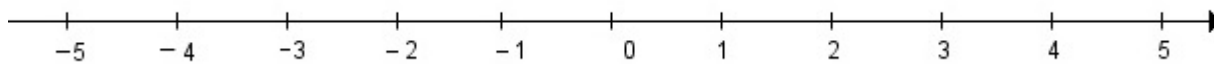
(2)  $x \leq -2$



(3)  $x < 5$



(4)  $x \geq -1$



## 2.4 節 解一元一次不等式

2.1 節中，我們已經學過，只含一個未知數，且未知數的指數是 1 的不等式，稱為一元一次不等式。

本節中我們將學習不等式的運算法則，找出一元一次不等式的解。

### 2.4.1 節 不等式運算法則

#### 不等式等量公理

##### (1) 不等式等量加法公理

不等式的兩邊同加一個數後，不等式仍然成立：

不等式  $x > a$ ，二邊同加  $b$ ，不等式仍然成立，即  $x + b > a + b$ 。

不等式  $x < a$ ，二邊同加  $b$ ，不等式仍然成立，即  $x + b < a + b$ 。

例：

現在有不等式  $3 > 2$ ，我們將不等式二邊同加 2，

則不等式左邊變為 5，右邊變為 4， $5 > 4$ ，不等式仍然成立。

$$3 > 2$$

$$3 + 2 > 2 + 2$$

$$5 > 4$$

※  $<$ 、 $\geq$  與  $\leq$  的情況亦同。

##### (2) 不等式等量減法公理

不等式的兩邊同減一個數後，不等式仍然成立：

不等式  $x > a$ ，二邊同減  $b$ ，不等式仍然成立，即  $x - b > a - b$ 。

不等式  $x < a$ ，二邊同減  $b$ ，不等式仍然成立，即  $x - b < a - b$ 。

例：

現在有不等式 $3 > 2$ ，我們將不等式二邊同減 2，  
則不等式左邊變為 1，右邊變為 0， $1 > 0$ ，不等式仍然成立。

$$3 > 2$$

$$3 - 2 > 2 - 2$$

$$1 > 0$$

※ $<$ 、 $\geq$ 與 $\leq$ 的情況亦同。

### (3) 不等式等量乘法公理

(a) 不等式的兩邊同乘以一個正數，不等式仍然成立。

不等式 $x > a$ ，二邊同乘 $b (b > 0)$ ，不等式仍然成立，即 $x \times b > a \times b$ 。

不等式 $x < a$ ，二邊同乘 $b (b > 0)$ ，不等式仍然成立，即 $x \times b < a \times b$ 。

例：

現在有不等式 $3 > 2$ ，我們將不等式二邊同乘以 2，  
則不等式左邊變為 6，右邊變為 4， $6 > 4$ ，不等式仍然成立。

$$3 > 2$$

$$3 \times 2 > 2 \times 2$$

$$6 > 4$$

※ $<$ 、 $\geq$ 與 $\leq$ 的情況亦同。

(b) 不等式的兩邊同乘一個負數，則大的一邊會變小，小的一邊會變大，也就是不等號會相反。

不等式 $x > a$ ，二邊同乘以 $b (b < 0)$ ，不等號會相反，即 $x \times b < a \times b$ 。

不等式 $x < a$ ，二邊同乘以 $b (b < 0)$ ，不等號會相反，即 $x \times b > a \times b$ 。

例：

現在有不等式 $3 > 2$ ，我們將不等式二邊同乘以 $(-2)$ ，  
則不等式左邊變為 $(-6)$ ，右邊變為 $(-4)$ ， $-6 < -4$ ，不等號方向相反。

$$3 > 2$$

$$3 \times (-2) < 2 \times (-2)$$

$$-6 < -4 \quad (\text{同乘以負數時，不等號方向會改變！})$$

※ $<$ 、 $\geq$ 與 $\leq$ 的情況亦同。

#### (4) 不等式等量除法公理

(a) 不等式的兩邊同除以一個正數，不等式仍然成立。

不等式  $x > a$ ，二邊同除以  $b (b > 0)$ ，不等式仍然成立，即  $x \div b > a \div b$ 。

不等式  $x < a$ ，二邊同除以  $b (b > 0)$ ，不等式仍然成立，即  $x \div b < a \div b$ 。

例：

現在有不等式  $6 > 4$ ，我們將不等式二邊同除以 2，

則不等式左邊變為 3，右邊變為 2， $3 > 2$ ，不等式仍然成立。

$$6 > 4$$

$$6 \div 2 > 4 \div 2$$

$$3 > 2$$

※ $<$ 、 $\geq$ 與 $\leq$ 的情況亦同。

(b) 不等式的兩邊同除一個負數，則大的一邊會變小，小的一邊會變大，也就是不等號會相反。

不等式  $x > a$ ，二邊同除以  $b (b < 0)$ ，不等式仍然成立，即  $x \div b < a \div b$ 。

不等式  $x < a$ ，二邊同除以  $b (b < 0)$ ，不等式仍然成立，即  $x \div b > a \div b$ 。

例：

現在有不等式  $15 > 10$ ，我們將不等式二邊同除以  $(-5)$ ，

則不等式左邊變為  $(-3)$ ，右邊變為  $(-2)$ ， $-3 < -2$ ，不等號方向相反。

$$15 > 10$$

$$15 \div (-5) < 10 \div (-5)$$

$$-3 < -2 \quad (\text{同除以負數時，不等號方向會改變！})$$

※ $<$ 、 $\geq$ 與 $\leq$ 的情況亦同。



## 不等式移項法則：

與第一章一元一次方程式相同，我們可以從等量公理推導出移項法則。

### 法則一 加 $\Rightarrow$ 減

$$a > b + c$$

$$a - c > b + c - c \quad \text{利用等量公理，不等號二邊同減 } c。$$

$$a - c > b \quad \text{所以右邊的 } +c \text{ 移到左邊，會變成 } -c。$$

### 法則二 減 $\Rightarrow$ 加

$$a > b - c$$

$$a + c > b - c + c \quad \text{利用等量公理，等號二邊同加 } c。$$

$$a + c > b \quad \text{所以右邊的 } -c \text{ 移到左邊，會變成 } +c。$$

### 法則三 乘 $\Rightarrow$ 除

$$a > b \times c$$

$$c > 0 \text{ 時}$$

$$a \div c > b \times c \div c \quad \text{利用等量公理，等號二邊同除以 } c。$$

$$a \div c > b \quad \text{所以右邊的 } \times c \text{ 移到左邊，會變成 } \div c。$$

$$c < 0 \text{ 時}$$

$$a \div c < b \times c \div c \quad \text{不等式二邊同除以一個負數，不等號相反。}$$

$$a \div c < b$$

### 法則四 除 $\Rightarrow$ 乘

$$a > b \div c$$

$$c > 0 \text{ 時}$$

$$a \times c > b \div c \times c \quad \text{利用等量公理，等號二邊同乘以 } c。$$

$$a \times c > b \quad \text{所以右邊的 } \div c \text{ 移到左邊，會變成 } \times c。$$

$$c < 0 \text{ 時}$$

$$a \times c < b \div c \times c \quad \text{不等式二邊同乘以一個負數，不等號相反。}$$

$$a \times c < b$$

不等式移項法則整理如下：

法則一  $a > b + c \Rightarrow a - c > b$  (不等號右邊的 $+c$ ，移到左邊變 $-c$ )

法則二  $a > b - c \Rightarrow a + c > b$  (不等號右邊的 $-c$ ，移到左邊變 $+c$ )

法則三  $c > 0$ 時， $a > b \times c \Rightarrow a \div c > b$

$c < 0$ 時， $a > b \times c \Rightarrow a \div c < b$

(不等號右邊的 $\times c$ ，移到左邊變 $\div c$ ， $c < 0$ 時不等號會相反)

法則四  $c > 0$ 時， $a > b \div c \Rightarrow a \times c > b$

$c < 0$ 時， $a > b \div c \Rightarrow a \times c < b$

(不等號右邊的 $\div c$ ，移到左邊變 $\times c$ ， $c < 0$ 時不等號會相反)

※其餘不等號 $<$ 、 $\geq$ 、 $\leq$ 也有相同性質。

## 2.4.2 節 解一元一次不等式(基本題)

### 例題 2.4.2-1

請解下列不等式：

(1)  $x + 2 \leq 3$

(2)  $x - 1 \geq 0$

(3)  $x + 5 < -2$

(4)  $x - 3 > -6$

詳解：

**等量公理解法**

(1)  $x + 2 \leq 3$

$x + 2 - 2 \leq 3 - 2$  (不等式的兩邊同減一個數，不等式仍然成立)

$x \leq 1$

(2)  $x - 1 \geq 0$

$x - 1 + 1 \geq 0 + 1$  (不等式的兩邊同加一個數，不等式仍然成立)

$x \geq 1$

$$\begin{aligned} (3) \quad x+5 < -2 \\ x+5-5 < -2-5 & \quad (\text{不等式的兩邊同減一個數，不等式仍然成立}) \\ x < -7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) \quad x-3 > -6 \\ x-3+3 > -6+3 & \quad (\text{不等式的兩邊同加一個數，不等式仍然成立}) \\ x > -3 \end{aligned}$$

### 移項法則解法

$$\begin{aligned} (1) \quad x+2 &\leq 3 \\ x &\leq 3-2 & (+2 \text{ 移到另一邊變成 } -2) \\ x &\leq 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad x-1 &\geq 0 \\ x &\geq 0+1 & (-1 \text{ 移到另一邊變成 } +1) \\ x &\geq 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad x+5 &< -2 \\ x &< -2-5 & (+5 \text{ 移到另一邊變成 } -5) \\ x &< -7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) \quad x-3 &> -6 \\ x &> -6+3 & (-3 \text{ 移到另一邊變成 } +3) \\ x &> -3 \end{aligned}$$

### 【練習】2.4.2-1

請解下列不等式：

$$\begin{array}{ll} (1) \quad x+1 \leq 3 & (2) \quad x-5 \geq 0 \\ (3) \quad x+3 < -2 & (4) \quad x-2 > -1 \end{array}$$

## 例題 2.4.2-2

請解下列不等式：

(1)  $2x \leq 6$

(2)  $3x \geq 9$

(3)  $0.5x < -7$

(4)  $\frac{3}{5}x > -3$

詳解：

**等量公理解法**

(1)  $2x \leq 6$

$$2x \div 2 \leq 6 \div 2$$

$$x \leq 3$$

(不等式的兩邊同除以一個正數，不等式仍然成立)

(2)  $3x \geq 9$

$$3x \div 3 \geq 9 \div 3$$

$$x \geq 3$$

(不等式的兩邊同除以一個正數，不等式仍然成立)

(3)  $0.5x < -7$

$$0.5x \times 2 < (-7) \times 2$$

$$x < -14$$

(不等式的兩邊同乘以一個正數，不等式仍然成立)

(4)  $\frac{3}{5}x > -3$

$$\frac{3}{5}x \times \frac{5}{3} > (-3) \times \frac{5}{3}$$

$$x > -5$$

(不等式的兩邊同乘以一個正數，不等式仍然成立)

**移項法則解法**

(1)  $2x \leq 6$

$$x \leq 6 \div 2$$

$$x \leq 3$$

( $2x$  也就是  $2 \times x$ ，與  $x \times 2$  相同， $\times 2$  移到另一邊變  $\div 2$ )

(2)  $3x \geq 9$

$$x \geq 9 \div 3$$

$$x \geq 3$$

( $\times 3$  移到另一邊變  $\div 3$ )

$$(3) 0.5x < -7$$

$$x < (-7) \div 0.5$$

( $\times 0.5$  移到另一邊變  $\div 0.5$ )

$$x < -14$$

$$(4) \frac{3}{5}x > -3$$

$$x > (-3) \div \frac{3}{5}$$

( $\times \frac{3}{5}$  移到另一邊變  $\div \frac{3}{5}$ )

$$x > (-3) \times \frac{5}{3}$$

$$x > -5$$

### 【練習】2.4.2-2

請解下列不等式：

$$(1) 3x \leq 12$$

$$(2) 5x \geq 30$$

$$(3) 0.5x < -3$$

$$(4) \frac{7}{6}x > -7$$

### 例題 2.4.2-3

請解下列不等式：

$$(1) -2x \leq -6$$

$$(2) -4x \geq 20$$

$$(3) -\frac{1}{2}x < 8$$

$$(4) -\frac{2}{3}x > 14$$

詳解：

等量公理解法

$$(1) -2x \leq -6$$

$(-2x) \div (-2) \geq (-6) \div (-2)$  (不等式的兩邊同除以一個負數，不等號會相反)

$$x \geq 3$$

$$(2) -4x \geq 20$$

$$(-4x) \div (-4) \leq 20 \div (-4) \quad (\text{不等式的兩邊同除以一個負數，不等號會相反})$$
$$x \leq -5$$

$$(3) -\frac{1}{2}x < 8$$

$$\left(-\frac{1}{2}x\right) \times (-2) > 8 \times (-2) \quad (\text{不等式的兩邊同乘以一個負數，不等號會相反})$$
$$x > -16$$

$$(4) -\frac{2}{3}x > 14$$

$$\left(-\frac{2}{3}x\right) \times \left(-\frac{3}{2}\right) < 14 \times \left(-\frac{3}{2}\right) \quad (\text{不等式的兩邊同乘以一個負數，不等號會相反})$$
$$x < -21$$

### 移項法則解法

$$(1) -2x \leq -6$$

$$x \geq (-6) \div (-2) \quad (\times(-2) \text{ 移到另一邊變} \div(-2), \text{ 乘除負數移項時, 不等號會相反})$$
$$x \geq 3$$

$$(2) -4x \geq 20$$

$$x \leq 20 \div (-4) \quad (\times(-4) \text{ 移到另一邊變} \div(-4), \text{ 乘除負數移項時, 不等號會相反})$$
$$x \leq -5$$

$$(3) -\frac{1}{2}x < 8$$

$$x > 8 \div \left(-\frac{1}{2}\right) \quad (\times\left(-\frac{1}{2}\right) \text{ 移到另一邊變} \div\left(-\frac{1}{2}\right), \text{ 乘除負數移項時, 不等號會相反})$$
$$x > 8 \times (-2)$$
$$x > -16$$

$$(4) -\frac{2}{3}x > 14$$

$$x < 14 \div \left(-\frac{2}{3}\right)$$

$$x < 14 \times \left(-\frac{3}{2}\right)$$

$$x < -21$$

( $\times(-\frac{2}{3})$  移到另一邊變  $\div(-\frac{2}{3})$ ，乘除負數移項時，

不等號會相反)

### 【練習】2.4.2-3

請解下列不等式：

$$(1) -x \leq -8$$

$$(2) -4x \geq 28$$

$$(3) -\frac{1}{3}x < 9$$

$$(4) -\frac{2}{5}x > 26$$

## 2.4.3 節 解多項型一元一次不等式

若不等式有多項時，我們會將含  $x$  的項整理至不等號一邊，不含  $x$  的項整理至不等號的另一邊，化簡不等式求解。

### 例題 2.4.3-1

請解下列不等式：

$$(1) 3x+4>16$$

$$(2) 4x+5>9$$

詳解：

**等量公理解法**

$$(1) 3x+4>16$$

$$3x+4-4>16-4$$

(不等式的兩邊同減一個數，不等式仍然成立)

$$3x>12$$

$$3x\div 3>12\div 3$$

(不等式的兩邊同除以一個正數，不等式仍然成立)

$$x>4$$

$$(2) 4x+5>9$$

$$4x+5-5>9-5$$

(不等式的兩邊同減一個數，不等式仍然成立)

$$4x>4$$

$$4x\div 4>4\div 4$$

(不等式的兩邊同除以一個正數，不等式仍然成立)

$$x>1$$

**移項法則解法**

$$(1) 3x+4>16$$

$$3x>16-4$$

(+4 移到另一邊變 -4)

$$3x>12$$

$$x>12\div 3$$

( $\times 3$  移到另一邊變  $\div 3$ )

$$x>4$$



$$(2) 4x+5>9$$

$$4x>9-5$$

(+5 移到另一邊變 -5)

$$4x>4$$

$$x>4\div 4$$

( $\times 4$  移到另一邊變  $\div 4$ )

$$x>1$$

### 【練習】2.4.3-1

請解下列不等式：

$$(1) 3x+5>17$$

$$(2) 4x+7>15$$

### 例題 2.4.3-2

請解下列不等式：

$$(1) x<7-6x$$

$$(2) 5x<3x-6$$

$$(3) -x>x+8$$

$$(4) 5x>3x+4$$

$$(5) 2x-12<-x$$

詳解：

等量公理解法

$$(1) x<7-6x$$

$$x+6x<7-6x+6x$$

(不等式的兩邊同加一個數，不等式仍然成立)

$$7x<7$$

$$7x\div 7<7\div 7$$

(不等式的兩邊同除以一个正數，不等式仍然成立)

$$x<1$$

$$(2) 5x<3x-6$$

$$5x-3x<3x-6-3x$$

(不等式的兩邊同減一個數，不等式仍然成立)

$$2x<-6$$

$$2x\div 2<(-6)\div 2$$

(不等式的兩邊同除以一个正數，不等式仍然成立)

$$x<-3$$

- (3)  $-x > x + 8$   
 $-x - x > x + 8 - x$  (不等式的兩邊同減一個數，不等式仍然成立)  
 $-2x > 8$   
 $(-2x) \div (-2) < 8 \div (-2)$  (不等式的兩邊同除以一個負數，不等號會相反)  
 $x < -4$
- (4)  $5x > 3x + 4$   
 $5x - 3x > 3x + 4 - 3x$  (不等式的兩邊同減一個數，不等式仍然成立)  
 $2x > 4$   
 $2x \div 2 > 4 \div 2$  (不等式的兩邊同除以一個正數，不等式仍然成立)  
 $x > 2$
- (5)  $2x - 12 < -x$   
 $2x - 12 + x < -x + x$  (不等式的兩邊同加一個數，不等式仍然成立)  
 $3x - 12 < 0$   
 $3x - 12 + 12 < 0 + 12$  (不等式的兩邊同加一個數，不等式仍然成立)  
 $3x < 12$   
 $3x \div 3 < 12 \div 3$  (不等式的兩邊同除以一個正數，不等式仍然成立)  
 $x < 4$

### 移項法則解法

- (1)  $x < 7 - 6x$   
 $x + 6x < 7$  ( $-6x$  移到另一邊變  $+6x$ )  
 $7x < 7$   
 $x < 7 \div 7$  ( $\times 7$  移到另一邊變  $\div 7$ )  
 $x < 1$

$$(2) 5x < 3x - 6$$

$$5x - 3x < -6$$

(+3x 移到另一邊變 -3x)

$$2x < -6$$

$$x < (-6) \div 2$$

( $\times 2$  移到另一邊變  $\div 2$ )

$$x < -3$$

$$(3) -x > x + 8$$

$$-x - x > 8$$

(+x 移到另一邊變 -x)

$$-2x > 8$$

$$x < 8 \div (-2)$$

( $\times (-2)$  移到另一邊變  $\div (-2)$ ，乘除負數移項時，不等號會相反)

$$x < -4$$

$$(4) 5x > 3x + 4$$

$$5x - 3x > 4$$

(+3x 移到另一邊變 -3x)

$$2x > 4$$

$$x > 4 \div 2$$

( $\times 2$  移到另一邊變  $\div 2$ )

$$x > 2$$

$$(5) 2x - 12 < -x$$

$$2x - 12 + x < 0$$

(-x 移到另一邊變 +x)

$$3x - 12 < 0$$

$$3x < 0 + 12$$

(-12 移到另一邊變 +12)

$$3x < 12$$

$$x < 12 \div 3$$

( $\times 3$  移到另一邊變  $\div 3$ )

$$x < 4$$

### 【練習】2.4.3-2

請解下列不等式：

(1)  $x < 18 - 8x$

(2)  $9x < 5x - 4$

(3)  $-x > 3x + 8$

(4)  $7x > 3x + 12$

(5)  $5x - 18 < -x$

### 例題 2.4.3-3

請解下列不等式：

(1)  $4x - 6 > 7x + 9$

(2)  $5x - 5 > -x - 7$

(3)  $-2x + 1 < -3x - 1$

(4)  $3x - 2 \leq 5x + 6$

詳解：

等量公理解法

(1)  $4x - 6 > 7x + 9$

$4x - 6 - 7x > 7x + 9 - 7x$  (不等式的兩邊同減一個數，不等式仍然成立)

$-3x - 6 > 9$

$-3x - 6 + 6 > 9 + 6$  (不等式的兩邊同加一個數，不等式仍然成立)

$-3x > 15$

$(-3x) \div (-3) < 15 \div (-3)$  (不等式的兩邊同除以一個負數，不等號會相反)

$x < -5$

(2)  $5x-5 > -x-7$

$5x-5+x > -x-7+x$  (不等式的兩邊同加一個數，不等式仍然成立)

$6x-5 > -7$

$6x-5+5 > -7+5$  (不等式的兩邊同加一個數，不等式仍然成立)

$6x > -2$

$6x \div 6 > (-2) \div 6$  (不等式的兩邊同除以一个正數，不等式仍然成立)

$x > -\frac{1}{3}$

(3)  $-2x+1 < -3x-1$

$-2x+1+3x < -3x-1+3x$  (不等式的兩邊同加一個數，不等式仍然成立)

$x+1 < -1$

$x+1-1 < -1-1$  (不等式的兩邊同減一個數，不等式仍然成立)

$x < -2$

(4)  $3x-2 \leq 5x+6$

$3x-2-5x \leq 5x+6-5x$  (不等式的兩邊同減一個數，不等式仍然成立)

$-2x-2 \leq 6$

$-2x-2+2 \leq 6+2$  (不等式的兩邊同加一個數，不等式仍然成立)

$-2x \leq 8$

$(-2x) \div (-2) \geq 8 \div (-2)$  (不等式的兩邊同除以一个負數，不等號會相反)

$x \geq -4$

**移項法則解法**

(1)  $4x-6 > 7x+9$

$4x-6-7x > 9$  (+7x 移到另一邊變 -7x)

$-3x-6 > 9$

$-3x > 9+6$  (-6 移到另一邊變 +6)

$-3x > 15$

$x < 15 \div (-3)$  ( $\times(-3)$  移到另一邊變  $\div(-3)$ ，乘除負數移項時，

$x < -5$ ，不等號會相反)

$$(2) 5x - 5 > -x - 7$$

$$5x - 5 + x > -7$$

( $-x$  移到另一邊變  $+x$ )

$$6x - 5 > -7$$

$$6x > -7 + 5$$

( $-5$  移到另一邊變  $+5$ )

$$6x > -2$$

$$x > (-2) \div 6$$

( $\times 6$  移到另一邊變  $\div 6$ )

$$x > -\frac{1}{3}$$

$$(3) -2x + 1 < -3x - 1$$

$$-2x + 1 + 3x < -1$$

( $-3x$  移到另一邊變  $+3x$ )

$$x + 1 < -1$$

$$x < -1 - 1$$

( $+1$  移到另一邊變  $-1$ )

$$x < -2$$

$$(4) 3x - 2 \leq 5x + 6$$

$$3x - 2 - 5x \leq 6$$

( $+5x$  移到另一邊變  $-5x$ )

$$-2x - 2 \leq 6$$

$$-2x \leq 6 + 2$$

( $-2$  移到另一邊變  $+2$ )

$$-2x \leq 8$$

$$x \geq 8 \div (-2)$$

( $\times (-2)$  移到另一邊變  $\div (-2)$ ，乘除負數移項時，不等號會相反)

$$x \geq -4$$

### 【練習】2.4.3-3

請解下列不等式：

$$(1) 2x-6 > 7x+14$$

$$(2) 3x-5 > -x-1$$

### 例題 2.4.3-4

請解下列不等式：

$$(1) 5x-2(x-1) > 8$$

$$(2) x-3 > 3(x-1)-(x-5)$$

$$(3) 3x+1-2(x+4) \geq 4x+5$$

詳解：

等量公理解法

$$(1) 5x-2(x-1) > 8$$

$$5x-2x+2 > 8$$

(注意  $-2(x-1) = -2x+2$ )

$$3x+2 > 8$$

$$3x+2-2 > 8-2$$

(不等式的兩邊同減一個數，不等式仍然成立)

$$3x > 6$$

$$3x \div 3 > 6 \div 3$$

(不等式的兩邊同除以一個正數，不等式仍然成立)

$$x > 2$$

$$(2) x-3 > 3(x-1)-(x-5)$$

$$x-3 > 3x-3-x+5$$

(注意  $-(x-5) = -x+5$ )

$$x-3 > 2x+2$$

$$x-3-2x > 2x+2-2x$$

(不等式的兩邊同減一個數，不等式仍然成立)

$$-x-3 > 2$$

$$-x-3+3 > 2+3$$

(不等式的兩邊同加一個數，不等式仍然成立)

$$-x > 5$$

$$(-x) \times (-1) < 5 \times (-1)$$

(不等式的兩邊同乘以一個負數，不等號會相反)

$$x < -5$$

$$(3) 3x+1-2(x+4)\geq 4x+5$$

$$3x+1-2x-8\geq 4x+5$$

(注意  $-2(x+4)=-2x-8$ )

$$x-7\geq 4x+5$$

$$x-7-4x\geq 4x+5-4x$$

(不等式的兩邊同減一個數，不等式仍然成立)

$$-3x-7\geq 5$$

$$-3x-7+7\geq 5+7$$

(不等式的兩邊同加一個數，不等式仍然成立)

$$-3x\geq 12$$

$$(-3x)\div(-3)\leq 12\div(-3)$$

(不等式的兩邊同除以一個負數，不等號會相反)

$$x\leq -4$$

### 移項法則解法

$$(1) 5x-2(x-1)>8$$

$$5x-2x+2>8$$

(注意  $-2(x-1)=-2x+2$ )

$$3x+2>8$$

$$3x>8-2$$

(+2 移到另一邊變 -2)

$$3x>6$$

$$x>6\div 3$$

( $\times 3$  移到另一邊變  $\div 3$ )

$$x>2$$

$$(2) x-3>3(x-1)-(x-5)$$

$$x-3>3x-3-x+5$$

(注意  $-(x-5)=-x+5$ )

$$x-3>2x+2$$

$$x-3-2x>2$$

(+2x 移到另一邊變 -2x)

$$-x-3>2$$

$$-x>2+3$$

(-3 移到另一邊變 +3)

$$-x>5$$

$$(-x)\times(-1)<5\times(-1)$$

(不等式的兩邊同乘以一個負數，不等號會相反)

$$x<-5$$



$$(3) 3x+1-2(x+4)\geq 4x+5$$

$$3x+1-2x-8\geq 4x+5 \quad (\text{注意 } -2(x+4)=-2x-8)$$

$$x-7\geq 4x+5$$

$$x-7-4x\geq 5 \quad (+4x \text{ 移到另一邊變 } -4x)$$

$$-3x-7\geq 5$$

$$-3x\geq 5+7 \quad (-7 \text{ 移到另一邊變 } +7)$$

$$-3x\geq 12$$

$$x\leq 12\div(-3) \quad (\times(-3) \text{ 移到另一邊變 } \div(-3), \text{ 乘除負數移項時,}$$

$$x\leq -4 \quad , \text{ 不等號會相反})$$

### 【練習】2.4.3-4

請解下列不等式：

$$(1) 7x-2(x+1)>8$$

$$(2) x-6>2(x-1)-3(x-4)$$

## 2.4.4 節 解分數型一元一次不等式

若要解分數型的不等式，我們可以先將不等式二邊乘上所有分母的最小公倍數，以消去分母。

### 例題 2.4.4-1

請解下列不等式：

$$(1) \frac{x}{6} > \frac{1}{3}$$

$$(2) \frac{5x-9}{12} > \frac{2x+1}{6}$$

$$(3) \frac{x-5}{6} - \frac{2x+5}{8} > -1$$

詳解：

等量公理解法

$$(1) \frac{x}{6} > \frac{1}{3}$$

$$\frac{x}{6} \times 6 > \frac{1}{3} \times 6$$

(不等式的二邊同乘以 6，消去分母)

$$x > 2$$

$$(2) \frac{5x-9}{12} > \frac{2x+1}{6}$$

$$\frac{5x-9}{12} \times 12 > \frac{2x+1}{6} \times 12$$

(不等式的二邊同乘以 12，消去分母)

$$5x-9 > (2x+1) \times 2$$

$$5x-9 > 4x+2$$

$$5x-9-4x > 4x+2-4x \quad (\text{不等式的兩邊同減一個數，不等式仍然成立})$$

$$x-9 > 2$$

$$x-9+9 > 2+9 \quad (\text{不等式的兩邊同加一個數，不等式仍然成立})$$

$$x > 11$$

$$(3) \frac{x-5}{6} - \frac{2x+5}{8} > -1$$

$$\left[ \frac{x-5}{6} - \frac{2x+5}{8} \right] \times 24 > (-1) \times 24 \quad (\text{不等式的二邊同乘以 24，消去分母})$$

$$(x-5) \times 4 - (2x+5) \times 3 > -24$$

$$4x-20-6x-15 > -24$$

$$-2x-35 > -24$$

$$-2x-35+35 > -24+35 \quad (\text{不等式的兩邊同加一個數，不等式仍然成立})$$

$$-2x > 11$$

$$(-2x) \div (-2) < 11 \div (-2) \quad (\text{不等式的兩邊同除以一個負數，不等號會相反})$$

$$x < -\frac{11}{2}$$

### 移項法則解法

$$(1) \frac{x}{6} > \frac{1}{3}$$

$$\frac{x}{6} \times 6 > \frac{1}{3} \times 6$$

$$x > 2$$

(不等式的二邊同乘以 6，消去分母)

$$(2) \frac{5x-9}{12} > \frac{2x+1}{6}$$

$$\frac{5x-9}{12} \times 12 > \frac{2x+1}{6} \times 12$$

(不等式的二邊同乘以 12，消去分母)

$$5x-9 > (2x+1) \times 2$$

$$5x-9 > 4x+2$$

$$5x-9-4x > 2$$

(4x 移到另一邊變 -4x)

$$x-9 > 2$$

$$x > 2+9$$

(-9 移到另一邊變 +9)

$$x > 11$$

$$(3) \frac{x-5}{6} - \frac{2x+5}{8} > -1$$

$$\left[ \frac{x-5}{6} - \frac{2x+5}{8} \right] \times 24 > (-1) \times 24 \quad (\text{不等式的二邊同乘以 24，消去分母})$$

$$(x-5) \times 4 - (2x+5) \times 3 > -24$$

$$4x-20-6x-15 > -24$$

$$-2x-35 > -24$$

$$-2x > -24+35$$

(-35 移到另一邊變 +35)

$$-2x > 11$$

$$x < 11 \div (-2)$$

( $\times(-2)$  移到另一邊變  $\div(-2)$ ，乘除負數移項時，

$$x < -\frac{11}{2}$$

不等號會相反)

### 【練習】2.4.4-1

請解下列不等式：

$$(1) \frac{x}{5} > \frac{1}{15} \qquad (2) \frac{5x-2}{18} > \frac{2x+1}{9}$$

## 2.4.5 節 解小數型一元一次不等式

若要解小數型的不等式，我們可以先將不等式二邊乘上 10 或 100 等數，以消去小數。

### 例題 2.4.5-1

請解下列不等式：

$$(1) 0.3x > 1.5 \quad (2) 0.3x + 3.5 < 0.7x - 1.3 \quad (3) 0.5x + 6 < 0.4x - 8$$

詳解：

等量公理解法

$$(1) 0.3x > 1.5$$

$$0.3x \times 10 > 1.5 \times 10 \qquad (\text{不等式的兩邊同乘以 } 10, \text{ 以消去小數})$$

$$3x > 15$$

$$3x \div 3 > 15 \div 3 \qquad (\text{不等式的兩邊同除以一个正數，不等式仍然成立})$$

$$x > 5$$

(2)  $0.3x+3.5<0.7x-1.3$

$(0.3x+3.5)\times 10<(0.7x-1.3)\times 10$  (不等式的二邊同乘以 10, 以消去小數)

$3x+35<7x-13$

$3x+35-7x<7x-13-7x$  (不等式的兩邊同減一個數, 不等式仍然成立)

$-4x+35<-13$

$-4x+35-35<-13-35$  (不等式的兩邊同減一個數, 不等式仍然成立)

$-4x<-48$

$(-4x)\div(-4)>(-48)\div(-4)$  (不等式的兩邊同除以一个負數, 不等號會相反)

$x>12$

(3)  $0.5x+6<0.4x-8$

$(0.5x+6)\times 10<(0.4x-8)\times 10$  (不等式的兩邊同乘以 10, 以消去小數)

$5x+60<4x-80$

$5x+60-4x<4x-80-4x$  (不等式的兩邊同減一個數, 不等式仍然成立)

$x+60<-80$

$x+60-60<-80-60$  (不等式的兩邊同減一個數, 不等式仍然成立)

$x<-140$

**移項法則解法**

(1)  $0.3x>1.5$

$0.3x\times 10>1.5\times 10$  (不等式的兩邊同乘以 10, 以消去小數)

$3x>15$

$x>15\div 3$  ( $\times 3$ 移到另一邊變 $\div 3$ )

$x>5$

$$(2) 0.3x + 3.5 < 0.7x - 1.3$$

$$(0.3x + 3.5) \times 10 < (0.7x - 1.3) \times 10 \quad (\text{不等式的兩邊同乘以 } 10, \text{ 以消去小數})$$

$$3x + 35 < 7x - 13$$

$$3x + 35 - 7x < -13 \quad (+7x \text{ 移到另一邊變 } -7x)$$

$$-4x + 35 < -13$$

$$-4x < -13 - 35 \quad (+35 \text{ 移到另一邊變 } -35)$$

$$-4x < -48$$

$$x > (-48) \div (-4) \quad (\times(-4) \text{ 移到另一邊變 } \div(-4), \text{ 乘除負數移項時,}$$

$$x > 12 \quad \text{不等號會相反})$$

$$(3) 0.5x + 6 < 0.4x - 8$$

$$(0.5x + 6) \times 10 < (0.4x - 8) \times 10 \quad (\text{不等式的兩邊同乘以 } 10, \text{ 以消去小數})$$

$$5x + 60 < 4x - 80$$

$$5x + 60 - 4x < -80 \quad (+4x \text{ 移到另一邊變 } -4x)$$

$$x + 60 < -80$$

$$x < -80 - 60 \quad (+60 \text{ 移到另一邊變 } -60)$$

$$x < -140$$

### 【練習】2.4.5-1

請解下列不等式：

$$(1) 0.4x > 1.6$$

$$(2) 0.5x + 3.3 < 0.7x - 1.7$$

## 2.4.6 節 解一元一次不等式並圖示

在找出不等式的解後，我們也可以結合 2.3 節學過的圖示法，在數線上將解圖示出來。

### 例題 2.4.6-1

請解下列不等式，並在數線上圖示其解：

(1)  $x-5 < -7$

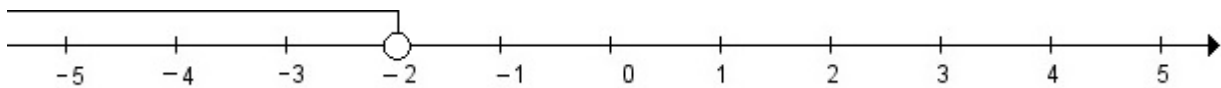
(2)  $3x-4 < 2x-2$

詳解：

(1)  $x-5 < -7$

$x-5+5 < -7+5$  (不等式的兩邊同加一個數，不等式仍然成立)

$x < -2$



$x < -2$  不包含  $x = -2$  這個點，因此以空心圓圈表示。

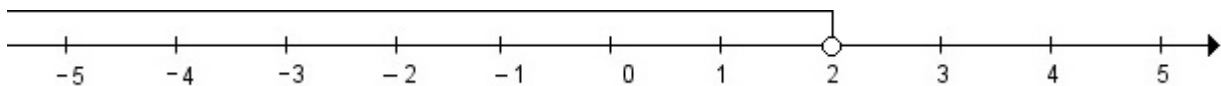
(2)  $3x-4 < 2x-2$

$3x-4-2x < 2x-2-2x$  (不等式的兩邊同減一個數，不等式仍然成立)

$x-4 < -2$

$x-4+4 < -2+4$  (不等式的兩邊同加一個數，不等式仍然成立)

$x < 2$



$x < 2$  不包含  $x = 2$  這個點，因此以空心圓圈表示。

### 例題 2.4.6-2

請解下列不等式，並在數線上圖示其解：

(1)  $4x-7>3x-11$                       (2)  $2x+3\leq 4x+1$

詳解：

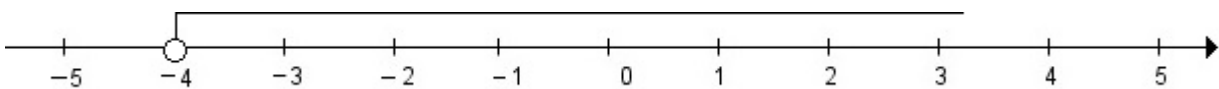
(1)  $4x-7>3x-11$

$4x-7-3x>3x-11-3x$       (不等式的兩邊同減一個數，不等式仍然成立)

$x-7>-11$

$x-7+7>-11+7$                       (不等式的兩邊同加一個數，不等式仍然成立)

$x>-4$



$x > -4$  不包含  $x = -4$  這個點，因此以空心圓圈表示。

(2)  $2x+3\leq 4x+1$

$2x+3-4x\leq 4x+1-4x$       (不等式的兩邊同減一個數，不等式仍然成立)

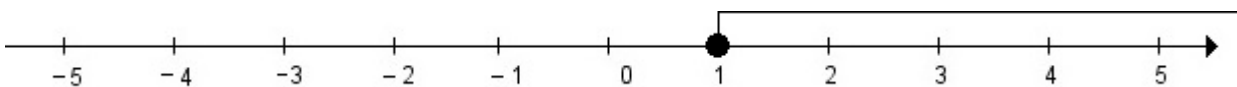
$-2x+3\leq 1$

$-2x+3-3\leq 1-3$                       (不等式的兩邊同減一個數，不等式仍然成立)

$-2x\leq -2$

$(-2x)\div(-2)\geq(-2)\div(-2)$       (不等式的兩邊同除以一個負數，不等號會相反)

$x\geq 1$



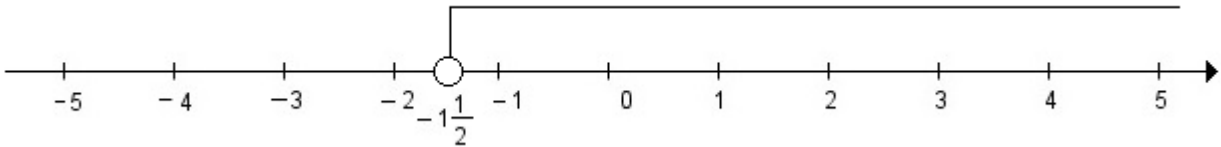
$x \geq 1$  包含  $x = 1$  這個點，因此以實心圓圈表示。



## 2.4.7 節 一元一次不等式的整數解

在一些不等式的題目中，我們可以將圖形畫出來，協助我們找到問題的答案。

例如我們想要知道  $x > -1\frac{1}{2}$  的最小整數解，可以先將圖形畫出來：



於是從圖形看出，整數解有  $-1、0、1、2、3\dots$

最小的整數解就是  $-1$ 。

### 例題 2.4.7-1

不等式  $7x - (2x + 5) > x + 17$  的解中，最小的整數是多少？

詳解：

先化簡不等式，將圖形畫出來

$$7x - (2x + 5) > x + 17$$

$$7x - 2x - 5 > x + 17 \quad (\text{拆括號})$$

$$5x - 5 > x + 17$$

$$5x - 5 - x > x + 17 - x \quad (\text{不等式的兩邊同減一個數，不等式仍然成立})$$

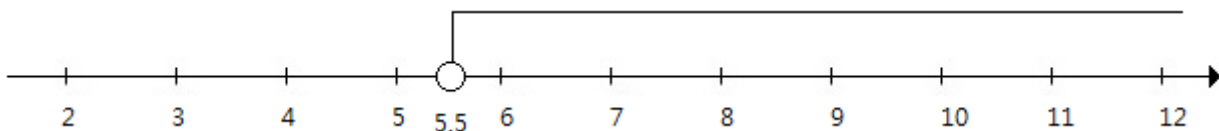
$$4x - 5 > 17$$

$$4x - 5 + 5 > 17 + 5 \quad (\text{不等式的兩邊同加一個數，不等式仍然成立})$$

$$4x > 22$$

$$4x \div 4 > 22 \div 4 \quad (\text{不等式的兩邊同除以一个正數，不等式仍然成立})$$

$$x > 5.5$$



整數解有  $6、7、8、9\dots$

最小的整數解是  $6$ 。

### 例題 2.4.7-2

不等式  $6x - (x + 2) < 3x + 4$  的解中，最大的整數是多少？

詳解：

先化簡不等式，將圖形畫出來

$$6x - (x + 2) < 3x + 4$$

$$6x - x - 2 < 3x + 4 \quad (\text{拆括號})$$

$$5x - 2 < 3x + 4$$

$$5x - 2 - 3x < 3x + 4 - 3x \quad (\text{不等式的兩邊同減一個數，不等式仍然成立})$$

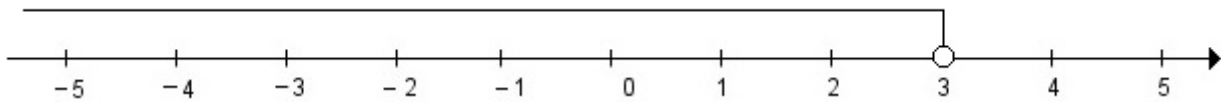
$$2x - 2 < 4$$

$$2x - 2 + 2 < 4 + 2 \quad (\text{不等式的兩邊同加一個數，不等式仍然成立})$$

$$2x < 6$$

$$2x \div 2 < 6 \div 2 \quad (\text{不等式的兩邊同除以一個正數，不等式仍然成立})$$

$$x < 3$$



整數解有 2、1、0、-1… ※注意 3 不是此不等式的解

最大的整數解是 2。

## 2.4 節 習題

### 習題 2.4-1

解下列一元一次不等式：

(1)  $x+5>9$

(2)  $3x\geq 18$

(3)  $-2x+1>7$

(4)  $4(x-1)\geq x+5$

(5)  $4(2x+3)\geq 5x-6$

(6)  $-2(2x+5)<-3(3x+5)$

(7)  $6(2x+3)-10<3(3x-1)+5$

(8)  $15(x-2)+10\geq 4(4x-5)+4$

(9)  $-\frac{1}{2}(9x-6)>2(2x+1)$

(10)  $\frac{x+2}{2}-\frac{3x-5}{6}\geq\frac{2x+1}{12}$

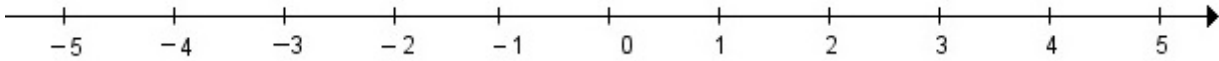
### 習題 2.4-2

解下列各不等式，並在數線上圖示其解：

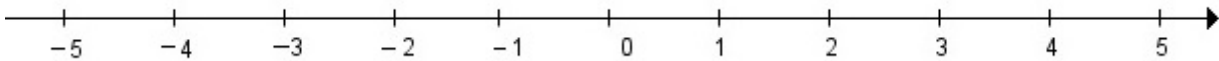
(1)  $x+5 \leq 5$

(2)  $2x > 4$

(1)



(2)



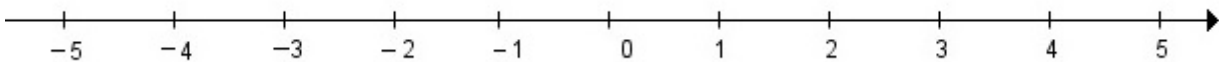
### 習題 2.4-3

解下列各不等式，並在數線上圖示其解：

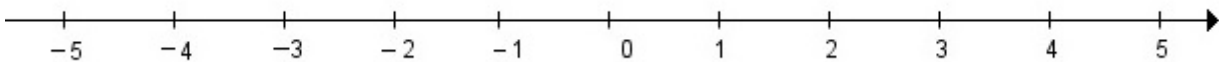
(1)  $2x+6 \geq x+3$

(2)  $4x+1 < 2x-5$

(1)



(2)

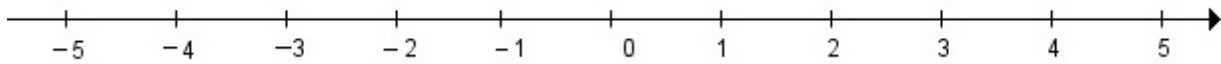


### 習題 2.4-4

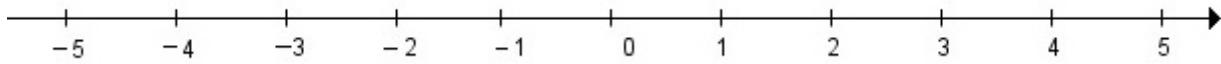
解下列各不等式，並在數線上圖示其解：

(1)  $2x \geq 3$                       (2)  $-\frac{5}{4}x \geq \frac{5}{2}$

(1)



(2)

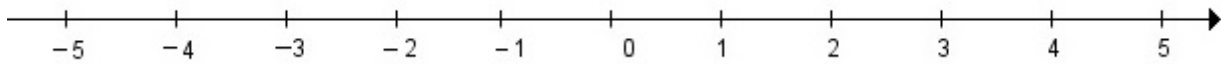


### 習題 2.4-5

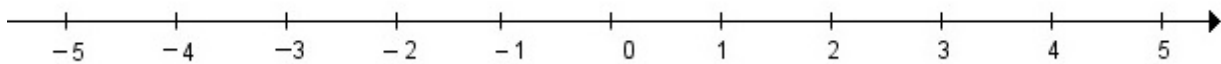
解下列各不等式，並在數線上圖示其解：

(1)  $-6x - 2 > 1$                       (2)  $9x + 1 \leq -11$

(1)



(2)



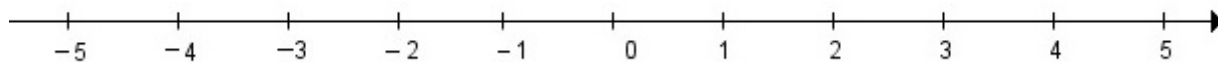
### 習題 2.4-6

解下列各不等式，並在數線上圖示其解：

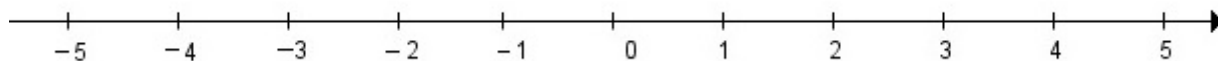
(1)  $3(x-2)-3 < 0$

(2)  $6-3(x-1) \geq 12$

(1)



(2)



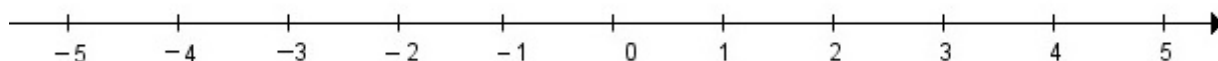
### 習題 2.4-7

解下列各不等式，並在數線上圖示其解：

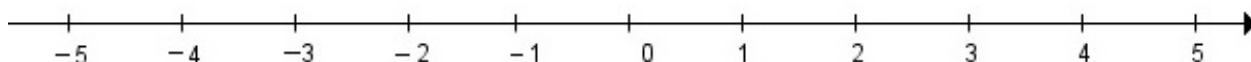
(1)  $\frac{1}{2}(x+2) > \frac{1}{3}(x+3)$

(2)  $0.6x+0.5 \geq 0.4x-0.5$

(1)



(2)



### 習題 2.4-8

不等式  $2x+3 < -x+11$  的解中，最大的整數是多少？

## 2.5 節 一元一次不等式的應用問題

### 例題 2.5-1

某正整數的 5 倍再減 2 會小於 9，請問此正整數可能的值為何？

詳解：

正整數即大於 0 的整數。

※ 0 不是正整數。

設題目中的正整數為  $x$ 。

某正整數的 5 倍再減 2 會小於 9，即  $5x-2 < 9$ ，化簡：

$$5x-2 < 9$$

$$5x < 9+2 \quad (-2 \text{ 移到另一邊變 } +2)$$

$$5x < 11$$

$$x < \frac{11}{5} \quad (\times 5 \text{ 移到另一邊變 } \div 5, 11 \div 5 = \frac{11}{5})$$

$$x < 2\frac{1}{5}$$

因為  $x$  為正整數，故符合的  $x$  之值為 1、2。

答：此正整數可能的值為 1、2。

### 例題 2.5-2

某自然數的 3 倍再加 2，大於該數的 5 倍再減 4，請問此自然數之值為何？

(自然數即正整數)

詳解：

設題目中的自然數為  $x$

$x$  的 3 倍再加 2，即  $3x+2$

$x$  的 5 倍再減 4，即  $5x-4$

某自然數的 3 倍再加 2，大於該數的 5 倍再減 4，即  $3x+2 > 5x-4$ ，化簡：

$$3x+2 > 5x-4$$

$$3x > 5x-4-2 \quad (+2 \text{ 移到另一邊變 } -2)$$

$$3x > 5x-6$$

$$3x-5x > -6 \quad (+5x \text{ 移到另一邊變 } -5x)$$

$$-2x > -6$$

$$x < (-6) \div (-2)$$

( $\times(-2)$  移到另一邊變  $\div(-2)$ ，乘除負數移項時，

$$x < 3$$

不等號會相反)

因為  $x$  為自然數，故符合的  $x$  之值為 1、2。

答：此自然數可能的值為 1、2。

### 例題 2.5-3

小明身上有 400 元，想買售價 100 元的鰻魚便當 1 個，售價 80 元的排骨便當數個，請問小明最多可以買幾個排骨便當？

詳解：

設小明買  $x$  個排骨便當， $x$  為正整數。

1 個鰻魚便當和  $x$  個排骨便當的價格可表示為  $(100+80x)$  元

小明身上有 400 元，便當總價不大於小明有的錢，即：

$$100+80x \leq 400$$

$$80x \leq 400-100 \quad (+100 \text{ 移到另一邊變 } -100)$$

$$80x \leq 300$$

$$x \leq 300 \div 80 \quad (\times 80 \text{ 移到另一邊變 } \div 80)$$

$$x \leq \frac{300}{80}$$

$$x \leq \frac{15}{4}$$

$$x \leq 3\frac{3}{4}$$

因為  $x$  為正整數，故  $x$  最大值為 3。

答：小明最多可以買 3 個排骨便當。



### 例題 2.5-4

1 個茶壺 100 元，1 個茶杯 80 元，若想買 1 個茶壺和數個茶杯，且總價在 500 元以內，請問最多可以買多少個茶杯？

詳解：

設最多可以買  $x$  個茶杯。

買  $x$  個茶杯和 1 個茶壺的總價可表示為  $(80x+100)$  元。

總價在 500 元以內，即：

$$80x+100 \leq 500$$

$$80x \leq 500-100 \quad (+100 \text{ 移到另一邊變 } -100)$$

$$80x \leq 400$$

$$x \leq 400 \div 80 \quad (\times 80 \text{ 移到另一邊變 } \div 80)$$

$$x \leq 5$$

答：最多可以買 5 個茶杯。

### 例題 2.5-5

哥哥有 700 元，弟弟有 500 元，兩人同時用掉若干元後，哥哥所剩餘的錢不超過弟弟剩餘錢的 3 倍。請問兩人最多同時用掉多少元？

詳解：

設哥哥和弟弟同時用掉  $x$  元。

哥哥剩餘的錢為  $(700-x)$  元。

弟弟剩餘的錢為  $(500-x)$  元，弟弟剩餘的錢之 3 倍為  $3(500-x)$  元

哥哥所剩餘的錢不超過弟弟剩餘的錢之 3 倍，即：

$$700-x \leq 3(500-x)$$

$$700-x \leq 1500-3x$$

$$700-x+3x \leq 1500 \quad (-3x \text{ 移到另一邊變 } +3x)$$

$$700+2x \leq 1500$$

$$2x \leq 1500-700 \quad (+700 \text{ 移到另一邊變 } -700)$$

$$2x \leq 800$$

$$x \leq 800 \div 2 \quad (\times 2 \text{ 移到另一邊變 } \div 2)$$

$$x \leq 400$$

答：兩人最多同時用掉 400 元。

### 例題 2.5-6

姊姊有 2000 元，妹妹有 800 元，姊妹一起到百貨公司購物，姊姊所花的購物金額是妹妹的 3 倍，且姊姊剩餘的錢比妹妹剩餘的錢多 2 倍以上，請問妹妹的購物金額最多是多少元？

詳解：

設妹妹的購物金額為  $x$  元，則姊姊的購物金額為  $3x$  元。

妹妹剩餘的錢為  $(800-x)$  元。

姊姊剩餘的錢為  $(2000-3x)$  元。

姊姊剩餘的錢比妹妹剩餘的錢多 2 倍以上，即：

$$2000-3x \geq 2(800-x)$$

$$2000-3x \geq 1600-2x$$

$$2000-3x+2x \geq 1600 \quad (-2x \text{ 移到另一邊變 } +2x)$$

$$2000-x \geq 1600$$

$$-x \geq 1600-2000 \quad (+2000 \text{ 移到另一邊變 } -2000)$$

$$-x \geq -400$$

$$(-x) \times (-1) \leq (-400) \times (-1) \quad (\text{不等式的兩邊同乘以一個負數，不等號會相反})$$

$$x \leq 400$$

答：妹妹的購物金額最多是 400 元。

### 例題 2.5-7

一個學期有三次月考，阿達第一次的數學成績為 86 分、第二次的數學成績為 76 分，阿達想要此學期的數學成績平均不低於 85 分，請問阿達第三次月考數學成績至少要多少？

詳解：

要計算成績平均，我們需要把成績總和除以成績數量。

本題中有 3 次月考，故成績數量為 3。

設阿達第三次月考數學成績為  $x$  分，則三次成績總和為  $(86+76+x)$  分。

阿達此學期的數學成績平均可表示為  $\frac{86+76+x}{3}$  分。

阿達想要此學期的數學成績平均不低於 85 分，即：

$$\frac{86+76+x}{3} \geq 85$$

$$\frac{162+x}{3} \geq 85$$

$$\frac{162+x}{3} \times 3 \geq 85 \times 3 \quad (\text{不等式的二邊同乘以 } 3)$$

$$162+x \geq 255$$

$$x \geq 255-162 \quad (+162 \text{ 移到另一邊變 } -162)$$

$$x \geq 93$$

答：阿達第三次月考數學成績至少要 93 分。

除了以上這些用不等式找出  $x$  之值的應用問題外，我們也常常會遇到  $x$  介於某一範圍的應用問題，例如下面的例題 2.5-8：

### 例題 2.5-8

某長方形，長為  $(x+2)$  公分，寬為 5 公分，若此長方形面積不到 30 平方公分，則  $x$  的範圍為何？

詳解：

長方形面積 = 長  $\times$  寬

此長方形面積為  $5(x+2)$

此長方形面積不到 30 平方公分，列式：

$$5(x+2) < 30$$

$$x+2 < 30 \div 5$$

$$x+2 < 6$$

$$x < 6-2$$

$$x < 4$$

另外因為邊長需大於 0，因此可列式：

$$x+2 > 0$$

$$x > 0-2$$

$$x > -2$$

答： $x$  的範圍為  $x < 4$  且  $x > -2$ 。

例題 2.5-8 中，我們解出的答案為  $x < 4$  且  $x > -2$ ，“且”代表的是  $x$  需同時滿足  $x < 4$  與  $x > -2$  這兩個條件。例如  $x$  之值可以是  $-1$ 、 $0$ 、 $3$  等。若是取  $x$  之值為  $-5$ ，那麼雖然滿足  $x < 4$ ，但不滿足  $x > -2$ ，因此  $-5$  不算是此題的答案。接著我們再看令一個問題：

### 例題 2.5-9

台灣去年七月的平均氣溫為 28 度，若前年七月的平均氣溫與今年相差 2 度以上，試求前年七月氣溫的範圍為何？

**詳解：**

設台灣前年七月的平均氣溫為  $x$  度。

根據題意，前年七月的平均氣溫與今年相差 2 度以上。氣溫有可能是高 2 度以上，也有可能是低 2 度以上，我們將兩種情況都寫下來。

高 2 度以上： $x \geq 28 + 2$ ，解得  $x \geq 30$

低 2 度以上： $x \leq 28 - 2$ ，解得  $x \leq 26$

$x$  的範圍為  $x \leq 26$  或  $x \geq 30$

即前年七月的平均氣溫在 26 度以下或 30 度以上。

答：前年七月的平均氣溫在 26 度以下或 30 度以上。

在例題 2.5-9 中， $x$  的範圍為  $x \leq 26$  或  $x \geq 30$ ，兩個條件之間我們用"或"連結，代表只需滿足其中一個條件。事實上，我們也不可能找到一個數，能同時滿足  $x \leq 26$  與  $x \geq 30$ 。我們再來比較一下"且"與"或"的差異：

1.  $x > 2$  且  $x < 5$ ：

答案需同時滿足  $x > 2$  與  $x < 5$ ，例如  $x$  為 3、4 等。1、6 則因未同時兩個條件，故非答案。

2.  $x > 2$  或  $x < 5$ ：

答案只需滿  $x > 2$  與  $x < 5$  其中一個條件即可，例如  $x$  為 1、3、4、6 等，都至少滿足一個條件，因此這些都是答案。

3.  $x < 2$  且  $x > 5$ ：

答案需同時滿足  $x < 2$  與  $x > 5$ ，但我們找不到這樣的數字，故無答案。

4.  $x < 2$  或  $x > 5$ ：

答案只需滿  $x < 2$  與  $x > 5$  其中一個條件即可，例如  $x$  為 0、1、6、7 等，都至少滿足一個條件，所以這些數字都是答案。但  $x$  為 3、4 時，兩個條件都未滿足。故 3、4 不是答案。

※在第三章，我們將會搭配圖形與聯立的概念做更詳細地介紹。

## 2.5 節 習題

### 習題 2.5-1

某正整數的 4 倍再減 1 會小於 12，請問此正整數可能的值為何？

### 習題 2.5-2

某長方形的長、寬分別為  $3x$  公分、5 公分，若此長方形的面積大於 45 平方公分，請問  $x$  的範圍為何？

### 習題 2.5-3

某長方形的長、寬分別為  $(3x-2)$  公分、5 公分，若此長方形的面積小於 45 平方公分，請問  $x$  的範圍為何？(注意長方形的邊長需大於 0)

### 習題 2.5-4

小雅 身上有 300 元，想買售價 60 元的蛋糕 2 個，售價 40 元的太陽餅數個，請問 小雅 最多可以買幾個太陽餅？

### 習題 2.5-5

小華 帶 400 元去買雞腿便當，買 4 個會剩餘一些錢，買 5 個則錢不夠。請問 1 個雞腿便當價格的範圍是？

### 習題 2.5-6

有甲、乙二人，甲體重 80 公斤，乙體重  $x$  公斤。若甲體重比乙的 2 倍重，但比乙的 3 倍輕，請問  $x$  的範圍應為？

### 習題 2.5-7

有一梯形，上底為 6 公分，下底為  $(x+2)$  公分，高為 4 公分，且下底比上底長，梯形面積大於 30 平方公分，求  $x$  最小的整數解。

### 習題 2.5-8

小王想買一個 290 元的模型玩具。若小王現在有 100 元，未來每天存 30 元，請問存幾天後，小王可以買模型玩具？(天數為正整數)

### 習題 2.5-9

水塔有 850 公升的水，若每天固定減少 20 公升的水，請問幾天後水塔的水會少於原有的一半？(天數為正整數)

### 習題 2.5-10

某雜貨店有麵包單價 25 元，泡麵單價 30 元，紅茶單價 18 元。小陳身上有 300 元，在雜貨店買了 4 個麵包、4 個泡麵和紅茶(至少一杯)，請問小陳可能買了幾杯紅茶？

### 習題 2.5-11

有不等式  $2x+3 < 7$  與  $3x+7 \geq 4$ ，請問同時滿足這二個不等式的整數有哪些？

### 習題 2.5-12

小華班上有 29 人，想選出 2 名班級代表，共有 3 人參選，一人一票，請問至少得多少票就一定當選？



## 第二章綜合習題

### 習題 1：

$x$  的 2 倍再加 3，大於或等於 15，請依題意列出不等式。

### 習題 2：

小明想買單眼相機，老闆介紹一台相機說：「這台相機照原價打 7 折之後，至少可以讓你省下 2000 元。」若相機原價是  $x$  元，請依題意用  $x$  列出不等式。

### 習題 3：

$x = -3$  是下列哪些不等式的解？

(A)  $2x < -6$

(B)  $x + 7 \geq 4$

(C)  $0.7x < -1$

(D)  $\frac{x}{3} < -6$

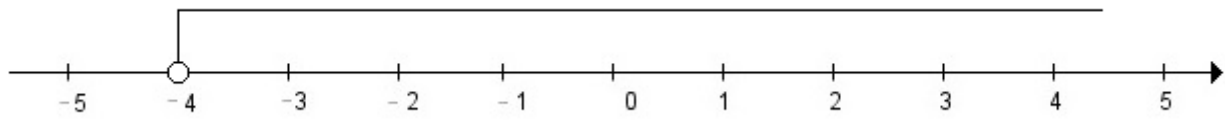
(E)  $x \geq \frac{1}{3}$

(F)  $3x + 11 \leq -4$

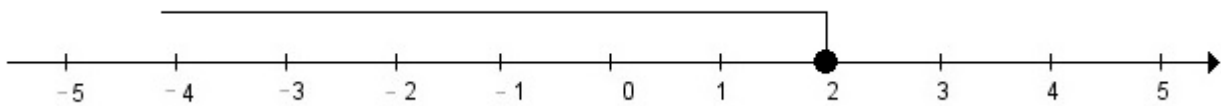
習題 4：

寫出下列圖形所代表的不等式：

(1)



(2)



習題 5：

(1) 請解不等式： $6x+5>11$

(2) 請解不等式： $4x-3<-11$

(3) 請解不等式： $9x>5x-4$

(4) 請解不等式： $x<7-6x$

(5) 請解不等式： $-\frac{1}{4}x<-2$

(6) 請解不等式： $-3x<-12$

(7) 請解不等式： $4x<7x+6$

(8) 請解不等式： $-x>3x+8$

(9) 請解不等式： $x-5>3x+4$

(10) 請解不等式： $x+9>4x-6$

(11)請解不等式： $4x-7\geq 9x+3$

(12)請解不等式： $2x-(9x+4)<3$

(13)請解不等式： $2(x-3)\geq 4(x+4)-10$

(14)請解不等式： $\frac{x-5}{6}-\frac{x}{3}>x+4$

(15)請解不等式： $3(x-1)-\frac{9x-1}{2}<26$

(16)請解不等式： $\frac{3x-1}{2}\leq 5-\frac{2x-3}{3}$

(17)請解不等式： $3.5x-4.1\geq 2.2x-1.5$

### 習題 6：

找出下列不等式的最大整數解：

(1)  $x < -3$

(2)  $x \leq -3$

(3)  $x < -3.2$

(4)  $x \leq -3.2$

### 習題 7：

有 A、B 兩個容器，A 容器內有 36 公斤的米，B 容器內有 8 公斤的米。請問要從 A 容器中最少拿幾公斤的米至 B 容器中，A 容器的米量才會是 B 容器米量的 3 倍以下呢？

**習題 8：**

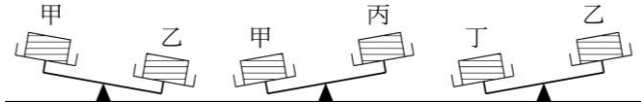
姊姊有 45 張卡片，妹妹有 15 張卡片。在維持姊姊卡片數是妹妹卡片數 2 倍以上的情況下，姊姊最多能給妹妹幾張卡片？

**習題 9：**

班上畢業紀念照洗前 20 張的價錢為每張 25 元。若洗超過 20 張，超過的部份每張為 15 元。請問要洗到多少張照片，才能讓每張平均價錢在 20 元以下？

## 基測與會考模擬試題

- ( ) 1. 如圖(一)，利用等臂天平比較甲、乙、丙、丁四個物品的重量。請問甲、乙、丙、丁四個物品中哪一個重量最輕？【92(二)基測】



圖(一)

- (A) 甲 (B) 乙 (C) 丙 (D) 丁
- ( ) 2. 圖(二)是測量一物體體積的過程：  
步驟一，將 300 ml 的水裝進一個容量為 450 ml 的杯子中。  
步驟二，將三個相同的玻璃珠放入水中，結果水沒有滿。  
步驟三，同樣的玻璃珠再加入兩個放入水中，結果水滿溢出。  
根據以上過程，推測一顆玻璃珠的體積在下列哪一個範圍內？  
(1 ml = 1 cm<sup>3</sup>) 【94(一)基測】

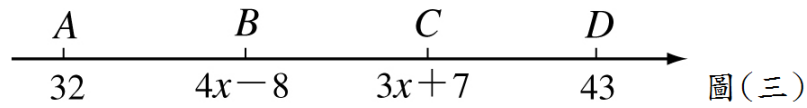


圖(二)

- (A) 超過 30 cm<sup>3</sup> 且未滿 50 cm<sup>3</sup> (B) 超過 50 cm<sup>3</sup> 且未滿 70 cm<sup>3</sup>  
(C) 超過 70 cm<sup>3</sup> 且未滿 90 cm<sup>3</sup> (D) 超過 90 cm<sup>3</sup> 且未滿 110 cm<sup>3</sup>
- ( ) 3.  $x = -3$  可為下列哪一個不等式的解？【95(一)基測】  
(A)  $5 \leq 4 - 2x$  (B)  $3x + 5 \geq -1$  (C)  $-2x - 3 \geq 4$  (D)  $-3 \leq -x - 8$

- ( ) 4. 如圖(三)，數線上有相異四點  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ ，分別表示  $32$ 、 $4x-8$ 、 $3x+7$ 、 $43$  四個數。若  $x$  為一正整數，且  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  的相對位置如圖所示，則  $x = ?$

【95(二)基測】



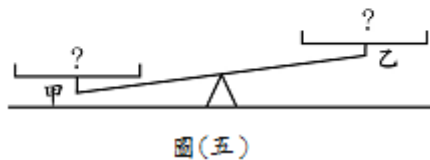
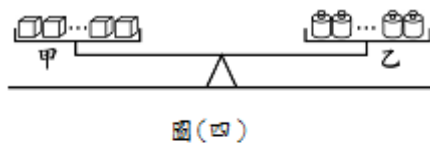
- (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13

- ( ) 5. 有甲、乙兩個箱子，甲箱重  $47$  公斤，其重量比乙箱的  $3$  倍還重，且比乙箱的  $4$  倍還輕。若乙箱重  $x$  公斤，依題意可得到下列哪一個關係式？

【仿 95(二)基測】

- (A)  $x > \frac{47}{3}$  (B)  $x < \frac{47}{4}$  (C)  $\frac{47}{4} < x$  且  $x < \frac{47}{3}$  (D)  $\frac{47}{3} < x$  且  $x < 47$

- ( ) 6. 如圖(四)，等臂天平呈平衡狀態，其中甲秤盤放方塊，乙秤盤放砝碼。若每個方塊、砝碼的重量分別為  $x$ 、 $y$ ，且  $x < y$ ，則經下列哪一選項的操作，可使天平呈圖(五)的狀態？ 【95(二)基測】



- (A) 在甲加放  $6$  個方塊，乙加放  $6$  個砝碼  
 (B) 在甲加放  $4$  個方塊，乙加放  $5$  個砝碼  
 (C) 從甲取出  $3$  個方塊，乙取出  $3$  個砝碼  
 (D) 從甲取出  $3$  個方塊，乙加放  $4$  個砝碼

- ( ) 7.  $x = -1$  不是 下列哪一個不等式的解？【96(一)基測】

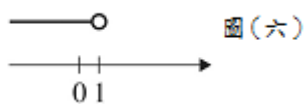
- (A)  $2x+1 \leq -3$  (B)  $2x-1 \geq -3$  (C)  $-2x+1 \geq 3$  (D)  $-2x-1 \leq 3$

- ( ) 8. 下列何者為不等式  $7 - \frac{x}{3} > 2$  的解？【96(二)基測】

- (A)  $x > 15$  (B)  $x < 15$  (C)  $x > 27$  (D)  $x < 27$



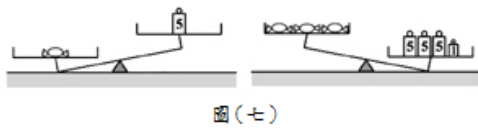
- ( ) 9. 解不等式  $\frac{2}{3}x+1 \leq \frac{2}{9}x+\frac{1}{3}$ ，得其解的範圍為何？【97(一)基測】  
 (A)  $x \geq \frac{3}{2}$  (B)  $x \geq \frac{2}{3}$  (C)  $x \leq -\frac{3}{2}$  (D)  $x \leq -\frac{2}{3}$
- ( ) 10. 某段隧道全長 9 公里，有一輛汽車以每小時 60 公里到 80 公里之間的速率通過該隧道。下列何者可能是該車通過隧道所用的時間？【97(一)基測】  
 (A) 6 分鐘 (B) 8 分鐘 (C) 10 分鐘 (D) 12 分鐘
- ( ) 11. 解一元一次不等式  $2 - \frac{2x-3}{5} < \frac{x+3}{10}$ ，得其解的範圍為何？【97(二)基測】  
 (A)  $x > \frac{23}{5}$  (B)  $x < \frac{23}{5}$  (C)  $x > 10$  (D)  $x < 10$
- ( ) 12. 下圖(六)表示數線上不等式  $x-1 < 0$  解的範圍，則下列選項中，何者可表示數線上不等式  $3x+15 > 5x-9$  解的範圍？【98(一)基測】



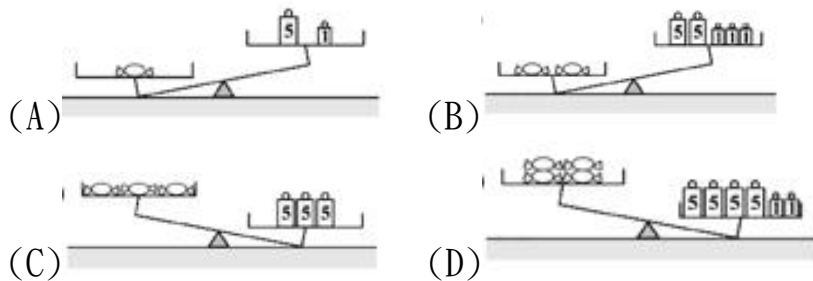
- (A)
- (B)
- (C)
- (D)

- ( ) 13. 若  $x$  為整數，且滿足不等式  $3x-7 > 3-x$ ，則  $2x+5$  之值可能為下列哪一數？【98(二)基測】  
 (A) 9 (B) 10 (C) 12 (D) 13

- ( ) 14. 有數顆等重的糖果和數個大、小砝碼，其中大砝碼皆為 5 克、小砝碼皆為 1 克，且圖 (七) 是將糖果與砝碼放在等臂天平上的兩種情形。判斷下列哪一種情形是正確的？【99(一)基測】



圖(七)



- ( ) 15. 解一元一次不等式  $-(x+4)+15 \geq 3x-9$ ，得其解的範圍為何？【99(二)基測】  
 (A)  $x \geq 5$  (B)  $x \leq 5$  (C)  $x \geq 7$  (D)  $x \leq 7$

- ( ) 16. 解不等式  $-\frac{1}{5}x-3 > 2$ ，得其解的範圍為何？【100(一)基測】  
 (A)  $x < -25$  (B)  $x > -25$  (C)  $x < 5$  (D)  $x > 5$

- ( ) 17. 解不等式  $2-(3+3x) < 5-(2-x)$ ，得其解的範圍為何？【100(二)基測】  
 (A)  $x > 1$  (B)  $x < 1$  (C)  $x > -1$  (D)  $x < -1$

- ( ) 18. 解不等式  $12-(2x-5) \geq 7x-3$ ，得其解的範圍為何？【102(二)基測】  
 (A)  $x \geq \frac{10}{9}$  (B)  $x \geq \frac{20}{9}$  (C)  $x \leq \frac{10}{9}$  (D)  $x \leq \frac{20}{9}$

## 習題解答

### 2.1 習題解答

2.1-1 (1)  $3x < 15$       (2)  $2y > -9$   
 (3)  $-7y + 2 \geq 7$     (4)  $2x + 1 \leq 11$

2.1-2 (1)  $3x \leq 14$       (2)  $\frac{1}{2}y < -30$

(3)  $6x - 4 > 7$       (4)  $y + 7 \geq -1$

2.1-3  $15 \times 2 + 20 \times x < 100$  且  $x > 0$

2.1-4 (1)  $160 + x$       (2)  $160 + x \geq 312$

2.1-5 (1)  $72 - x \leq 56$     (2)  $1000 - 4x < 50$

(3)  $10x + 50 \times 10 > 900$

(4)  $5x \geq 150$

### 2.2 練習解答

#### 練習 2.2-1

(1) 不成立    (2) 不成立    (3) 成立

#### 練習 2.2-2

(1) 不成立    (2) 成立      (3) 成立

#### 練習 2.2-3

(1) 成立      (2) 成立      (3) 不成立

#### 練習 2.2-4

(1) 成立      (2) 成立      (3) 成立

#### 練習 2.2-5

(1) 不是      (2) 是          (3) 是

#### 練習 2.2-6

(1) 是          (2) 不是      (3) 不是

#### 練習 2.2-7

(1) 是          (2) 不是      (3) 不是

### 2.2 習題解答

2.2-1      (3) 8

2.2-2      (1) 1、(2) 2

2.2-3      (1) 0、(2) 1

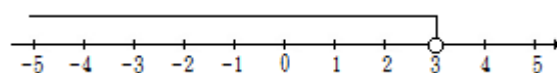
2.2-4      (1) 0、(2) 2、(3) 2.5

2.2-5      (3) 2

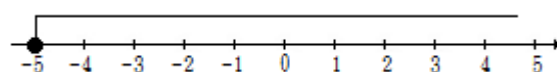
### 2.3 習題解答

2.3-1 (1)  $x \leq 5$       (2)  $x > -1\frac{1}{2}$

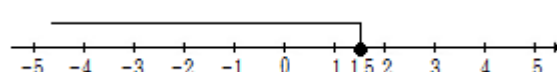
#### 2.3-2 (1)



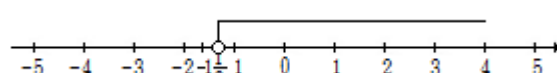
#### (2)



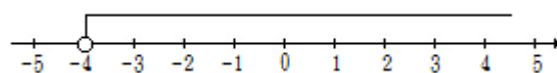
#### (3)



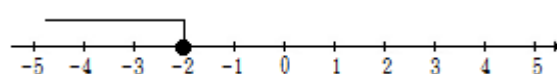
#### (4)



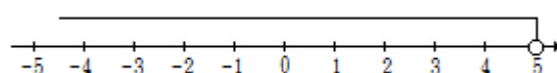
#### 2.3-3 (1)



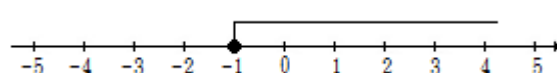
#### (2)



#### (3)



#### (4)



### 2.4 練習解答

#### 練習 2.4.2-1

(1)  $x \leq 2$       (2)  $x \geq 5$

(3)  $x < -5$       (4)  $x > 1$

#### 練習 2.4.2-2

(1)  $x \leq 4$       (2)  $x \geq 6$

(3)  $x < -6$       (4)  $x > -6$

#### 練習 2.4.2-3

(1)  $x \geq 8$       (2)  $x \leq -7$

(3)  $x > -27$       (4)  $x < -65$

練習 2.4.3-1

(1)  $x > 4$                       (2)  $x > 2$

練習 2.4.3-2

(1)  $x < 2$                       (2)  $x < -1$   
 (3)  $x < -2$                       (4)  $x > 3$   
 (5)  $x < 3$

練習 2.4.3-3

(1)  $x < -4$                       (2)  $x > 1$

練習 2.4.3-4

(1)  $x > 2$                       (2)  $x > 8$

練習 2.4.4-1

(1)  $x > \frac{1}{3}$                       (2)  $x > 4$

練習 2.4.5-1

(1)  $x > 4$                       (2)  $x > 25$

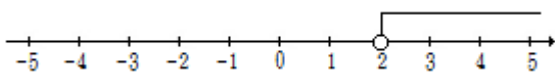
2.4 習題解答

2.4-1 (1)  $x > 4$                       (2)  $x \geq 6$   
 (3)  $x < -3$                       (4)  $x \geq 3$   
 (5)  $x \geq -6$                       (6)  $x < -1$   
 (7)  $x < -2$                       (8)  $x \leq -4$   
 (9)  $x < \frac{2}{17}$                       (10)  $x \leq \frac{21}{2}$

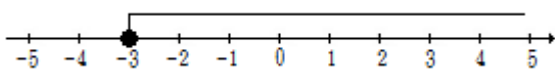
2.4-2 (1)  $x \leq 0$



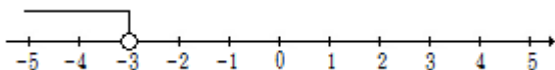
(2)  $x > 2$



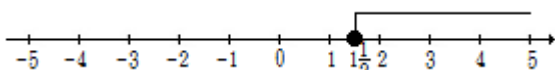
2.4-3 (1)  $x \geq -3$



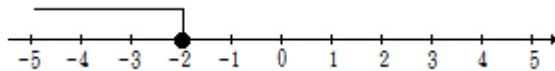
(2)  $x < -3$



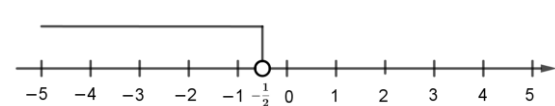
2.4-4 (1)  $x \geq 1\frac{1}{2}$



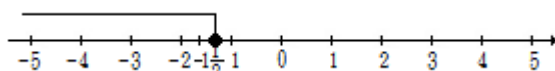
(2)  $x \leq -2$



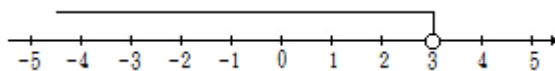
2.4-5 (1)  $x < -\frac{1}{2}$



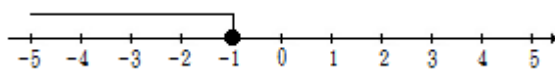
(2)  $x \leq -1\frac{1}{3}$



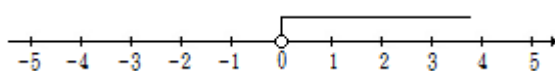
2.4-6 (1)  $x < 3$



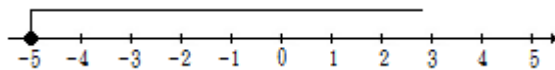
(2)  $x \leq -1$



2.4-7 (1)  $x > 0$



(2)  $x \geq -5$



2.4-8  $x < 2\frac{2}{3}$ , 最大整數解為 2

2.5 習題解答

2.5-1 答：可能為 1、2 或 3

2.5-2 答： $x > 3$

2.5-3 答： $x > \frac{2}{3}$  且  $x < \frac{11}{3}$

2.5-4 答：4 個

2.5-5 答：雞腿便當價格超過 80 元，未滿 100 元。

2.5-6 答： $x > \frac{80}{3}$  且  $x < 40$

2.5-7 答：8

2.5-8 答：7 天後

2.5-9 答：22 天後

2.5-10 答：可能買了 1、2、3 或 4 杯紅茶

2.5-11 答：-1、0、1

2.5-12 答：10 票

設至少得  $x$  票就一定當選

選上的 2 名都得  $x$  票

剩下的票數為  $(29-2x)$  票

剩下的票數全部給第 3 人，第 3 人也不會當選(前 2 名得  $x$  票一定當選)

即  $x > 29 - 2x$ 。解得  $x > 9\frac{2}{3}$

$x$  的最小整數解為 10

## 第二章綜合習題

1. 答： $2x+3 \geq 15$

2. 答： $x - \frac{7}{10}x \geq 2000$

3. 答：B、C

4. (1)  $x > -4$  (2)  $x \leq 2$

5. (1)  $x > 1$  (2)  $x < -2$

(3)  $x > -1$  (4)  $x < 1$

(5)  $x > 8$  (6)  $x > 4$

(7)  $x > -2$  (8)  $x < -2$

(9)  $x < -\frac{9}{2}$  (10)  $x < 5$

(11)  $x \leq -2$  (12)  $x > -1$

(13)  $x \leq -6$  (14)  $x < -\frac{29}{7}$

(15)  $x > -19$  (16)  $x \leq 3$

(17)  $x \geq 2$

6. (1) -4 (2) -3

(3) -4 (4) -4

7. 答：3 公斤

8. 答：5 張

9. 答：40 張

## 基測與會考模擬試題解答

### 1. 《答案》(C)

詳解： 第一張圖：甲重量 < 乙重量

第二張圖：丙重量 < 甲重量，與第一張圖合併，可得丙重量 < 甲重量 < 乙重量

第三張圖：乙重量 < 丁重量，與前二張圖合併，可得丙重量 < 甲重量 < 乙重量 < 丁重量  
故丙最輕

### 2. 《答案》(A)

詳解： 設玻璃珠體積為  $x \text{ cm}^3$

由步驟二可列式： $3x < 450 - 300$ ，得  $x < 50$

由步驟三可列式： $3x + 2x > 450 - 300$ ，得  $x > 30$

即玻璃珠體積超過  $30 \text{ cm}^3$ ，未滿  $50 \text{ cm}^3$ 。

### 3. 《答案》(A)

詳解： A 選項： $5 \leq 4 - 2 \times (-3) \Rightarrow 5 \leq 10$

B 選項： $3 \times (-3) + 5 \geq -1 \Rightarrow -4 \geq -1$  (不合)

C 選項： $(-2) \times (-3) - 3 \geq 4 \Rightarrow 3 \geq 4$  (不合)

D 選項： $-3 \leq -(-3) - 8 \Rightarrow -3 \leq -5$  (不合)

### 4. 《答案》(B)

詳解： 由圖可知： $32 < 4x - 8 \Rightarrow x > 10$

$$3x + 7 < 43 \Rightarrow x < 12$$

可得： $10 < x < 12$ ， $x$  的正整數解為 11。

### 5. 《答案》(C)

詳解： 甲箱比乙箱的 3 倍還重： $3x < 47 \Rightarrow x < \frac{47}{3}$

甲箱比乙箱的 4 倍還輕： $47 < 4x \Rightarrow \frac{47}{4} < x$

可得： $\frac{47}{4} < x$  且  $x < \frac{47}{3}$

### 6. 《答案》(C)

詳解： 原本天平呈平衡狀態

A 選項：甲重量增加  $6x$ ，乙重量增加  $6y$ ， $6x < 6y$ ，乙會較重。

B 選項：甲重量增加  $4x$ ，乙重量增加  $5y$ ， $4x < 5y$ ，乙會較重。

C 選項：甲重量減少  $3x$ ，乙重量減少  $3y$ ，乙減少較多重量，因此乙會較輕。

D 選項：甲重量減少  $3x$ ，乙重量增加  $4y$ ，乙會較重。

### 7. 《答案》(A)

詳解： A 選項： $2x + 1 \leq -3 \Rightarrow 2 \times (-1) + 1 \leq -3 \Rightarrow -1 \leq -3$ ，不合，故答案為 A

B 選項： $2x - 1 \geq -3 \Rightarrow 2 \times (-1) - 1 \geq -3 \Rightarrow -3 \geq -3$

C 選項： $-2x + 1 \geq 3 \Rightarrow (-2) \times (-1) + 1 \geq 3 \Rightarrow 3 \geq 3$

D 選項： $-2x - 1 \leq 3 \Rightarrow (-2) \times (-1) - 1 \leq 3 \Rightarrow 1 \leq 3$

## 8. 《答案》(B)

$$\text{詳解： } 7 - \frac{x}{3} > 2 \Rightarrow -\frac{x}{3} > 2 - 7 \Rightarrow -\frac{x}{3} > -5 \Rightarrow (-\frac{x}{3}) \times (-3) < (-5) \times (-3) \Rightarrow x < 15$$

## 9. 《答案》(C)

$$\begin{aligned} \text{詳解： } \frac{2}{3}x + 1 &\leq \frac{2}{9}x + \frac{1}{3} \Rightarrow (\frac{2}{3}x + 1) \times 9 \leq (\frac{2}{9}x + \frac{1}{3}) \times 9 \Rightarrow 6x + 9 \leq 2x + 3 \Rightarrow 6x - 2x \leq 3 - 9 \\ &\Rightarrow 4x \leq -6 \Rightarrow x \leq -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

## 10. 《答案》(B)

詳解： 時間 = 距離 ÷ 速率

若速率為 60 公里/小時：通過時間 =  $9/60$ (小時) = 9(分鐘)

若速率為 80 公里/小時：通過時間 =  $9/80$ (小時) =  $6\frac{3}{4}$ (分鐘)

所以通過時間介於  $6\frac{3}{4}$  分鐘和 9 分鐘之間。

## 11. 《答案》(A)

$$\begin{aligned} \text{詳解： } 2 - \frac{2x-3}{5} &< \frac{x+3}{10} \Rightarrow (2 - \frac{2x-3}{5}) \times 10 < (\frac{x+3}{10}) \times 10 \Rightarrow 20 - 4x + 6 < x + 3 \\ &\Rightarrow -4x - x < 3 - 20 - 6 \Rightarrow -5x < -23 \Rightarrow x > \frac{23}{5} \end{aligned}$$

## 12. 《答案》(B)

$$\text{詳解： } 3x + 15 > 5x - 9 \Rightarrow 3x - 5x > -9 - 15 \Rightarrow -2x > -24 \Rightarrow x < 12$$

## 13. 《答案》(D)

$$\text{詳解： } 3x - 7 > 3 - x \Rightarrow 3x + x > 3 + 7 \Rightarrow 4x > 10 \Rightarrow x > 2.5$$

A 選項：  $2x + 5 = 9$ ，解得  $x = 2$ ，與  $x > 2.5$  不合。

B 選項：  $2x + 5 = 10$ ，解得  $x = 2.5$ ，與  $x > 2.5$  不合，且  $x$  非整數。

C 選項：  $2x + 5 = 12$ ， $x > 2.5$ ，但解得  $x = 3.5$ ， $x$  非整數。

D 選項：  $2x + 5 = 13$ ，解得  $x = 4$ ， $x > 2.5$  且為整數，故選 D。

## 14. 《答案》(D)

$$\text{詳解： 設糖果重量為 } x \text{ 克，根據圖(七)， } x > 5, 3x < 16, \text{ 即 } 5 < x < 5\frac{1}{3}$$

A 選項：  $x > 6$ ，與  $5 < x < 5\frac{1}{3}$  不合

B 選項：  $2x > 13$ ，也就是要  $x > 6\frac{1}{2}$  才可成立，與  $5 < x < 5\frac{1}{3}$  不合

C 選項：  $3x < 15$ ，也就是要  $x < 5$  才可成立，與  $5 < x < 5\frac{1}{3}$  不合

D 選項：  $4x < 22$ ，也就是要  $x < 5\frac{1}{2}$  才可成立，與  $5 < x < 5\frac{1}{3}$  符合

## 15. 《答案》(B)

$$\begin{aligned} \text{詳解： } -(x+4) + 15 &\geq 3x - 9 \Rightarrow -x - 4 + 15 \geq 3x - 9 \Rightarrow -x - 3x \geq -9 + 4 - 15 \Rightarrow -4x \geq -20 \\ &\Rightarrow x \leq 5 \end{aligned}$$

## 16. 《答案》(A)

$$\text{詳解： } -\frac{1}{5}x - 3 > 2 \Rightarrow (-\frac{1}{5}x - 3) \times 5 > 2 \times 5 \Rightarrow -x - 15 > 10 \Rightarrow -x > 25 \Rightarrow x < -25$$

17. 《答案》(C)

$$\begin{aligned}\text{詳解： } 2-(3+3x) < 5-(2-x) &\Rightarrow 2-3-3x < 5-2+x \Rightarrow -3x-x < 5-2-2+3 \\ &\Rightarrow -4x < 4 \Rightarrow x > -1\end{aligned}$$

18. 《答案》(D)

$$\begin{aligned}\text{詳解： } 12-(2x-5) \geq 7x-3 &\Rightarrow 12-2x+5 \geq 7x-3 \Rightarrow -2x-7x \geq -3-12-5 \Rightarrow -9x \geq -20 \\ &\Rightarrow x \leq \frac{20}{9}\end{aligned}$$