目錄

第一章 幾何的基本元素

幾何學是古埃及人為每年尼羅河氾濫之後測量土地界限發展出來的一門科學。自希臘數學家歐基里德(Euclid，歐幾里德約生於公元前 330 年—約卒於公元前 275 年)之後就以一套嚴謹的邏輯方法來敘述幾何學，從一些幾何基本元素定義及幾個公認為正確的公理開始，根據這些公理及定義，逐一證明每一定理，建構成完整的幾何學。

幾何學上的一些性質大多可以經由觀察或實驗而歸納出結果，但必須經由證明才能確認其正確性，因為觀察或實驗可能受儀器精密度的因素或因環境的影響產生視差錯覺，導致錯誤結果。例如圖 1 及圖 2 的$\overline{AB}$及$\overline{CD}$是兩條等長的線段，但因為視差的關係，人們會將二線段看成並非等長的線段，所以，幾何的性質不能以觀察或是實驗的結果就認為其性質是正確的，必需經過嚴謹的數學推理證明，才能判斷幾何性質的正確性。

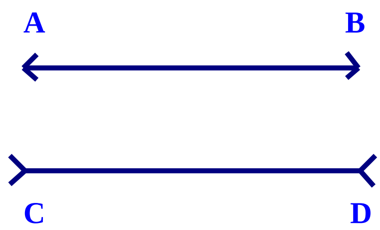


圖 1

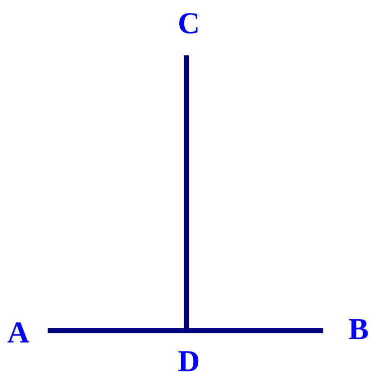


圖 2

數學推理論證有嚴謹的過程，在論證過程中有幾個數學常用的名詞，說明如下：

定義： 一些敘述用來解釋一個幾何學的名詞。

公理： 基本假設，公認為正確的事實。公理是不需證明也無法證明。

定理： 一件事理經過證明為正確的叫做定理。

定理都可以分為兩部份：

(1) 假設或已知：已知條件或事項。

(2) 結論：由已知條件推論導致的結果。

系(推理)： 由一個定理可以直接推理得到的定理。

定理證明： 由假設或已知的條件，根據定義、公理或已經證明的定理，逐步推論到結論為止，這個推論過程就是定理的證明。

1.1 節　點與線

幾何學有幾個最基本的元素，我們將陸陸續續地在本章介紹這些元素，在這一節，我們要介紹的是點與線。

定義 1.1-1　點

點只有位置，沒有長度，寬度及厚度。

定義 1.1-2　線

線有位置及長度，但無寬度及厚度。

定義 1.1-3　直線

兩端可以無限延長的線叫做直線。有時為簡化起見，直線也可簡稱為線。

如圖 1.1-1 中，A、B 兩端都可無限延長，以$\overleftrightarrow{AB}$表示直線。

定義 1.1-4　射線

一端可以無限延長的線叫做射線。

如圖 1.1-1 中，C 點端固定、D 點端可無限延長，以$\overrightarrow{CD}$表示射線。

定義 1.1-5　線段

有兩個端點的線叫做線段。

如圖 1.1-1 中，$\overline{EF}$為線段，此線段的兩端點是 E 和 F，故此線段用$\overline{EF}$表示。

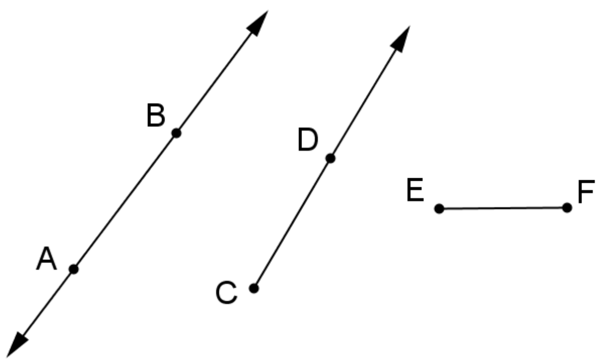


圖 1.1-1

定義 1.1-6　共線

若有幾個點都在同一直線上，則稱這些點**共線**。

如圖 1.1-2 中的 A、B、C 三點共線，圖 1.1-3 中的 A、B、C 三點不共線。

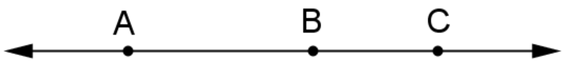


圖 1.1-2

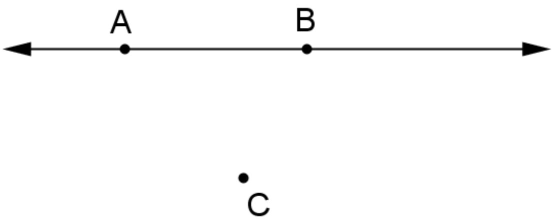


圖 1.1-3

定義 1.1-7　折線

由幾個線段組成的線稱為折線。

圖 1.1-4 中顯示的為折線。

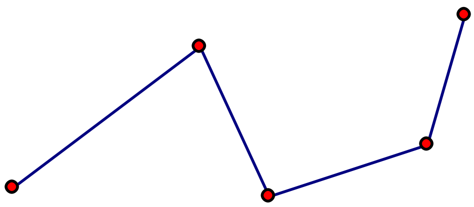


圖 1.1-4

定義 1.1-8　曲線

彎曲的線叫做曲線。

. 　圖 1.1-5 中顯示的為曲線。

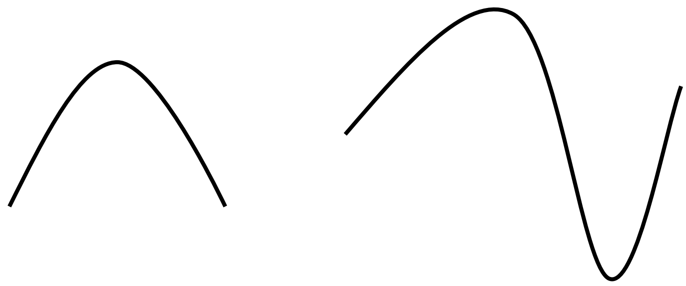


圖 1.1-5

定義 1.1-9　兩點間的距離

如果線段兩端是 A 和 B,則$\overline{AB}$的長度就是 A 和 B 間的距離。

定義 1.1-10　平面

面有位置且有長度與寬度，但沒有厚度。

面分為平面與曲面兩種，平坦的面為平面，不是平面的為曲面。

定義 1.1-11　立體

有位置有長度有寬度且有厚度的為立體，簡稱為體。

例如圖 1.1-6 中，桌子的桌面為平面，桌子則是立體圖。玻璃杯的表面為曲面，玻璃杯是立體圖。

圖 1.1-6

例題 1.1-1：

(1) 線段 AB 記為______，直線 AB 記為_______。

(2) 沿著線段向一個端點外延伸出去的線稱為_______。

想法：兩個點可以決定的線有：

1. 兩端可以無限延長的線叫做直線
2. 一端可以無限延長的線叫做射線
3. 有兩個端點的線叫做線段

解：(1) 線段 AB 記為$\overline{AB}$，直線 AB 記為$\overleftrightarrow{AB}$。

(2) 沿著線段向一個端點外延伸出去的線稱為射線。

例題 1.1-2：

如圖 1.1-7，已知平面上 A、B、C、D 四點，畫出$\overline{AB}$、$\overrightarrow{BD}$、$\overleftrightarrow{DC}$、$\overrightarrow{CA}$。

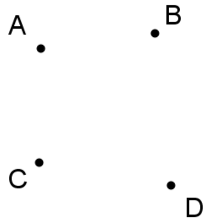


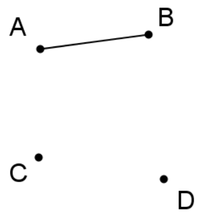
圖 1.1-7

想法：兩個點可以決定的線有：

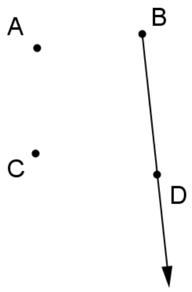
1. 兩端可以無限延長的線叫做直線
2. 一端可以無限延長的線叫做射線
3. 有兩個端點的線叫做線段

解：

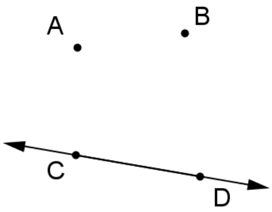
$\overline{AB}$：兩端為 A 點與 B 點的線段



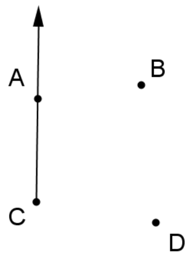
$\overrightarrow{BD}$：由 B 點往 D 點方向的射線



$\overleftrightarrow{DC}$：通過 D 點與 C 點的直線



$\overrightarrow{CA}$：由 C 點往 A 點方向的射線



例題 1.1-3：

如圖 1.1-8，一線段上有 A、B、C、D 四點，則此圖形中可找出____條相異的線段。

圖 1.1-8

想法：兩線段的兩個端點若不相同就是相異線段。

解：如圖 1.1-8 所示，可以畫出$\overline{AB}$、$\overline{AC}$、$\overline{AD}$、$\overline{BC}$、$\overline{BD}$、$\overline{CD}$共 6 條相異線段。

例題 1.1-4：

如圖 1.1-9，方形 ABDC 的兩對角線交於 E 點，則 A、B、C、D、E 五點共可畫出________條相異直線，________條線段。

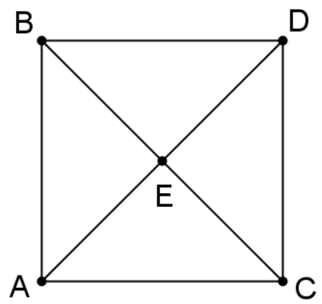


圖 1.1-9

想法：兩個點可以決定的線有：

1. 兩端可以無限延長的線叫做直線
2. 一端可以無限延長的線叫做射線
3. 有兩個端點的線叫做線段

解：如圖 1.1-9 所示，可畫出$\overleftrightarrow{AB}$、$\overleftrightarrow{AC}$、$\overleftrightarrow{AD}$、$\overleftrightarrow{BC}$、$\overleftrightarrow{BD}$、$\overleftrightarrow{CD}$ 共 6 條相異直線。
可畫出$\overline{AB}$、$\overline{AC}$、$\overline{AD}$、$\overline{AE}$、$\overline{BC}$、$\overline{BD}$、$\overline{BE}$、$\overline{CD}$、$\overline{CE}$、$\overline{DE}$ 共 10 個線段。

例題 1.1-5：

將$\overline{AB}$、$\overline{PQ}$分別對應到刻度尺上，已知對應於 A、B、P、Q 四點的刻度分別為 3.8、7.4、4.7、8.5，則$\overline{AB}$＝______，$\overline{PQ}$＝______。

想法：線段的長度就是兩端點間的距離

解：

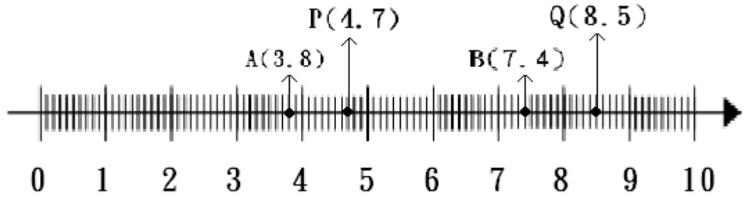


圖 1.1-10

如圖 1.1-10 所示，$\overline{AB}$＝7.4－3.8＝3.6 單位
$\overline{PQ}$＝8.5－4.7＝3.8 單位

例題 1.1-6：

已知$\overline{AB}$＝3 公分，若拿一把有刻度的尺，將端點 A 對齊 2.0 公分的位置，則 B 點所對的刻度為__________。

想法：線段的長度就是兩端點間的距離

解：

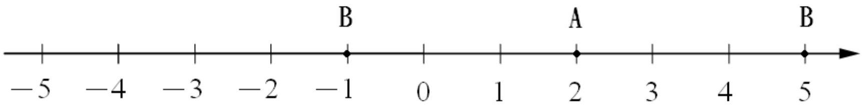


圖 1.1-11

如圖 1.1-11 所示，若 B 點在 A 點的右邊，則 B 點的刻度為 5
若 B 點在 A 點的左邊，則 B 點的刻度為－1

例題 1.1-7：

在同一平面上，將$\overline{AB}$移到$\overline{CD}$上，使得兩端點 B、D 重疊。若 A 點落在 C、D 兩點之間，則下列敘述何者正確？__________

(A) $\overline{AB}>\overline{CD}$　(B) $\overline{AB}<\overline{CD}$
(C) $\overline{AB}=\overline{CD}$　(D) $\overline{AB}$、$\overline{CD}$ 無法比較大小

想法：線段的長度就是兩端點間的距離

解：如圖 1.1-12 所示，所以$\overline{AB}<\overline{CD}$，所以本題選(B)

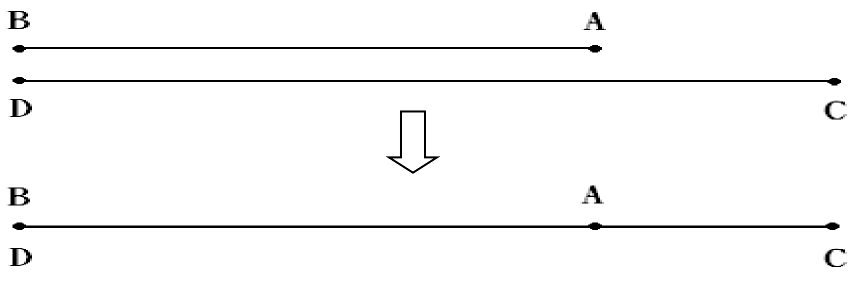


圖 1.1-12

例題 1.1-8：

已知$\overline{AB}>\overline{CD}$，若將$\overline{AB}$移到$\overline{CD}$上，使得兩端點 A、C 重疊，則下列敘述何者正確？________

(A) B 點落在 C 點與 D 點之外　　(B) B 點落在 C 點與 D 點之間
(C) B 點落在 D 點上　　(D) 無法判斷

想法：線段的長度就是兩端點間的距離

解：如圖 1.1-13 所示，所以 B 點落在 C 點與 D 點之外，因此本題選(A)

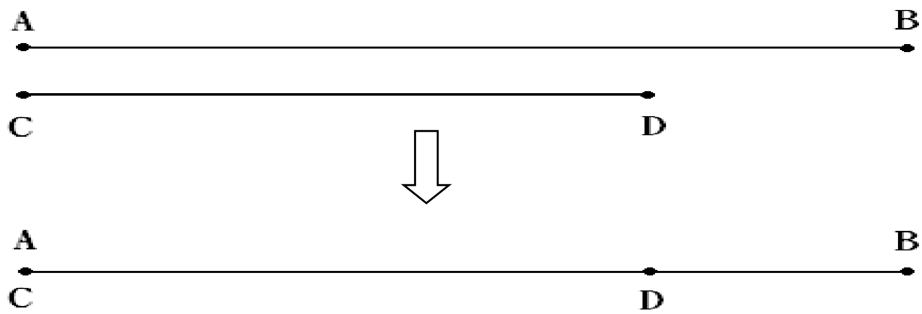


圖 1.1-13

習題 1-1

習題 1.1-1 點的長度是多少？

習題 1.1-2 什麼是直線？

習題 1.1-3 什麼是射線？

習題 1.1-4 什麼是線段？

習題 1.1-5 直線可否無限延長？

習題 1.1-6 什麼是曲線？

習題 1.1-7 什麼是兩點間的距離？

習題 1.1-8 試畫出距離為 12 公分之兩點。

習題 1.1-9 將$\overline{AB}$、$\overline{PQ}$分別對應到刻度尺上，已知對應於 A、B、P、Q 四點的刻度分別為 3.5、8.4、4.3、8.9，則$\overline{AB}$＝___，$\overline{PQ}$＝___。

習題 1.1-10 已知$\overline{AB}$＝10 公分，若拿一把有刻度的尺，將端點 A 對齊 2.0 公分的位置，則 B 點所對的刻度為__________。

1.2 節 角

定義 1.2-1　角

自一點畫兩線段所造成的圖形叫做角,如圖 1.2-1 所示.

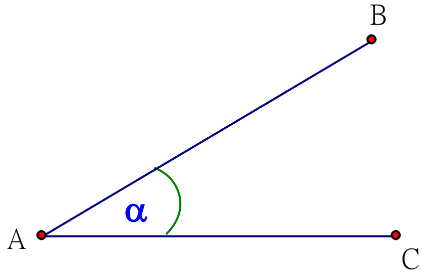


圖 1.2-1

以圖 1.2-1 的角為例，我們稱此角為∠BAC 或∠CAB，有時我們也可以用單一的符號來表示，如∠α，點 A 稱為此角的**頂點**，$\overline{AB}$及$\overline{AC}$為角的兩邊。

角是有大小的，如圖 1.2-2 所示，∠BAD > ∠CAB，我們也可以說∠α > ∠β。.

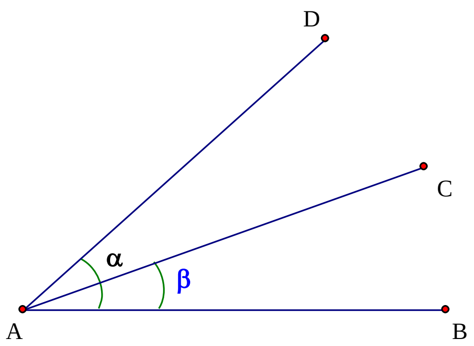


圖 1.2-2

角既然有大小,就可以相加,以圖 1.2-2 中之角為例,∠BAD＝∠BAC＋∠CAD。角可以相加，當然也可以相減，以圖 1.2-2 為例，$\angle CAD = \angle BAD - \angle BAC$ 。

定義 1.2-2　角平分線

將一個角分成兩個相等角的線叫做該角的平分線。

以圖 1.2-3 為例，$\overline{AC}$為∠BAD 的角平分線，$\angle BAC = \angle CAD = \frac{1}{2}\angle BAD$。

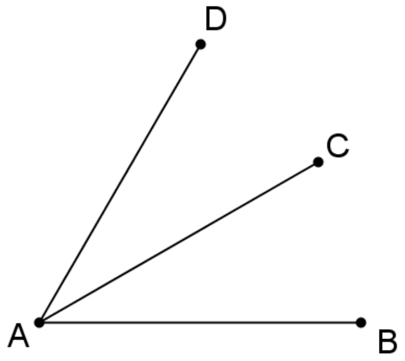


圖 1.2-3

定義 1.2-3　平角

如角的兩邊合成一條直線,則此角為平角,如圖 1.2-4 所示，∠BAC 為平角。

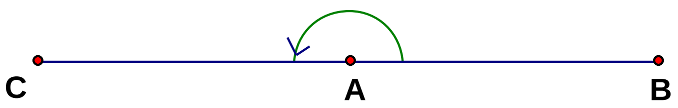


圖 1.2-4

定義 1.2-4　周角:

如角的兩邊重合,則此角為周角,如圖 1.2-5 中之∠ABA 即為一周角。

圖 1.2-5

定義 1.2-5　直角

等於平角一半的角為直角,如圖 1.2-6 中之∠CBA 即為一直角。

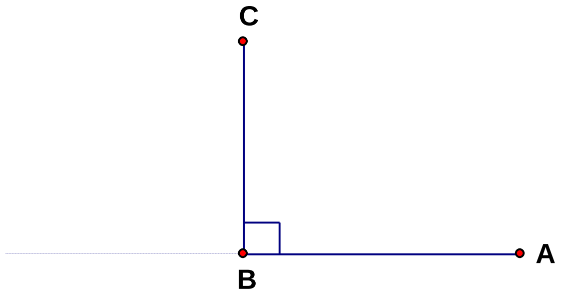


圖 1.2-6

直角是幾何學上的重要元素，我們常用一種特別的符號來代表它，圖 1.2-6 中∠CBA 的符號，就是常用的直角符號。

定義 1.2-6　角的單位

一個周角可以分為 360 個相等的單位，每一個單位為一度，我們用 1°來表示一度。一度分為 60 等分，每等分為 1 分，用 1’來表示。再將一分分為 60 等分，每等分為 1 秒，用 1”來表示。例如 12 度 45 分 52 秒記為 12°45’52”。因此周角的大小是 360°，平角是 180°，直角是 90°。如圖 1.2-7 所示。

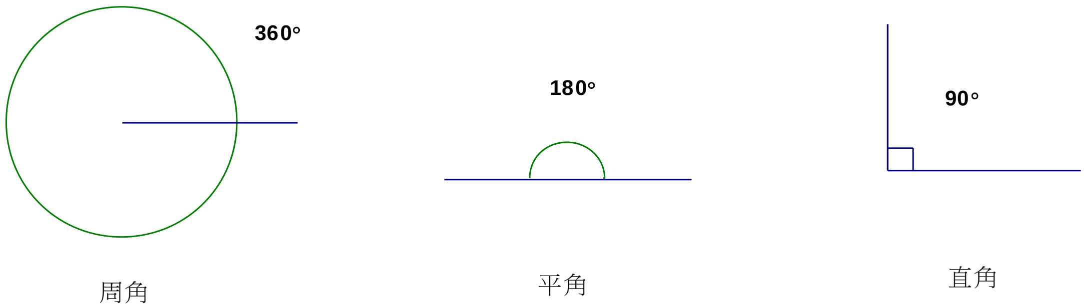


圖 1.2-7

定義 1.2-7　銳角

小於 90°的角叫做銳角。(0°＜銳角＜90°)

定義 1.2-8　鈍角

大於 90°的角叫做鈍角。(90°＜鈍角＜180°)

圖 1.2-8 顯示銳角與鈍角的例子。

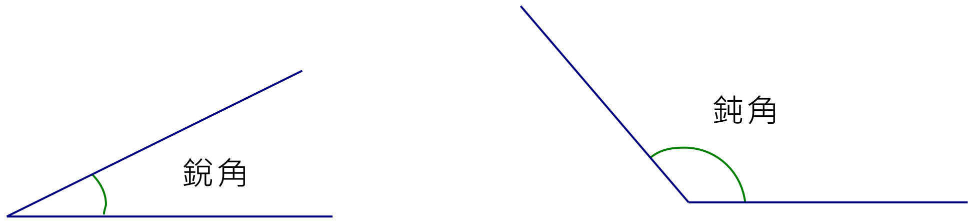


圖 1.2-8

定義 1.2-9　劣角

小於平角的角，叫做劣角。(0°＜劣角＜180°)

定義 1.2-10　優角

大於平角的角，叫做優角。(180°＜優角＜360°)

圖 1.2-9 顯示劣角與優角的例子。

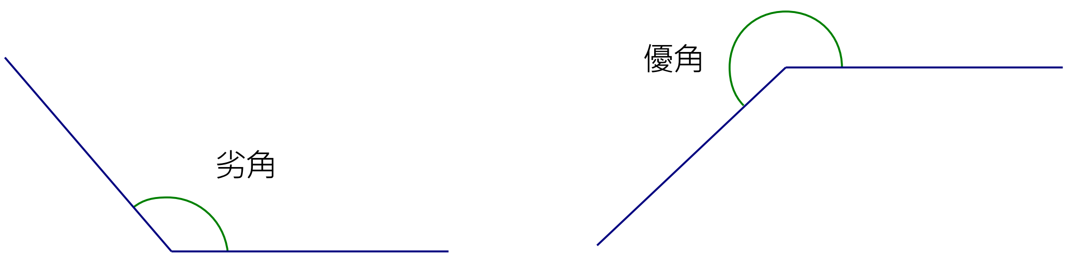


圖 1.2-9

一般說來，我們所稱的角都是劣角，如果要用優角，一定會事先作特別聲明。

量角器：量角器(如圖 1.2-10)是我們用來度量角度大小的工具。

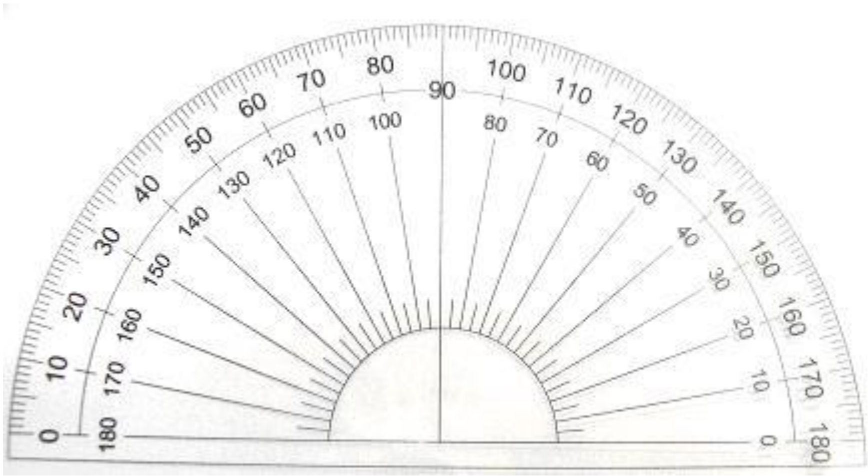


圖 1.2-10 量角器

量角器的用法：如圖 1.2-11，將量角器的中心點對準角的頂點，角的一邊對準量角器 0 度的線，角的另一邊所對之量角器上的度數即為該角的度數，如 1.2-11 圖上之角的度數為 45°。

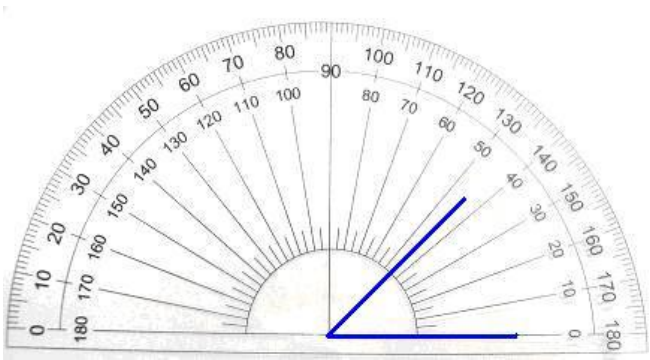


圖 1.2-11

例題 1.2-1：

試用量角器量出圖 1.2-12 中，∠ABC、∠BAC、∠ACB 各角的度數。

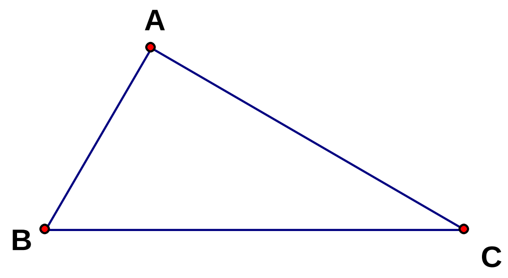


圖 1.2-12

想法：利用量角器測量角度

解：∠ABC＝60°，∠BAC＝90°，∠ACB＝30°。

例題 1.2-2：

比較∠ABC 與∠EFG 的大小時，將∠ABC 移到∠EFG 上，使得兩頂點 B、F 重疊，兩邊$\overline{BC}$、$\overline{FG}$重疊，若$\overline{FE}$落在∠ABC 的兩邊之內，則下列敘述何者正確？＿＿＿＿＿

(A)∠ABC＞∠EFG　　(B)∠ABC＜∠EFG
(C)∠ABC＝∠EFG　　(D)∠ABC、∠EFG 無法比較大小

想法：比較角度的大小

解：

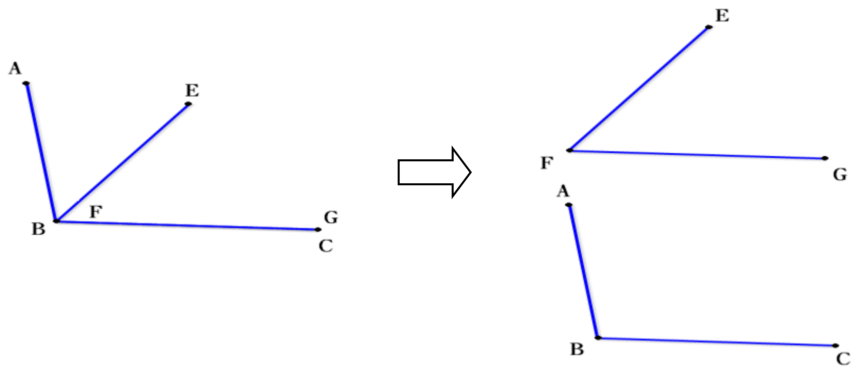


圖 1.2-13

如圖 1.2-13 所示，∠ABC＞∠EFG，答案選(A)

例題 1.2-3：

在下列的空格中填入銳角、鈍角、直角或平角：

(1) 若$\angle A=90°$，則稱$\angle A$是________。

(2) 若$0°<\angle A<90°$，則稱$\angle A$是________。

(3) 若$90°<\angle A<180°$，則稱$\angle A$是_______。

(4) 若$\angle A=180°$，則稱$\angle A$是_______。

想法：角的判別方式有

1. 大於 0°且小於 90°的角叫做銳角
2. 大於 90°且小於 180°的角叫做鈍角
3. 直角等於 90°
4. 平角為 180°

解：

敘述	理由
(1) 若$\angle A=90°$，則稱$\angle A$是直角	直角定義
(2) 若$0°<\angle A<90°$，則稱$\angle A$是銳角	銳角定義
(3) 若$90°<\angle A<180°$，則稱$\angle A$是鈍角	鈍角定義
(4) 若$\angle A=180°$，則稱$\angle A$是平角	平角定義

例題 1.2-4：

若$\angle$A 為銳角，$\angle$B 為鈍角，則$\angle$A________$\angle$B。（填＞、＝、＜）

想法：角的判別方式有

1. 大於 0°且小於 90°的角叫做銳角
2. 大於 90°且小於 180°的角叫做鈍角

解：

敘述	理由
(1) $0°<\angle A<90°$	已知$\angle$A 為銳角
(2) $90°<\angle B<180°$	已知$\angle$B 為鈍角
(3) $\angle A<\angle B$	由(1) & (2) 遞移律

例題 1.2-5：

如圖 1.2-14，在 12 小時制的鐘面上，9 點 30 分的時候，分針和時針所夾的角為________。（填銳角、直角、鈍角）

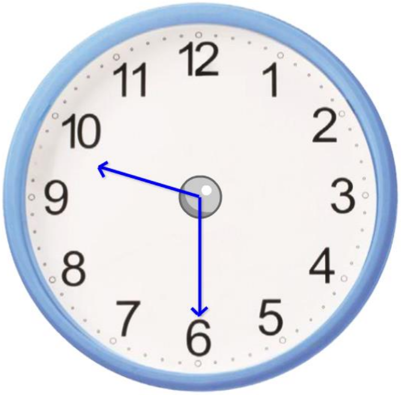


圖 1.2-14

想法：角的判別方式有

1. 大於 0°且小於 90°的角叫做銳角
2. 大於 90°且小於 180°的角叫做鈍角
3. 直角等於 90°
4. 平角為 180°
5. 周角 360°

解：

敘述	理由
(1) 9 點到 10 點的角度為 30°	周角為 360° ＆ 如圖 1.2-14 ，360°÷12 格＝30°
(2) 9 點到 9 點半的角度為 15°	如圖 1.2-14 所示，30°÷2＝15°
(3) 6 點到 9 點為 90°	如圖 1.2-14 所示，30°×3 格＝90°
(4) 9 點半分針和時針夾角 105°	由(2)＋(3)得 90°＋15°＝105°
(5) 9 點半分針和時針夾角為鈍角	大於 90°且小於 180°的角叫做鈍角 ＆ 90°＜105°＜180°

例題 1.2-6：

如圖 1.2-15，∠AOD＝90°、∠BOE＝90°，則圖 1.2-15 中共有______個銳角。

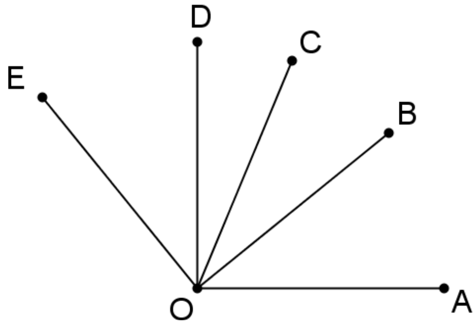


圖 1.2-15

想法：角的判別方式有

1. 大於 0°且小於 90°的角叫做銳角
2. 大於 90°且小於 180°的角叫做鈍角
3. 直角等於 90°
4. 平角為 180°
5. 周角 360°

解：

敘述	理由
(1) ∠AOB 為銳角	0°＜∠AOB＜90° & 大於 0°且小於 90°的角叫做銳角
(2) ∠AOC 為銳角	0°＜∠AOC＜90° & 大於 0°且小於 90°的角叫做銳角
(3) ∠AOD 為直角	已知∠AOD＝90° & 直角定義
(4) ∠AOE 為鈍角	90°＜∠AOE＜180° & 大於 90°且小於 180°的角叫做鈍角
(5) ∠BOC 為銳角	0°＜∠BOC＜90° & 大於 0°且小於 90°的角叫做銳角
(6) ∠BOD 為銳角	0°＜∠BOD＜90° & 大於 0°且小於 90°的角叫做銳角
(7) ∠BOE 為直角	已知∠BOE＝90° & 直角定義
(8) ∠COD 為銳角	0°＜∠COD＜90° & 大於 0°且小於 90°的角叫做銳角
(9) ∠COE 為銳角	0°＜∠COE＜90° & 大於 0°且小於 90°的角叫做銳角
(10) ∠DOE 為銳角	0°＜∠DOE＜90° & 大於 0°且小於 90°的角叫做銳角
(11) 共 7 個銳角	敘述(1)~(10)

習　題 1.2

習題 1.2-1　平角為多少度？

習題 1.2-2　直角為多少度？

習題 1.2-3　周角為多少度？

習題 1.2-4　什麼是銳角？

習題 1.2-5　什麼是鈍角？

習題 1.2-6　什麼是劣角？

習題 1.2-7　什麼是優角？

習題 1.2-8　用量角器畫出以下各角度：
(a) 45°　(b)75°　(c) 90°　(d) 135°　(e) 150°

習題 1.2-9　如圖 1.2-16，∠CAB＋∠CAD＝？

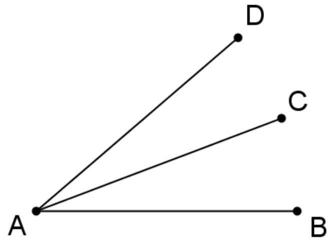


圖 1.2-16

習題 1.2-10　3 點時，時鐘的時針與分針所成的角度為幾度？

習題 1.2-11　4 點 30 分，時鐘的時針與分針所成的角度為幾度？

習題 1.2-12　10 點 10 分，時鐘的時針與分針所成的角度為幾度？

習題 1.2-13　圖 1.2-17 中共有__________個銳角。

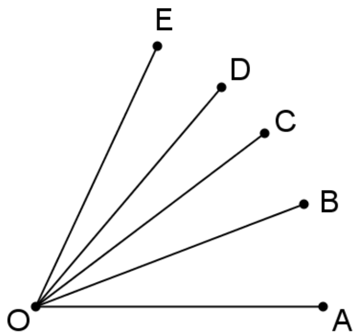


圖 1.2-17

1.3節　角與角之間的關係

定義 1.3-1　餘角

若兩角之和為直角，則此兩角互為餘角。

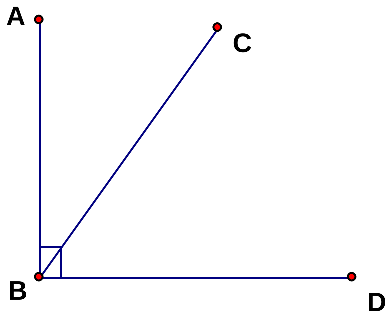


圖 1.3-1

如圖 1.3-1 所示，∠ABC 和∠CBD 互為餘角。

例題 1.3-1：

若 ∠EFG 和∠GFH 互為餘角，∠EFG=35°20`，則∠GFH 為幾度？

想法：互為餘角的兩個角，其和為 90°

解：

敘述	理由
(1)　∠EFG 和∠GFH 互為餘角	已知
(2)　∠EFG+∠GFH=90°	餘角定義
(3)　∠GFH=90°－∠EFG = 90°－35°20`=54°40`	已知∠EFG=35°20` & (1)

定義 1.3-2　補角

若兩角之和為平角，則此兩角互為補角。

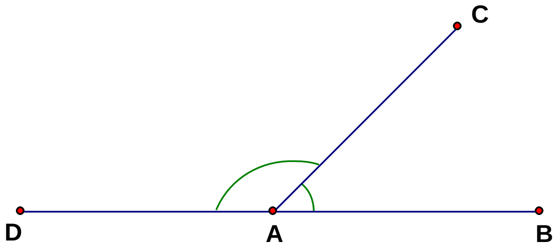


圖 1.3-2

如圖 1.3-2 所示，∠BAC 和∠CAD 互為補角。

例題 1.3-2：

已知∠A＝138°，且∠B 與∠A 互補，求∠B。

想法：互為補角的兩個角，其和為 180°

解：

敘述	理由
(1) ∠B＋∠A＝180°	已知∠B 與∠A 互補 & 補角定義
(2) ∠B＋138°＝180°	將已知∠A＝138° 代入(1)
(3) ∠B＝180°－138°＝42°	由(2) 等量減法公理

例題 1.3-3：

在下列的空格中填入銳角、直角或鈍角：

(1) 與_________互補的是直角，

(2) 與_________互補的是鈍角，

(3) 與_________互補的是銳角。

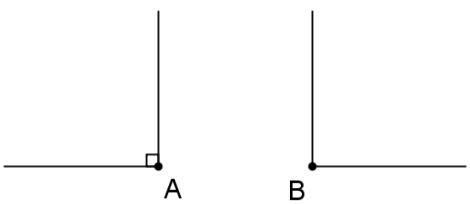


圖 1.3-3(a)

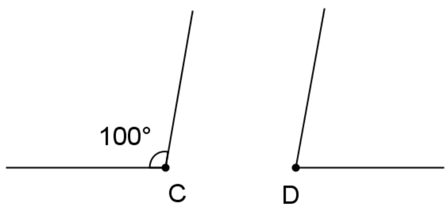


圖 1.3-3(b)

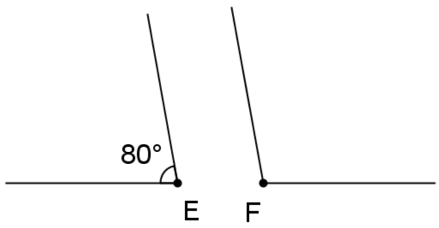


圖 1.3-3(c)

想法：(1) 角的判別方式有

1. 大於 0°且小於 90°的角叫做銳角
2. 大於 90°且小於 180°的角叫做鈍角
3. 直角等於 90°
4. 平角為 180°
5. 周角 360°

(2) 互為補角的兩個角，其和為 180°

解：

敘述	理由
(1) 如圖 1.3-3(a)，假設∠A 與∠B 互補，且∠A 為直角＝90°	假設
(2) ∠A＋∠B＝180°	由(1) ＆ 補角定義
(3) ∠B＝180°－∠A ＝180°－90°＝90°	由(2) 等量減法公理 ＆ (1) 假設∠A＝90°
(4) ∠B 為直角	由(3) ∠B＝90° ＆ 直角定義
(5) 所以與直角∠B 互補的是直角∠A	由(1) ＆ (2) ＆ (3) ＆ (4)
(6) 如圖 1.3-3(b)，假設∠C 與∠D 互補，且∠C 為鈍角＝100°	假設
(7) ∠C＋∠D＝180°	由(6) ＆ 補角定義
(8) ∠D＝180°－∠C ＝180°－100°＝80°	由(7) 等量減法公理 ＆ (6)假設∠C＝100°
(9) ∠D 為銳角	由(8) ∠D＝80° ＆ 銳角定義
(10) 所以與銳角∠D 互補的是鈍角∠C	由(6) ＆ (7) ＆ (8) ＆ (9)
(11) 如圖 1.3-3(c)，假設∠E 與∠F 互補，且∠E 為銳角＝80°	假設

(12) ∠E＋∠F＝180°	由(11) & 補角定義
(13) ∠F＝180°－∠E ＝180°－80°＝100°	由(12) 等量減法公理 & (11)假設∠E＝80°
(14) ∠F 為鈍角	由(13) ∠F＝100° & 鈍角定義
(15) 所以與鈍角∠F 互補的是銳角∠E	由(11) & (12) & (13) & (14)

定義 1.3-3　共軛角

若兩角之和為周角，則此兩角互為共軛角。

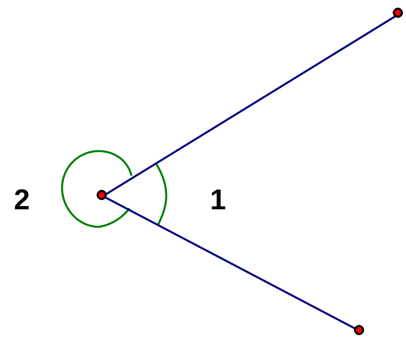


圖 1.3-4

如圖 1.3-4 所示，∠1 和∠2 互為共軛角。

例題 1.3-4：

已知∠A＝150°，且∠B 與∠A 互為共軛角，求∠B。

想法：互為共軛角的兩個角，其和為 360°

解：

敘述	理由
(1) ∠B＋∠A＝360°	已知∠B 與∠A 互為共軛角 & 共軛角定義
(2) ∠B＋150°＝360°	將已知∠A＝150° 代入(1)
(3) ∠B＝360°－150°＝210°	由(2) 等量減法公理

定義 1.3-4　鄰角

如兩角共用同一頂點及一條線，則此兩角互為鄰角。

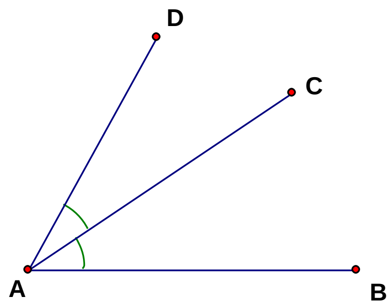


圖 1.3-5

如圖 1.3-5 所示，∠BAC 和∠CAD 互為鄰角。

定義 1.3-5　對頂角

兩條直線如相交於一點，必定形成四個角，其中每一對相對的角互為對頂角。

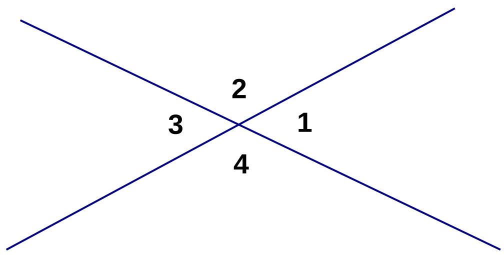


圖 1.3-6

如圖 1.3-6 所示，∠1 和∠3 互為對頂角，∠2 和∠4 也互為對頂角。

例題 1.3-5：

如圖 1.3-7，L、M、N 交於一點，則圖中共有____組對頂角。

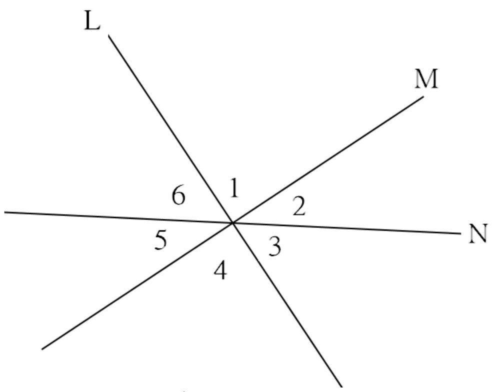


圖 1.3-7

想法：兩條直線相交於一點，必形成四個角，其中每一對相對的角互為對頂角

解：

敘述	理由
(1) ∠1 與∠4 互為對頂角	L、M 交於一點
(2) ∠2 與∠5 互為對頂角	M、N 交於一點
(3) ∠3 與∠6 互為對頂角	L、N 交於一點
(4) ∠1＋∠2 與∠4＋∠5 互為對頂角	L、N 交於一點
(5) ∠1＋∠6 與∠4＋∠3 互為對頂角	M、N 交於一點
(6) ∠2＋∠3 與∠5＋∠6 互為對頂角	L、M 交於一點
(7) 所以共有 6 組對頂角	由(1)~(6)

例題 1.3-6：

如圖 1.3-8，$\overleftrightarrow{AB}$、$\overleftrightarrow{DC}$交於一點 E，且∠AEC＝50°，則∠BED＝________度。

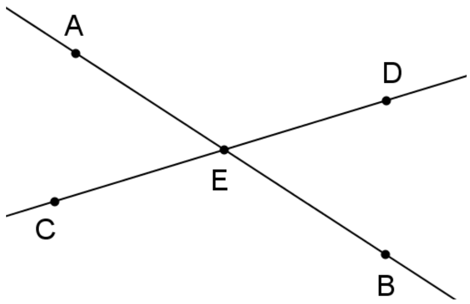


圖 1.3-8

想法：平角為 180°

解：

敘述	理由
(1) ∠AEC＋∠AED＝180°	如圖 1.3-8，∠AEC＋∠AED 為平角 180°
(2) ∠AED＝180°－∠AEC ＝180°－50°＝130°	由(1) 等量減法公理 & 已知∠AEC＝50°
(3) ∠AED＋∠BED＝180°	如圖 1.3-8，∠AED＋∠BED 為平角 180°
(4) ∠BED＝180°－∠AED ＝180°－130°＝50°	由(3) 等量減法公理 & 由(2) ∠AED＝130°

定義 1.3-6　等角

兩個角的角度大小一樣，則稱此兩角為等角。

各位同學，介紹完角的定義，現在就讓我們一起來練習有關角的例題。

例題 1.3-7：

已知∠A＝70°，且∠B 和∠A 互餘，則∠B＝________度。

想法：互為餘角的兩個角，其和為 90°

解：

敘述	理由
(1)　∠A＋∠B＝90°	已知∠B 和∠A 互餘 ＆ 餘角定義
(2)　∠B＝90°－∠A ＝90°－70° ＝20°	由(1) 等量減法公理 ＆ 已知∠A＝70°
(3)　∠B＝20°	由(2)

例題 1.3-8：

已知∠A 和∠B 互餘，若∠B＝(45＋b)°，求∠A。(以 b 的式子表示)

想法：互為餘角的兩個角，其和為 90°

解：

敘述	理由
(1)　∠A＋∠B＝90°	已知∠A 與∠B 互餘 ＆ 餘角定義
(2)　∠A＝90°－∠B ＝90°－(45＋b)° ＝90°－45°－b° ＝45°－b°	由(1) 等量減法公理 ＆ 已知∠B＝(45＋b)°
(3)　∠A＝45°－b°	由(2)

例題 1.3-9：

若∠A 與∠B 互補，∠B 與∠C 互補，且∠A＝96.7°，求∠C。

想法：互為補角的兩個角，其和為 180°

解：

敘述	理由
(1) ∠A＋∠B＝180°	已知∠A 與∠B 互補 & 補角定義
(2) ∠B＝180°－∠A ＝180°－96.7° ＝83.3°	由(1) 等量減法公理 & 已知∠A＝96.7°
(3) ∠B＋∠C＝180°	已知∠B 與∠C 互補 & 補角定義
(4) ∠C＝180°－∠B ＝180°－83.3° ＝96.7°	由(3) 等量減法公理 & (2)∠B＝83.3°已證
(5) ∠C＝96.7°	由(4)

例題 1.3-10：

若∠A 與∠B 互補，∠B 與∠C 互補，求∠A－∠C。

想法：互為補角的兩個角，其和為 180°

解：

敘述	理由
(1) ∠A＋∠B＝180°	已知∠A 與∠B 互補 & 補角定義
(2) ∠B＋∠C＝180°	已知∠B 與∠C 互補 & 補角定義
(3) ∠A－∠C＝180°－180°＝0°	由(1)－(2)
(4) 所以∠A－∠C＝0°	由(3)

例題 1.3-11：

若∠A 的補角的 2 倍比∠A 的 4 倍多 36°，求∠A。

想法：互為補角的兩個角，其和為 180°

解：

敘述	理由
(1) ∠A 的補角的 2 倍＝2(180°－∠A)	補角的定義
(2) ∠A 的 4 倍多 36°＝4∠A＋36°	已知
(3) 2(180°－∠A)＝4∠A＋36°	由(1) & (2) & 已知 ∠A 的補角的 2 倍比∠A 的 4 倍多 36°
(4) 360°－2∠A＝4∠A＋36° 324°＝6∠A 54°＝∠A	由(3) 解一元一次方程式
(5) ∠A＝54°	由(4)

例題 1.3-12：

$\frac{1}{3}$直角的餘角是幾度？它的補角是幾度？

想法：(1) 互為餘角的兩個角，其和為 90°

(2) 互為補角的兩個角，其和為 180°

解：

敘述	理由
(1) 設此角為 A，則 A＝$\frac{1}{3}$直角＝$\frac{1}{3}$(90°)＝30°。	假設及直角定義
(2) A 角的餘角＝90°－A＝90°－30°＝60°	由(1) A＝30° & 餘角定義
(3) A 角的補角＝180°－A＝180°－30°＝150°	由(1) A＝30° & 補角定義

例題 1.3-13：

若∠A 與∠B 互補，∠B 與∠C 互餘，求∠A－∠C。

想法：(1) 互為餘角的兩個角，其和為 90°

(2) 互為補角的兩個角，其和為 180°

解：

敘述	理由
(1) ∠A＋∠B＝180°	已知∠A 與∠B 互補 ＆ 補角定義
(2) ∠B＋∠C＝90°	已知∠B 與∠C 互餘 ＆ 餘角定義
(3) ∠A－∠C＝180°－90°＝90°	由(1)－(2)
(4) ∠A－∠C＝90°	由(3)

例題 1.3-14：

若∠A 與∠B 互補，∠B 與∠C 互餘，且∠A＝100°，求∠C。

想法：(1) 互為餘角的兩個角，其和為 90°

(2) 互為補角的兩個角，其和為 180°

解：

敘述	理由
(1) ∠A＋∠B＝180°	已知∠A 與∠B 互補 ＆ 補角定義
(2) ∠B＝180°－∠A ＝180°－100° ＝80°	由(1) 等量減法公理 ＆ 已知∠A＝100°
(3) ∠B＋∠C＝90°	已知∠B 與∠C 互餘 ＆ 餘角定義
(4) ∠C＝90°－∠B ＝90°－80° ＝10°	由(3) 等量減法公理 ＆ (2) ∠B＝80°已證
(5) ∠C＝10°	由(4)

例題 1.3-15：

已知∠A 與∠B 互餘，∠B 與∠C 互補，若∠A＝50°，則∠C＝________度。

想法：(1) 互為餘角的兩個角，其和為 90°

(2) 互為補角的兩個角，其和為 180°

解：

敘述	理由
(1) ∠A＋∠B＝90°	已知∠A 與∠B 互餘 ＆ 餘角定義
(2) ∠B＝90°－∠A ＝90°－50° ＝40°	由(1) 等量減法公理 ＆ 已知∠A＝50°
(3) ∠B＋∠C＝180°	已知∠B 與∠C 互補 ＆ 補角定義
(4) ∠C＝180°－∠B ＝180°－40° ＝140°	由(3) 等量減法公理 ＆ (2) ∠B＝40°已證
(5) ∠C＝140°	由(4)

例題 1.3-16：

若 ∠1 與 ∠2 互為補角，且 ∠1 的餘角為(45－x)°，∠2＝8x°，求 x＝？

想法：(1) 互為餘角的兩個角，其和為 90°

(2) 互為補角的兩個角，其和為 180°

解：

敘述	理由
(1) ∠1＋∠2＝180°	已知∠1 與∠2 互補 ＆ 補角定義
(2) ∠1 的餘角＝90°－∠1＝（45－x)°	已知 ∠1 的餘角為(45－x)° ＆ 餘角定義
(3) ∠1＝90°－（45－x)°＝45°＋x°	由(2) 移項
(4) 45°＋x°＋∠2＝180°	將(3) ∠1＝45°＋x° 已證 代入(1)
(5) 45°＋x°＋8x°＝180° 9x°＝135° x ＝15	將已知 ∠2＝8x° 代入 (4) ＆ 解一元一次方程式

例題 1.3-17：

$\angle A$ 的補角和 $\angle B$ 的餘角度數相同，已知 $\angle A = 143°$，求 $\angle B$。

想法：(1) 互為餘角的兩個角，其和為 90°

(2) 互為補角的兩個角，其和為 180°

解：

敘述	理由
(1) $\angle A$ 的補角 $= 180° - 143° = 37°$	已知 $\angle A = 143°$ ＆ 補角定義
(2) $\angle B$ 的餘角度數 $= 90° - \angle B$	餘角定義
(3) $37° = 90° - \angle B$	已知 $\angle A$ 的補角和 $\angle B$ 的餘角度數相同
(4) $\angle B = 90° - 37° = 53°$	由(3) 移項

例題 1.3-18：

設一角的餘角與補角的和，比其餘角的四倍少 25°，求此角。

想法：(1) 互為餘角的兩個角，其和為 90°

(2) 互為補角的兩個角，其和為 180°

解：

敘述	理由
(1) 設此角為 $\angle A$	假設
(2) $\angle A$ 的餘角 $= 90° - \angle A$	由(1) ＆ 餘角定義
(3) $\angle A$ 的補角 $= 180° - A$	由(1) ＆ 補角定義
(4) $(90° - \angle A) + (180° - \angle A)$ $= 4 \times (90° - \angle A) - 25°$	已知設一角的餘角與補角的和， 比其餘角的四倍少 25°
(5) $270° - 2\angle A = 360° - 4\angle A - 25°$ $4\angle A - 2\angle A = 360° - 25° - 270°$ $2\angle A = 65°$ $\angle A = 32.5°$	由(4) 解一元一次方程式

幾何證明的要領

1. 一個幾何問題有時並不一定會直接寫出問題的已知條件及要求證的事項，所以首先要依題意寫出
(1)已知或假設的條件。
(2)要求證的事項。

2. 依題意畫出其圖形，圖形畫愈精準對解題愈有幫助。

3. 解析問題，思考由已知條件推論到結論的過程步驟。通常可以從結論逆推，看結論要成立應先知道何種事項，逐步推導至符合假設條件。

4. 證明問題，根據解析問題的結果，由假設或已知事項，逐步推導到結論為止，每一步驟都是根據定義、公理或已經證明的定理，證明分敘述與理由二項，左邊寫敘述，右邊寫理由。

本書的證明都遵照上述證明的要領，請看以下的例子。

例題 1.3-19：

若二鄰角的平分線成 45°角，試證此兩鄰角必互為餘角。

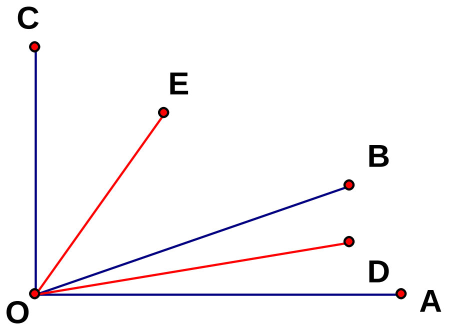


圖 1.3-9

已知：∠AOB 與∠BOC 相鄰，$\overline{OD}$為∠AOB 的角平分線，$\overline{OE}$為∠BOC 的角平分線，∠DOE=45°，如圖 1.3-9。

求證：∠AOB 與∠BOC 互為餘角。

想法：∠AOB 與∠BOC 互為餘角(即∠AOB+∠BOC=90°)，而∠DOE=45°，所以只要證明(∠AOB+∠BOC)是∠DOE 的兩倍即可。

證明：

敘述	理由
(1) ∠AOD=∠BOD	已知$\overline{OD}$為∠AOB 的角平分線 & 角平分線定義
(2) ∠AOB=∠AOD＋∠BOD	如圖 1.3-9 所示 & 合角為分角和
(3) ∠AOB=∠BOD ＋∠BOD ＝2∠BOD	將(1) ∠AOD=∠BOD 代入(2)
(4) ∠BOC=2∠BOE	由(1)~(3)，同理可證
(5) ∠BOD+∠BOE=∠DOE=45°	如圖 1.3-9 所示 & 合角為分角和 & 已知∠DOE=45°
(6) ∠AOB+∠BOC=2∠BOD+2∠BOE =2(∠BOD+∠BOE)=2∠DOE =2×45°=90°	如圖 1.3-9 & (3) ∠AOB=2∠BOD (4) ∠BOC=2∠BOE 已證 & (5) ∠BOD+∠BOE=45° 已證
(7) ∠AOB 與∠BOC 互為餘角	由(6) & 餘角定義

Q.E.D

在證明結束的地方，我們通常會寫上 Q.E.D，表示「**證明結束**」。
(Q.E.D 是拉丁語「quod erat demonstrandum」)

習　題 1.3

習題 1.3-1

若∠A＝40°，∠A 與∠B 互為餘角，則∠B＝？

習題 1.3-2

若∠A＝30°，∠A 與∠B 互為補角，則∠B＝？

習題 1.3-3

在下列空格中填入適當的角度：
156°的補角是____度，42°的餘角是____度，52°的補角是____度。
137°的補角是____度，33°的餘角是____度，19°的餘角是____度。

習題 1.3-4

已知∠1＝153°，若∠1 和∠2 互補，∠2 和∠3 互餘，求∠3。

習題 1.3-5

若∠1 與∠2 互為補角，且∠1 的餘角為(43＋x)°，∠2＝8x°，求 x＝？

習題 1.3-6

∠A 的補角和∠B 的餘角度數相同，已知∠A＝120°，求∠B。

習題 1.3-7

設一角的餘角與補角的和，比其餘角的四倍多 25°，求此角。

習題 1.3-8

若∠A＝80°，∠A 與∠B 互為共軛角，則∠B＝？

習題 1.3-9

共軛的二角相差 80°，求此兩角。

習題 1.3-10

$\frac{1}{3}$平角的餘角是幾度？它的共軛角是幾度？

習題 1.3-11

如圖 1.3-10，L、M 交於一點，則圖中共有__________組對頂角。

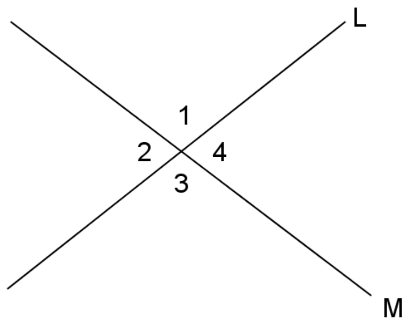


圖 1.3-10

習題 1.3-12

如圖 1.3-11，$\overleftrightarrow{AB}$、$\overleftrightarrow{DC}$交於一點 E，且∠AEC＝45°，則∠BED＝________度。

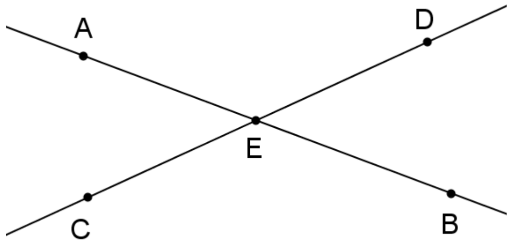


圖 1.3-11

習題 1.3-13

二鄰角如互為餘角，試證此二角的平分線夾角為 45°。

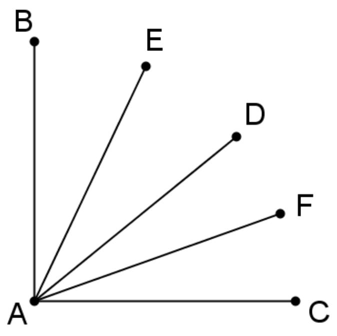


圖 1.3-12

已知： 如圖 1.3-12，∠BAD 與∠DAC 互為餘角，且$\overline{AE}$、$\overline{AF}$分別為∠BAD 與∠DAC 的角平分線

求證： ∠EAF＝45°

1.4節　垂直與平行

定義 1.4-1　垂直線

如兩條直線相交成直角，則此兩直線互相垂直，垂直的符號為⊥。

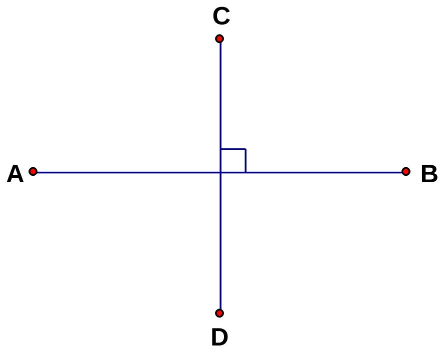


圖 1.4-1

如圖 1.4-1 所示，$\overline{AB}$與$\overline{CD}$互相垂直。($\overline{AB}\perp\overline{CD}$)

定義 1.4-2　垂直平分線

線段$\overline{AB}$之中點為 O 點，亦即$\overline{OA}=\overline{OB}$，通過 O 點而與$\overline{AB}$垂直的直線為$\overline{AB}$的垂直平分線。(又簡稱為中垂線)

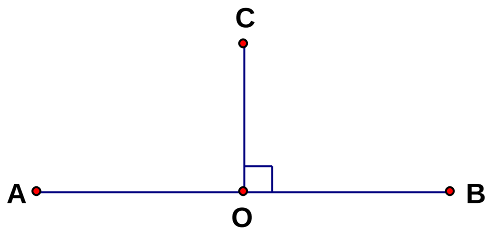


圖 1.4-2

如圖 1.4-2 所示，$\overline{OC}$為$\overline{AB}$的垂直平分線，即$\overline{OC}\perp\overline{AB}$且$\overline{OA}=\overline{OB}$。

定義 1.4-3　平行線

在同一平面的兩條直線永不相交，則此兩直線互相平行。平行的符號為 $\parallel$ 。

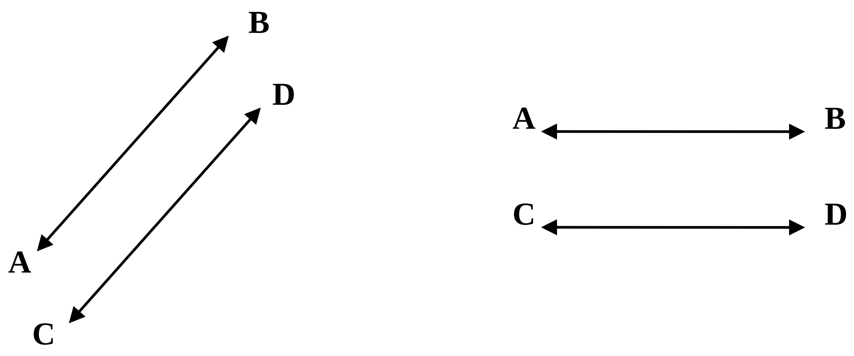


圖 1.4-3

如圖 1.4-3 所示，$\overleftrightarrow{AB}$和$\overleftrightarrow{CD}$互相平行，亦即$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$，$\overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{AB}$。

1.5節　幾何學的基本公理

數學上有很多的定義，也有很多定理，定理是必須經過證明才能確立的事實，但有一些基本假設是大家公認為正確的事實，稱為公理。公理是不需證明也無法證明。 公理分為普通公理與幾何公理二類，普通公理是關於數量的公理，是數學各科都可以適用的，而只有適用於幾何學上有關圖形的叫做幾何公理。

1.5-1 普通公理

普通公理又可分為等量公理與不等量公理：

等量公理

1. **加法公理：** 等量加等量，其和相等。
   若 $a=b$，$c=d$，則 $a+c=b+d$。
2. **減法公理：** 等量減等量，其差相等。
   若 $a=b$，$c=d$，則 $a-c=b-d$。
3. **乘法公理：** 等量乘等量，其積相等。
   若 $a=b$，$c=d$，則 $a\times c=b\times d$。
4. **除法公理：** 等量除等量，其商相等。
   若 $a=b$，$c=d$，則 $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$。
5. **全量公理：** 全量等於諸分量的總和。
   若 a 分成 b、c、d，則 $a=b+c+d$。

不等量公理

1. **二量關係公理：**

   a、b 兩數的關係只有三種，a＞b、a＝b、a＜b。(三一律)

2. **三量比較公理：**

   a、b、c 三數，若 a＞b，b＞c，則 a＞c。(遞移律)

3. **全量大於分量公理：**全量必大於任一分量。

   若 a＝b＋c，則 a＞b 且 a＞c。(a、b、c 皆大於 0)

4. **不等量加減等量公理：**

   不等量加或減等量所得的和或差不相等，大者仍大。

   若 a＞b，c＝d，則 a＋c>b＋d，a－c > b－d。

5. **不等量加不等量公理：**

   不等量加不等量所得的和不相等，大量加大量的和仍大。

   若 a＞b，c＞d，則 a＋c＞b＋d。

6. **等量減不等量公理：**

   等量減不等量所得的差不相等，減數大的，其差反小。

   若 a＝b，c＞d，則 a－c＜b－d。

7. **等量乘除不等量公理：**

   等量乘或除不等量所得的積或商不相等，大者仍大。

   若 a＝b，c＞d，則 axc＞bxd，$\frac{c}{a} > \frac{d}{b}$。(a、b、c 、d 皆大於 0)

8. **不等量除等量公理：**

   不等量除等量所得的商不相等，除數大的，其商反小。

   若 a＞b，c＝d，則 $\frac{c}{a} < \frac{d}{b}$。(a、b、c 、d 皆大於 0)

1.5-2 幾何公理

幾何學上有些事實是公認為正確者，但無法證明，這種事實，稱之為幾何公理。 幾何學裡的公理可以說是幾何學裡的基本假設，有了這些基本假設以後，才能推導出幾何學上的定理。

公理 1.5-1　直線公理

兩點之間，只有一條直線。（也可以說，兩點決定一條直線）

公理 1.5-2　兩直線交點公理

兩直線如相交，則只相交於一點。（也可以說兩條不平行的線相交於一點）

公理 1.5-3　距離公理

兩點之間，以直線的線段為最短。

公理 1.5-4　平行線公理

點 P 位於某直線 L 之外，則通過 P 點，只能畫一條直線與 L 平行。

公理 1.5-5　移形公理

幾何圖形可以不改變大小、形狀，從一個位置移到另一位置。

公理 1.5-6　全等公理

兩圖形疊合，若處處相合，則此二圖形全等。

以上的公理都是大家公認正確的事實，但無法證明。以距離公理來說，我們都知道兩點之間最短距離是直線距離，如圖 1.5-1 所示，但無法證明，所以這是公理。

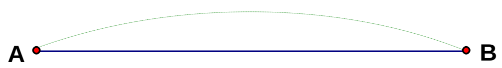


圖 1.5-1

例題 1.5-1：

下列敘述何者正確？__________

(A) 相異二點必能組成一條線
(B) 直線的長度有限，所以都可以用尺測量。
(C) 若 A、B 是一直線上的兩點，則 A、B 兩點之間的部分稱為直線
(D) 兩直線能比較長短

想法：(1) 兩個點可以決定的線有：

1. 兩端可以無限延長的線叫做直線
2. 一端可以無限延長的線叫做射線
3. 有兩個端兩點的線叫做線段

(2) 線段的長度就是兩端點間的距離

解：答案選(A)

敘述	理由
(A) 正確	根據直線公理
(B) 錯誤	根據直線定義，直線兩端可以無限延長
(C) 錯誤	A、B 兩點之間的部分為$\overline{AB}$線段
(D) 錯誤	直線可以無限延長，因此無法比較長短

例題 1.5-2

平面上不共線的三個點，共可畫出幾條相異直線？幾條線段？

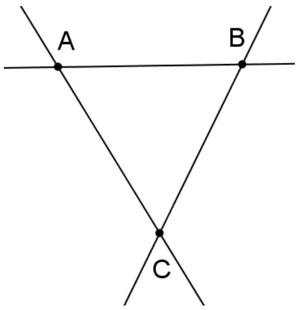


圖 1.5-2

想法：利用兩點決定一條直線的直線公理

解：如圖 1.5-2，A、B、C 不共線的三個點，共可決定

（1）直線：$\overleftrightarrow{AB}$、$\overleftrightarrow{BC}$、$\overleftrightarrow{CA}$共三條相異直線

（2）線段：$\overline{AB}$ 、$\overline{BC}$ 、$\overline{CA}$ 共三條線段

例題 1.5-3

平面上任三個點不共線的四個點，共可畫出幾條相異直線？幾條線段？

想法：（1）利用兩點決定一條直線的直線公理

（2）相同線段其兩端點必相同，所以兩線段的端點若不相同就是相異線段

解：如圖 1.5-3，A、B、C、D 任三點不共線的四個點，共可決定

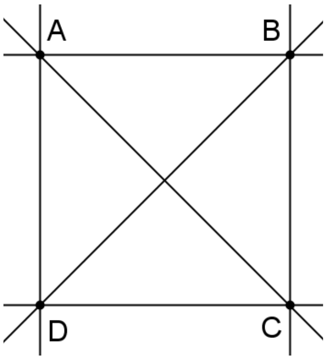


圖 1.5-3

（1）直線：$\overleftrightarrow{AB}$、$\overleftrightarrow{AC}$、$\overleftrightarrow{AD}$、$\overleftrightarrow{BC}$、$\overleftrightarrow{BD}$、$\overleftrightarrow{CD}$共六條相異直線

（2）線段：$\overline{AB}$、$\overline{AC}$、$\overline{AD}$、$\overline{BC}$、$\overline{BD}$、$\overline{CD}$共六條線段

例題 1.5-4

如圖 1.5-4，平面上共線的三個點，共可畫出幾條相異直線？幾條線段？

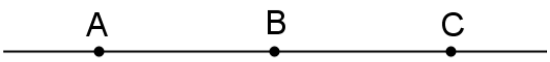


圖 1.5-4

想法：(1) 利用共線定義：共線的點都在同一直線上

(2) 相同線段其兩端點必相同，所以兩線段的端點若不相同就是相異線段

解：如圖 1.5-4，A、B、C 共線的三個點，共可決定

(1) 直線：$\overleftrightarrow{AC}$ 一條直線

(2) 線段：A、B、C 三個點，每點都可以另外兩點相連成線段，但線段兩端點各重複計算一次，故可決定$\dfrac{3\times 2}{2}=3$條線段，分別是$\overline{AB}$、$\overline{BC}$、$\overline{CA}$共三條線段。

習題 1.5

習題 1.5-1

平面上任三個點不共線的五個點，共可畫出幾條相異直線？幾條線段？

習題 1.5-2

平面上共線的四個點，共可畫出幾條相異直線？幾條線段？

1.6節　有關角的一些基本定理

定理 1.6-1　等角的餘角相等

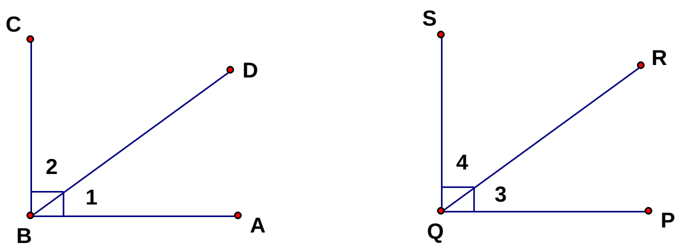


圖 1.6-1

已知：如圖 1.6-1，∠ABC＝90°，∠PQS＝90°，∠1＝∠3
求證：∠2＝∠4
想法：餘角定義
證明：

敘述	理由
(1)　∠ABC　＝∠1＋∠2＝90°	如圖 1.6-1 所示　&　已知∠ABC＝90°
(2)　∠PQS　＝∠3＋∠4＝90°	如圖 16.-1 所示　&　已知∠PQS＝90°
(3)　(∠1－∠3)＋(∠2－∠4)＝0°	由(1)－(2)
(4)　(∠3－∠3)＋(∠2－∠4)＝0° ∴∠2－∠4＝0°	將已知∠1＝∠3 代入(3)
(5)　∠2＝∠4	由(4)　等量加法公理

Q. E. D.

定理 1.6- 2　等角的補角相等

圖 1.6-2

請看圖 1.6-2， 假設∠ADC＋∠CDB＝180°，∠POQ＋∠QOR＝180°，若∠ADC＝∠POQ，則∠CDB＝∠QOR。

我們不需要在此證明這一定理了，因為這個定理的證明方法和定理 1.6-1 的證明方法完全一樣的。

定理 1.6- 3　對頂角相等

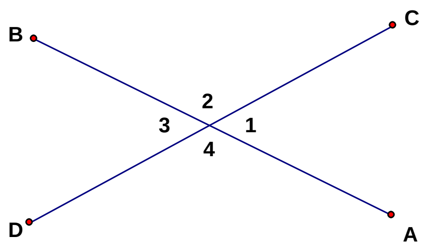


圖 1.6-3

假設：如圖 1.6-3，$\overline{AB}$與$\overline{CD}$相交，∠1 和∠3 是對頂角。
求證： ∠1＝∠3。
想法：平角為 180°
證明：

敘述	理由
(1)　∠1+∠2=180°	$\overline{AB}$為線段
(2)　∠2+∠3=180°	$\overline{CD}$為線段
(3)　∠1－∠3=0° ∴∠1＝∠3	由(1)－(2) 等量加法公理

Q. E. D.

例題 1.6-1：

圖 1.6-4 中，$\overline{AB}$與$\overline{CD}$相交，且∠1＝50°，則∠2＝_____度，∠3＝_____度，∠4＝______度。

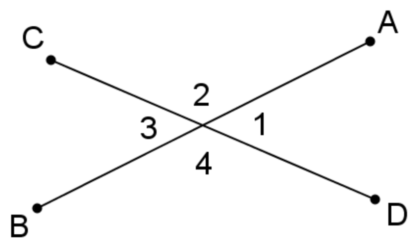


圖 1.6-4

想法：對頂角相等

解：

敘述	理由
(1) ∠3＝∠1＝50°	如圖 1.6-4，∠3 與∠1 互為對頂角 & 已知∠1＝50°
(2) ∠1＋∠2＝180°	如圖 1.6-4，∠1＋∠2 為平角 180°
(3) ∠2＝180°－∠1 ＝180°－50° ＝130°	由(2) 等量減法公理 & 已知∠1＝50°
(4) ∠4＝∠2＝130°	如圖 1.6-4，∠4 與∠2 互為對頂角 & 對頂角相等 & (3) ∠2＝130°

例題 1.6-2：

如圖 1.6-5，已知三線段相交於一點，且$\angle 3=100°$、$\angle 5=40°$，則$\angle 1$ 的度數為何？

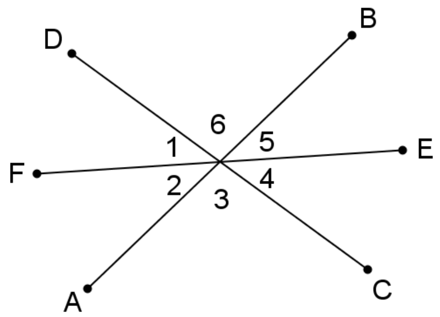


圖 1.6-5

想法：對頂角相等

解：

敘述	理由
(1) $\angle 2=\angle 5=40°$	如圖 1.6-5，$\angle 2$ 與$\angle 5$ 互為對頂角 & 已知$\angle 5=40°$
(2) $\angle 1+\angle 2+\angle 3=180°$	如圖 1.6-5，$\angle 1+\angle 2+\angle 3$ 為平角 180°
(3) $\angle 1=180°-\angle 3-\angle 2$ $=180°-100°-40°$ $=40°$	由(2) 等量減法公理 & 已知$\angle 3=100°$ & (1) $\angle 2=40°$

例題 1.6-3：

如圖 1.6-6，$\overline{AB}$、$\overline{CD}$、$\overline{EF}$交於一點 O，則∠AOC＋∠COE 會等於下列何者？

(A)∠EOB＋∠BOD　(B)∠BOD＋∠DOF
(C)∠DOF＋∠FOA　(D)∠EOB＋∠AOF

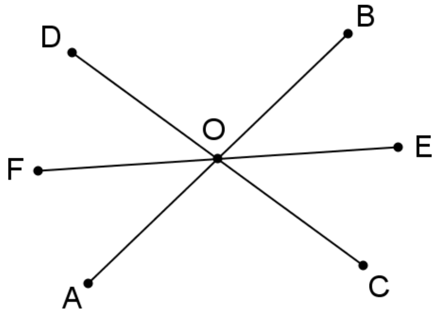


圖 1.6-6

想法：對頂角相等

解：

敘述	理由
(1) ∠AOC＝∠BOD	如圖 1.6-6，∠AOC 與∠BOD 互為對頂角
(2) ∠COE＝∠DOF	如圖 1.6-6，∠DOF 與∠COE 互為對頂角
(3) ∠AOC＋∠COE＝∠BOD＋∠DOF	由(1)＋(2)
(4) 所以答案選(B)	由(3)

例題 1.6-4：

如圖 1.6-7，兩直線交於一點，則下列敘述何者錯誤？

(A) $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 互為補角　　(B) $\angle 1 = \angle 3$

(C) $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$　　(D) $\angle 3$ 為 $\angle 4$ 的對頂角

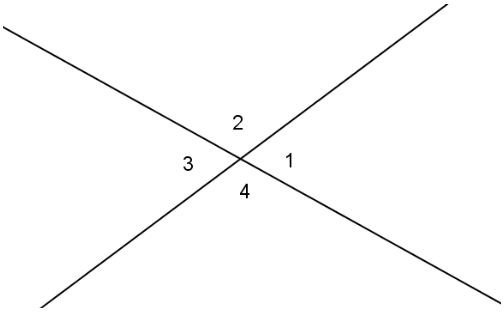


圖 1.6-7

想法：(1) 兩直線交於一點，會有兩組相等之對頂角

(2) 平角為 180°

(3) 兩角和為 180°，則兩角互為補角

解：

敘述	理由
(A) 正確	如圖 1.6-7，$\angle 1 + \angle 2$ 為平角 180° & 補角定義
(B) 正確	如圖 1.6-7，$\angle 1$ 與 $\angle 3$ 互為對頂角
(C) 正確	如圖 1.6-7，$\angle 3 + \angle 4$ 為平角 180°
(D) 錯誤	由對頂角定義，$\angle 3$ 的對頂角為 $\angle 1$，$\angle 4$ 的對頂角為 $\angle 2$
所以選項(D)是錯誤的	

例題 1.6-5：

如圖 1.6-8，$\overline{AD}$、$\overline{BE}$、$\overline{CF}$交於一點 Q，且∠BQD＝130°，∠CQE＝120°，則∠AQF＝__________度。

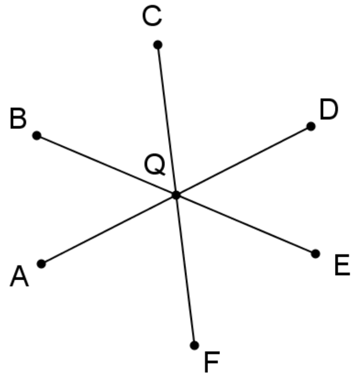


圖 1.6-8

想法：對頂角相等

解：

敘述	理由
(1) ∠CQD＋∠CQB＝∠BQD＝130°	如圖 1.6-8 所示 & 已知∠BQD＝130°
(2) ∠CQD＋∠DQE＝∠CQE＝120°	如圖 1.6-8 所示 & 已知∠CQE＝120°
(3) (∠CQD＋∠CQB)＋(∠CQD＋∠DQE)＝∠BQD＋∠CQE (∠CQD＋∠CQB＋∠DQE)＋∠CQD＝130°＋120°＝250° ∠CQD＝250°－(∠CQD＋∠CQB＋∠DQE)	由(1)＋(2) & 加法交換律 & 等量減法公理
(4) ∠CQD＋∠CQB＋∠DQE＝180°	$\overline{BE}$為一線段
(5) ∠CQD＝250°－180°＝70°	將(4)代入(3)
(6) ∠AQF＝∠CQD＝70°	由(5)＆對頂角相等

例題 1.6-6：

如圖 1.6-9，兩直線交於一點，若 $4\angle 3+3\angle 1=350°$，則 $\angle 4=$ __________ 度。

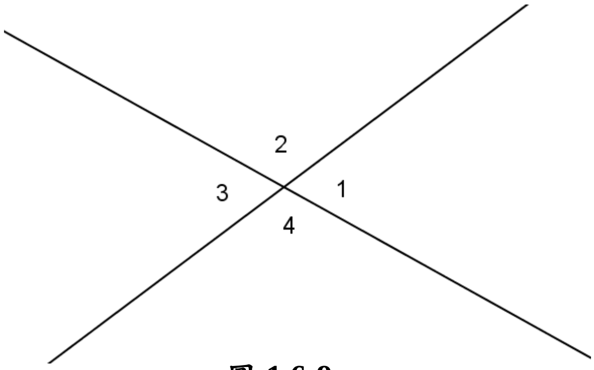


圖 1.6-9

想法：對頂角相等

解：

敘述	理由
(1) $\angle 1=\angle 3$	如圖 1.6-9，$\angle 1$ 與 $\angle 3$ 互為對頂角 & 對頂角相等
(2) $4\angle 3+3\angle 1=350°$	已知 $4\angle 3+3\angle 1=350°$
(3) $4\angle 3+3\angle 3=350°$ $7\angle 3=350°$ $\angle 3=50°$	將(1) $\angle 1=\angle 3$ 代入(2) & 解一元一次方程式
(4) $\angle 4+\angle 3=180°$	如圖 1.6-9 所示，$\angle 3+\angle 4$ 為平角 180°
(5) $\angle 4=180°-\angle 3$ $=180°-50°=130°$	由(4) 等量減法公理 & (3) $\angle 3=50°$已證

例題 1.6-7：

在圖 1.6-10 中，三線段$\overline{AB}$，$\overline{CD}$與$\overline{EF}$相交於一點 O，
試證明：∠a＋∠c＋∠e＝180°。

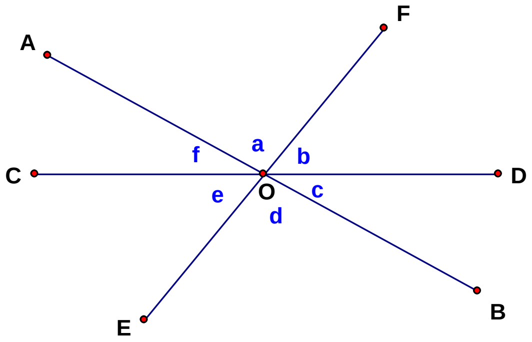


圖 1.6-10

想法：對頂角相等

證明：

敘述	理由
(1)　∠a＋∠b＋∠c＝180°	已知$\overline{AB}$為線段
(2)　∠b＝∠e	如圖 1.6-10，∠e 和∠b 是$\overline{CD}$與$\overline{EF}$所構成的對頂角
(3)　∠a＋∠c＋∠e＝180°	將(2) ∠b＝∠e 代入 (1)

例題 1.6-8：

如圖 1.6-11，已知三線段相交於一點，且$\angle 1=(x-1)°$、$\angle 2=(3x+5)°$、$\angle 3=(2x-34)°$，則 x＝______。

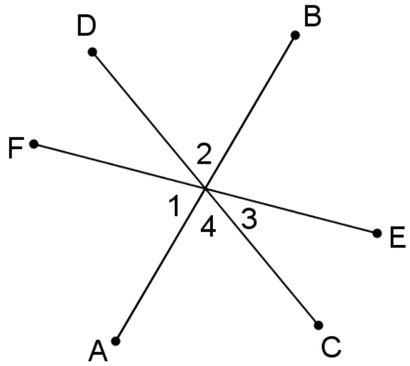


圖 1.6-11

想法：對頂角相等

解：

敘述	理由
(1) $\angle 4=\angle 2=(3x+5)°$	如圖 1.6-11，$\angle 4$ 與$\angle 2$ 互為對頂角 & 已知$\angle 2=(3x+5)°$
(2) $\angle 1+\angle 4+\angle 3=180°$	如圖 1.6-11，$\angle 1+\angle 4+\angle 3$ 為平角 180°
(3) $(x-1)°+(3x+5)°+(2x-34)°=180°$ $6x-30=180$ $6x=210$ $x=35$	將已知$\angle 1=(x-1)°$、$\angle 3=(2x-34)°$ & (1) $\angle 4=(3x+5)°$ 代入(2) & 解一元一次方程式

定理 1.6- 4　一角的平分線的延長也是其對頂角的平分線

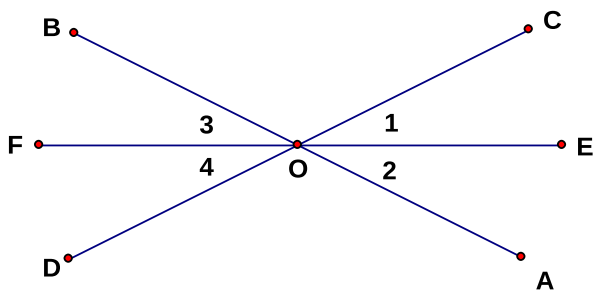


圖 1.6-12

已知： 請看圖 1.6-12，$\overline{AB}$與$\overline{CD}$相交於 O 點，$\overline{OE}$平分∠AOC，自 O 點延長 $\overline{OE}$，得$\overline{OF}$。

求證： $\overline{OF}$為∠BOD 的角平分線

想法： 若∠3＝∠4，則$\overline{OF}$為∠BOD 的角平分線

證明：

敘述	理由
(1) ∠1＝∠4 ＆ ∠2＝∠3	如圖 1.6-12 所示 ＆ 對頂角相等
(2) ∠1＝∠2	已知$\overline{OE}$為∠AOC 的平分線
(3) ∠1＝∠3	由(1) ∠2＝∠3 ＆（2）∠1＝∠2 遞移律
(4) ∠3＝∠4	由(1) ∠1＝∠4 ＆（3）∠1＝∠3 遞移律
(5) 亦即$\overline{OF}$為∠BOD 的平分線	由(4) ∠3＝∠4 ＆ 角平分線觀念

Q. E. D.

定理 1.6- 5　一角的平分線與其對頂角的平分線成一直線

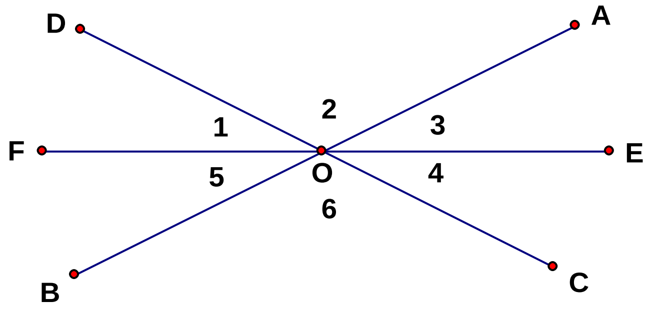


圖 1.6-13

已知： 如圖 1.6-13，$\overline{AB}$與$\overline{CD}$相交於 O 點，$\overline{OE}$為∠AOC 的角平分線，$\overline{OF}$為∠BOD 的角平分線。

求證： $\overline{EF}$成一直線。

想法： 若∠1＋∠2＋∠3＝180°，則$\overline{EF}$成一直線

證明：

敘述	理由
(1)　∠DOB＝∠AOC	如圖 1.6-13 所示，對頂角相等
(2)　$\angle 3=\angle 4=\frac{1}{2}\angle AOC$	已知$\overline{OE}$為∠AOC 的角平分線
(3)　$\angle 1=\angle 5=\frac{1}{2}\angle BOD$	已知$\overline{OF}$為∠BOD 的角平分線
(4)　$\angle 1=\angle 5=\frac{1}{2}\angle AOC$	將(1) ∠DOB＝∠AOC 代入(3)
(5)　∠1＝∠5＝∠3＝∠4	由(2) ＆ (4) 遞移律
(6)　∠1＋∠2＋∠5＝180°	如圖 1.6-13 所示，∠1＋∠5＋∠2 為平角 180°
(7)　∠1＋∠2＋∠3＝180°	將(5) ∠5＝∠3 代入(6)
(8)　亦即$\overline{EF}$為一直線	由(7)

Q. E. D.

定理 1.6- 6　如兩鄰角互為補角，則兩角的平分線互相垂直

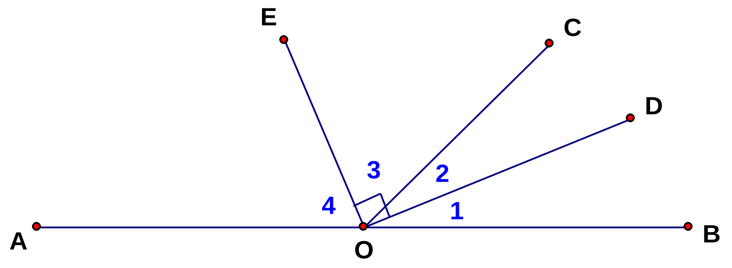


圖 1.6-14

已知： 如圖 1.6-14，∠BOC 與∠COA 相鄰且互為補角，$\overline{OE}$為∠COA 的角平分線，$\overline{OD}$為∠BOC 的角平分線。

求證：$\overline{OD}$與$\overline{OE}$互相垂直。

想法：若∠2＋∠3＝90˚，則$\overline{OD}$與$\overline{OE}$互相垂直

證明：

敘述	理由
(1)　∠BOC＋∠COA＝180°	已知∠BOC 與∠COA 相鄰且互為補角
(2)　∠1＝∠2＝$\frac{1}{2}$∠BOC	已知$\overline{OD}$為∠BOC 之平分線
(3)　∠BOC＝2∠2	由(2) 等量乘法公理
(4)　∠3＝∠4＝$\frac{1}{2}$∠AOC	已知$\overline{OE}$為∠COA 的角平分線
(5)　∠AOC＝2∠3	由(4) 等量乘法公理
(6)　2∠2＋2∠3＝180°	將(3)∠BOC＝2∠2 ＆ (5) ∠AOC＝2∠3 代入(1)
(7)　∠2＋∠3＝90°	由(6) 等量除法公理，等號兩邊同除以 2
(8)　所以$\overline{OD}$與$\overline{OE}$互相垂直	由(7)　∠2＋∠3＝90°

Q. E. D.

例題 1.6-9：

如圖 1.6-15，A、O、B 三點共線，若$\overline{OD}$為∠EOB 之角平分線，$\overline{OC}$為∠AOE 之角平分線，且∠EOC＝60°，求∠EOD＝？

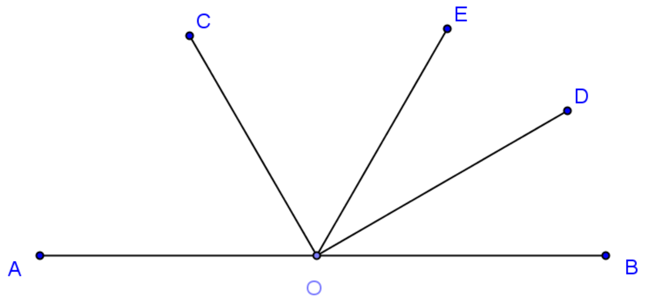


圖 1.6-15

想法：如兩鄰角互為補角，則兩角的平分線互相垂直

解：

敘述	理由
(1) ∠AOE＋∠EOB＝180°	如圖 1.6-15 所示，∠AOE＋∠EOB 為平角 180°
(2) $\overline{OD}$為∠EOB 之角平分線	已知
(3) $\overline{OC}$為∠AOE 之角平分線	已知
(4) ∠EOC＋∠EOD＝90°	由(1)＆(2)＆(3) 如兩鄰角∠AOE 與∠EOB 互為補角，則兩角的平分線$\overline{OC}$與$\overline{OD}$互相垂直
(5) ∠EOD＝90°－∠EOC ＝90°－60° ＝30°	由(4) 等量減法公理 ＆ 已知∠EOC＝60°

例題 1.6-10：

於圖 1.6-16 中，∠AOB 不為直角，$\overline{OD}$為∠AOB 之平分線，$\overline{OE}\perp\overline{OD}$，試證明：$\overline{OE}$為∠AOC 之平分線。

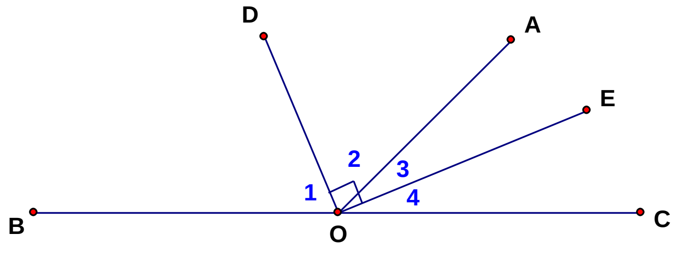


圖 1.6-16

想法：只要證明∠4＝∠3，根據角平分線觀念，即可得知$\overline{OE}$為∠AOC 之角平分線

證明：

敘述	理由
(1) ∠1＝∠2	已知$\overline{OD}$為∠AOB 之平分線
(2) ∠2＋∠3＝90°	已知$\overline{OE}\perp\overline{OD}$
(3) ∠1＋∠2＋∠3＋∠4＝180°	如圖 1.6-16 所示，B、O、C 三點共線
(4) ∠1＋90°＋∠4=180°	將(2) ∠2＋∠3＝90°代入(3)
(5) ∠1＋∠4＝90°	由(4) 等量減法公理
(6) ∠1＋∠3＝90°	將(1) ∠1＝∠2 代入(2)
(7) ∠4－∠3＝0°	由(5)－(6)
(8) ∠4＝∠3	由(7) 等量加法公理
(9) 故$\overline{OE}$為∠AOC 之角平分線	由(8) ＆ 角平分線觀念

Q. E. D.

習　題 1.6

習題 1.6-1：

圖 1.6-17 中，$\overline{AB}$與$\overline{CD}$相交，且∠1＝40°，則∠2＝_____度，∠3＝_____度，∠4＝_____度。

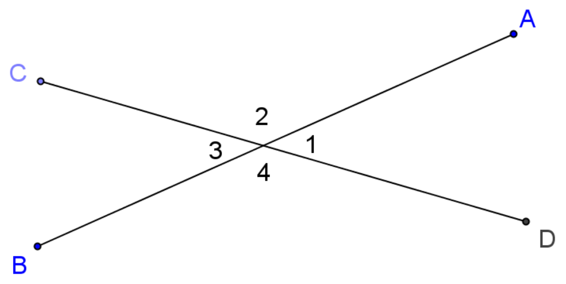


圖 1.6-17

習題 1.6-2：

如圖 1.6-18，已知三線段相交於一點，且∠3＝110°、∠5＝30°，
則∠1＝___度。

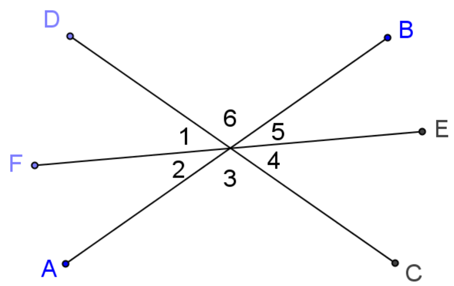


圖 1.6-18

習題 1.6-3：

如圖 1.6-19，已知三線段相交於一點，且∠1＝(x＋10)°、∠2＝(3x－10)°、∠3＝(2x－60)°，則 x＝______。

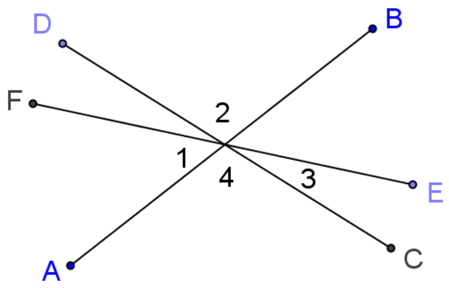


圖 1.6-19

習題 1.6-4

圖 1.6-20 中，∠DBE＝∠ABC＝90°，試證∠CBD＝∠ABE。

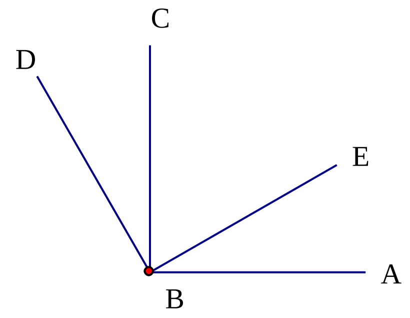


圖 1.6-20

習題 1.6-5：

如圖 1.6-21，$\overline{AD}$、$\overline{BE}$、$\overline{CF}$交於一點 Q，且∠BQD＝150°，∠CQE＝120°，則∠AQF＝__________度。

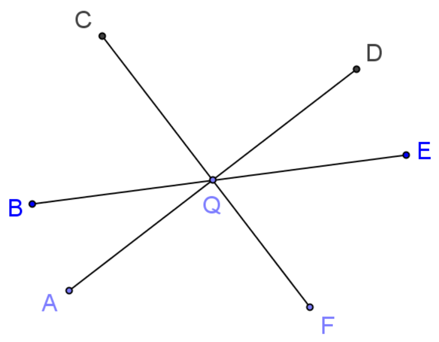


圖 1.6-21

習題 1.6-6

若兩鄰角互為餘角，試證明這兩角的平分線所成的角為 45°。

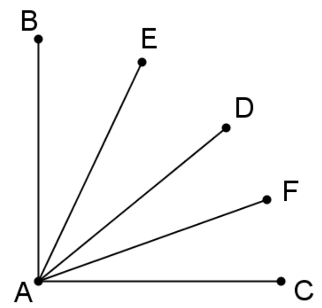


圖 1.6-22

已知：如圖 1.6-22，∠BAD 與∠DAC 互為餘角，且$\overline{AE}$、$\overline{AF}$分別為∠BAD 與∠DAC 的角平分線

求證：∠EAF＝45°

習題 1.6-7：

如圖 1.6-23，A、O、B 三點共線，若$\overline{OD}$為∠EOB 之角平分線，$\overline{OC}$為∠AOE 之角平分線，且∠EOC＝50°，求∠EOD＝？

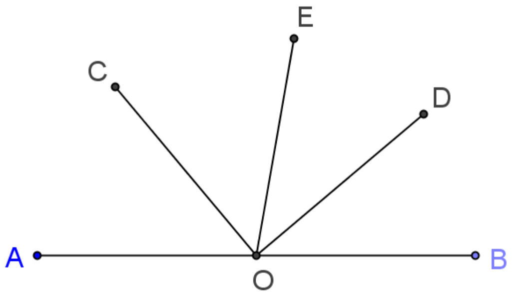


圖 1.6-23

習題 1.6-8

若兩鄰角的平分線所成的角等於直角的一半，試證明這兩角互為餘角。

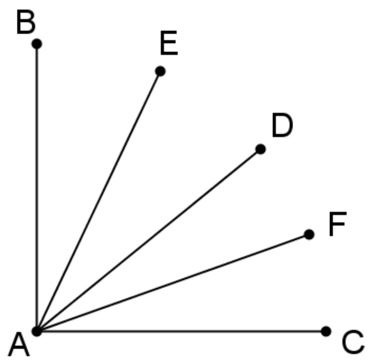


圖 1.6-24

已知： 如圖 1.6-24，∠BAD 與∠DAC 為相鄰的兩角，且$\overline{AE}$、$\overline{AF}$分別為∠BAD 與∠DAC 的角平分線，若∠EAF＝45°

求證： ∠BAD 與∠DAC 互為餘角

習題 1.6-9

圖 1.6-25 中，$\overline{EF}$為∠DEG 的角平分線，∠1＝∠3，試證∠2＝∠3。

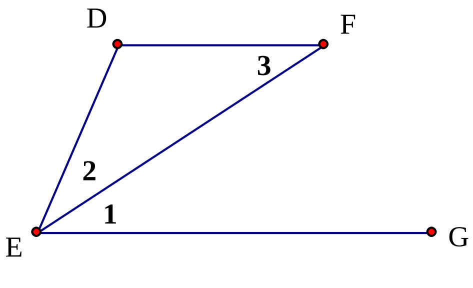


圖 1.6-25

習題 1.6-10

圖 1.6-26 中，∠HIJ＝∠KJI，$\overline{LI}$為∠HIJ 的角平分線，$\overline{LJ}$為∠KJI 的角平分線，試證∠HIL＝∠KJL。

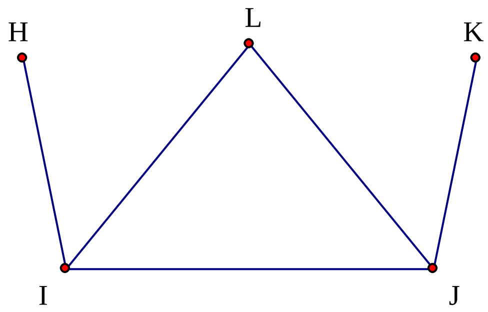


圖 1.6-26

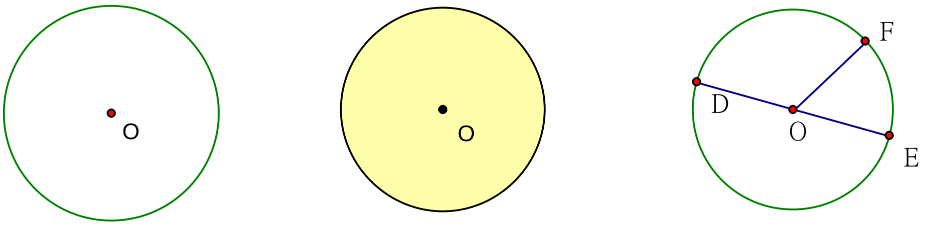
1.7節　　圓

定義 1.7 -1 圓，圓周，圓心

圓周為一封閉曲線，線上各點都與其內一點等距離，此點稱為圓心；圓周內的部份為圓。

定義 1.7 -2 半徑，直徑

圓周上任一點與圓心的距離就是此圓的半徑；通過圓心而兩端點在圓周上的線段為此圓的直徑。



(a) 圓周　　(b) 圓　　(c) 直徑 DE，半徑 OF

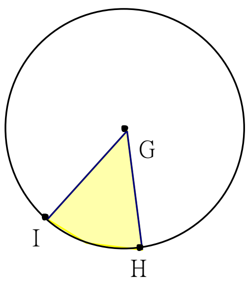
圖 1.7-1

定義 1.7-3 弧

圓周的一部份稱為弧，大於半圓周的為**優弧**，小於半圓周的為**劣弧**，通常劣弧簡稱**弧**。

定義 1.7-4 扇形

兩半徑與所夾的弧圍成的圖形，叫做扇形。



扇形

圖 1.7-2

定義 1.7-5 弦

圓周上任相異兩點的連線叫做弦。

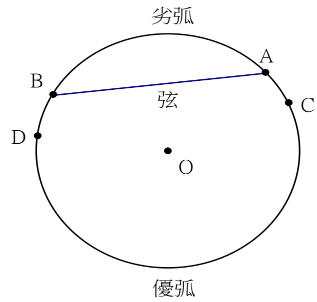


圖 1.7-3

圖 1.7-3 中，$\overline{AB}$是此圓的一弦；$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$大於半圓周為優弧，$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$小於半圓周為劣弧。

例題 1.7-1：

以代號回答下列問題：

(A) 直徑 (B) 弦 (C) 弧 (D) 半徑 (E) 劣弧 (F) 優弧

(1) 在一個圓中，圓周上任兩點連線且通過圓心的線段，稱為__________。

(2) 在一個圓中，從圓心到圓周上任何一點所連成的線段，稱為這個圓的______。

(3) 在一個圓中，一直線將圓周分成兩個__________，較大的稱為__________，較小的稱為__________。

(4) 在一個圓中，圓周上任兩點連線的線段，稱為__________。

想法：直徑、半徑、弧、優弧、劣弧、弦的定義

解：

敘述	理由
(1) 答案為(A) 直徑	直徑的定義
(2) 答案為(D) 半徑	半徑的定義
(3) 答案為(C) 弧；(F) 優弧；(E) 劣弧	弧、優弧、劣弧的定義
(4) 答案為(B) 弦	弦的定義

例題 1.7-2：

如果一圓的半徑為 9 公分，則此圓最長的弦為__________公分。

想法：直徑為最長之弦

解：

敘述	理由
(1) 圓的直徑為 18 公分	圓的半徑為 9 公分
(2) 此圓最長的弦為直徑＝18 公分	直徑的性質

例題 1.7-3：

若圓 O 的半徑是 5 公分，則下列何者不可能為圓 O 上兩點間的距離？
(A) 3 公分　(B) 5 公分　(C) 10 公分　(D) 12 公分

想法：直徑為最長之弦

解：

敘述	理由
(1) 圓的直徑為 10 公分	已知半徑為 5 公分
(2) 圓上最長的弦為直徑＝10 公分	直徑的性質
(3) 圓上任意的弦必≤10 公分	弦的性質
(4) 不可能有 12 公分的弦	12 公分＞10 公分
(5) 答案選(D) 12 公分	

例題 1.7-4：

如果一個圓的周長為 20 公分，則此圓的優弧長一定大於______公分，劣弧長一定小於__________公分。

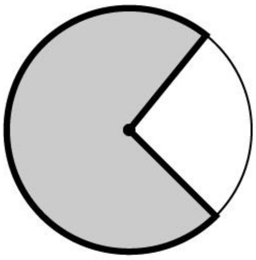
想法：大於半圓周的為優弧，小於半圓周的為劣弧

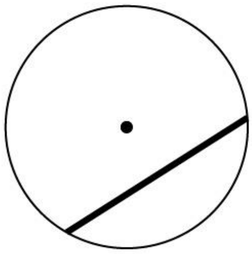
解：

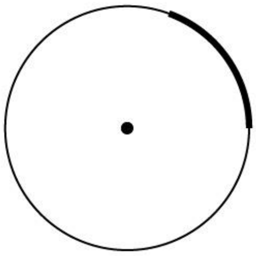
敘述	理由
(1) 半圓弧長 10 公分	已知圓的周長為 20 公分
(2) 優弧長一定大於 10 公分	由(1) ＆ 優弧長一定大於半圓弧長
(3) 劣弧長一定小於 10 公分	由(1) ＆ 劣弧長一定小於半圓弧長

例題 1.7-5：

請寫出下列各圖中，較粗的線條所成圖形的名稱：

(1) 

(2) 

(3) 

答：扇形　　答：弦　　答：弧

習　題 1.7

習題 1.7-1　圓與圓周的區別為何？

習題 1.7-2　半徑、直徑是線段還是直線？

習題 1.7-3　一個圓有多少個半徑？

習題 1.7-4　一個圓有多少個直徑？

習題 1.7-5　一個圓有多少條弦？

習題 1.7-6　一個圓的直徑為半徑的幾倍？

習題 1.7-7　什麼是圓的最大弦？

習題 1.7-8　一個圓有多少個圓心？

本章重點

1. 學習幾何的基本態度是幾何的性質必須經由證明才能確認其正確性。

2. 數學推理論證中的幾個數學常用名詞，定義、公理、定理、系。

3. 證明就由假設(已知)的條件，根據定義、公理或已經證明的定理，逐步推論到結論為止的過程。

4. 幾何的一些基本元素：點、線、面、體等。

5. 角的定義及角與角的關係。

   5.1 周角為 360°；平角為 180°；直角為 90°；0°＜銳角＜90°；
   90°＜鈍角＜180°；0°＜劣角＜180°；180°＜優角＜360°

   5.2 兩角之和為直角，則此兩角互為餘角。

   5.3 兩角之和為平角，則此兩角互為補角。

   5.4 兩角之和為周角，則此兩角互為共軛角。

   5.5 等角的餘角相等；等角的補角相等。

   5.6 對頂角相等。

6. 垂直線與平行線的定義。

7. 普通公理與幾何公理。

8. 介紹圓、扇形、弧、弦等與圓相關的名詞。

進階思考題

1. 平面上任三個點不共線的五個點，共可畫出幾條相異直線？幾條線段？

2. 平面上有相異 8 個點，若其中任三點不共線，則此 8 個點可決定幾條直線？幾條線段？

3. 平面上有相異 10 個點，若其中任三點不共線，則此 10 個點可決定幾條直線？幾條線段？

4. 平面上共線的 8 個點，共可畫出幾條相異直線？幾條線段？

5. 平面上共線的 10 個點，共可畫出幾條相異直線？幾條線段？

6. 如圖 1.1 所示，若 A、B、C 三點共線，另有一點 D，則此 4 個點共可畫出幾條相異直線？幾條線段？

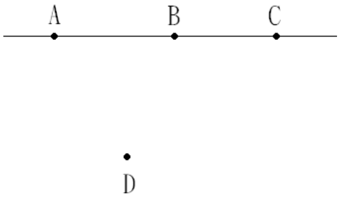


圖 1.1

7. 如圖 1.2 所示，A、B、C 三點共線，另有兩點 D、E，則此 5 個點共可畫出幾條相異直線？幾條線段？

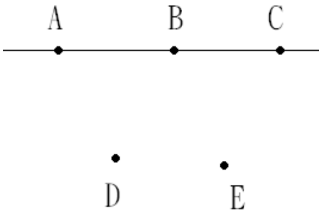


圖 1.2

8. 如圖 1.3 所示，A、B、C、D 四點共線，其餘三點 E、F、G 不共線，則此 7 個點共可畫出幾條相異直線？幾條線段？

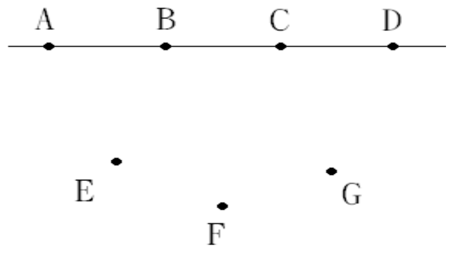


圖 1.3

9. 平面上有相異 8 個點，其中有 5 個點共線，則可決定幾條直線？可決定幾條線段？

10. 平面上有相異 10 個點，其中有 6 個點共線，則可決定幾條直線？可決定幾條線段？

11. 如圖 1.4 所示，L 與 M 為兩條相異直線，且 L 與 M 不相交，若直線 L 上有 A、B、C 三點，直線 M 上有 D、E、F 三點，則此 6 個點共可畫出幾條相異直線？幾條線段？

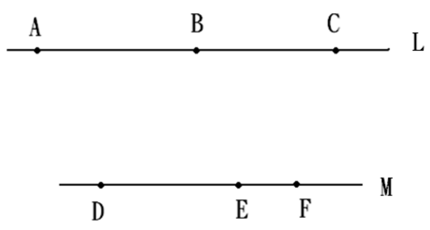


圖 1.4

12. 如圖 1.5 所示，L 與 M 為兩條相異直線，且 L 與 M 不相交，若直線 L 上有 A、B、C、D 四個點，直線 M 上有 E、F、G 三個點，則此 7 個點共可畫出幾條相異直線？幾條線段？

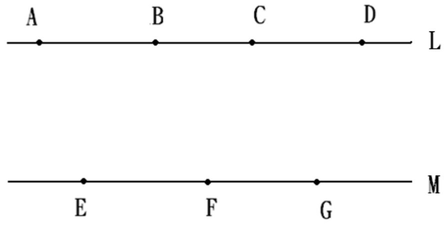


圖 1.5

13. 平面上有 L、M 兩條直線，且Ｌ與Ｍ不相交，L 線上有相異 5 點，M 線上有相異 4 點，則這些點可決定幾條直線？可決定幾條線段？

14. 平面上有 L、M 兩條直線，且Ｌ與Ｍ不相交，L 線上有相異 7 點，M 線上有相異 5 點，則這些點可決定幾條直線？可決定幾條線段？

15. Ｌ與Ｍ為兩條相異直線，且**Ｌ與Ｍ有交點**，若直線Ｌ上有Ａ、Ｂ、Ｃ三點，直線Ｍ上有Ｄ、Ｅ、Ｆ三點，則共可畫出幾條相異直線？幾條線段？

16. Ｌ與Ｍ為兩條相異直線，且**Ｌ與Ｍ有交點**，若直線Ｌ上有Ａ、Ｂ、Ｃ、Ｄ四點，直線Ｍ上有Ｅ、Ｆ、Ｇ三點，則共可畫出幾條相異直線？幾條線段？

17. Ｌ與Ｍ為兩條相異直線，且**Ｌ與Ｍ有交點**，若直線Ｌ上有相異 5 個點，直線Ｍ上有相異 4 個點，則共可畫出幾條相異直線？幾條線段？

18. Ｌ與Ｍ為兩條相異直線，且**Ｌ與Ｍ有交點**，若直線Ｌ上有相異 6 個點，直線Ｍ上有相異 5 個點，則共可畫出幾條相異直線？幾條線段？

19. 平面上有相異 10 個點，請問：
(1) 可決定幾個線段？　　(2) 最多可決定幾條相異直線？
(3) 最少可決定幾條直線？

歷年基測題目

1：如圖 1.6，量角器的最小刻度為 5 度，將量角器中心點置於四邊形 ABCD 的頂點 A，且刻度 0 度（180 度）的標線與$\overline{AB}$邊重合。以四捨五入法，用此量角器量出∠A 的近似值為何？

(A) 80 度　(B) 85 度　(C) 95 度　(D) 100 度〔93 基測 I 第 10 題〕

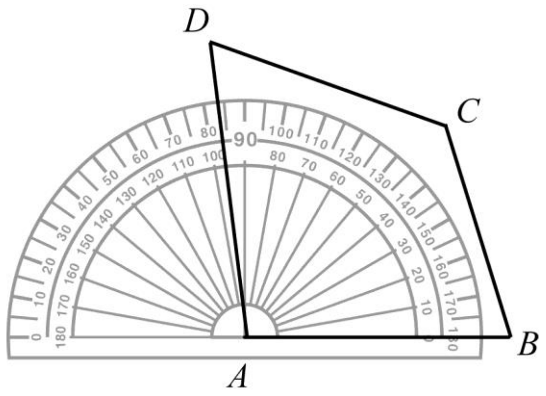


圖 1.6

解：

敘述	理由
(1) ∠A 為 95°	∠A 大於 90°，小於 100°
(2) 所以答案選**(C)** 95°	

2： 圖 1.7 是一個玩具車軌道圖，將白色車頭的玩具車自 P 點沿著箭頭方向前進，途中經由 A 點轉向 B 點，再經由 B 點轉向 Q 點。若∠BAP＝130°、∠QBA＝95°。請問此玩具車至少共要轉多少度才能抵達 Q 點？**(91 基測)**

(A) 35 **(B)** 55 **(C)** 135 **(D)** 225

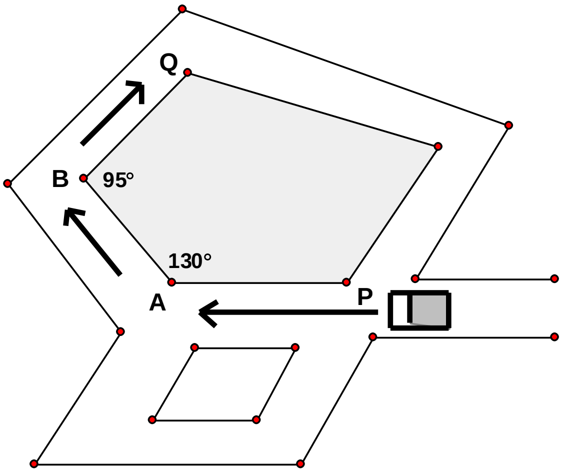


圖 1.7

解答： **(C)** 135

想法： 利用角度的加法

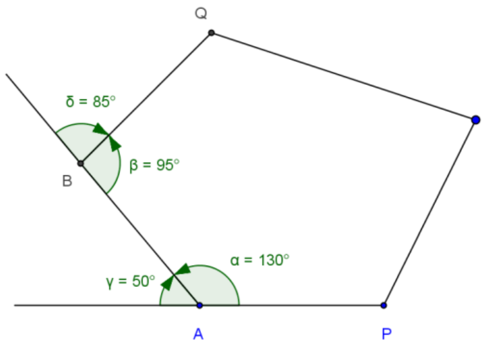


圖 1.7(a)

解答說明：

敘述	理由
(1) 車子在 A 點向右轉 180°－130°＝50°	如圖 1.7(a)所示
(2) 車子在 B 點向右轉 180°－95°＝85°	如圖 1.7(a)所示
(3) 車子共轉角度為 50°＋85°＝135°	由(1) & (2)

3：如圖 1.8，將一根木棒的一端固定在 O 點，另一端綁一物。小如將此重物拉到 A 點後放開，讓此重物由 A 點擺動至 B 點。若有一圖形為此重物移動的路徑，則此圖形應為何者？　　　　　　　　　　**〔98 基測 II 第 5 題〕**

(A)弧　　(B)拋物線　　(C)傾斜直線　　(D)水平直線

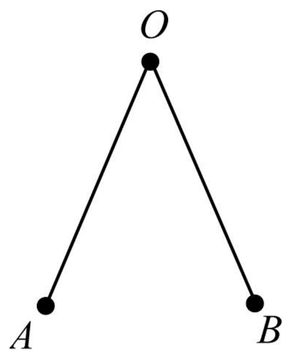
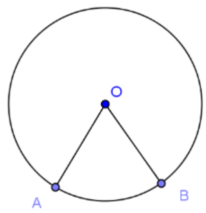


圖 1.8

解答：(A)弧

想法：圓周的一部份稱為弧

解：

敘述	理由
(1) 如圖 1.8(a)所示，以 O 為圓心，$\overline{OA}$、$\overline{OB}$為半徑可畫出一圓	 **圖 1.8(a)**
(2) $\overset{\frown}{AB}$為弧	$\overset{\frown}{AB}$為圓周的一部份稱為弧

4： 有甲、乙兩種長方形紙板各若干張，其中甲的長為 85 公分，寬為 30 公分；乙的長為 85 公分，寬為 40 公分，如圖 1.9(a)所示。今依同種紙板不相鄰的規則，將所有紙板由左至右緊密排成圖 1.9(b)的長方形 ABCD，則下列哪一個選項可能是$\overline{AD}$的長度？ (95-1)

(A) 770 公分 (B) 800 公分 (C) 810 公分 (D) 980 公分

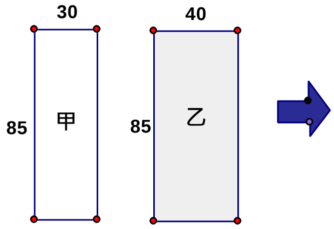


圖 1.9(a)

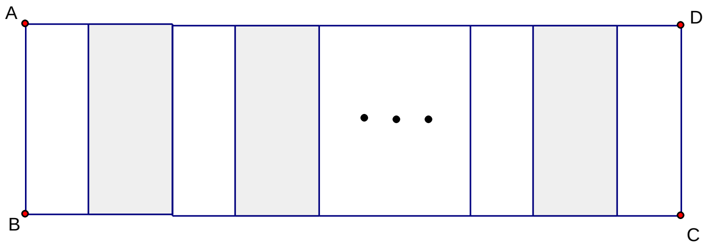


圖 1.9(b)

解答： (B) 800 公分

想法： (1) $\overline{AD}$的長度與長方形紙板的長無關

(2) 同種紙板不相鄰，所以甲乙兩種紙板要間隔

(3) 長方形 ABCD 移除最右邊的甲紙板，正好是甲乙一組，一組一組排成的長方形

(4) 甲乙一組合在一起的寬度為(30+40)=70

(5) $\overline{AD}$的長度為 70 倍數+30 = 選項值

解答說明：

敘述	理由
(A) 770 不對	770－30＝740 不是 70 的倍數
(B) 800 正確答案	800－30＝770 是 70 的倍數
(C) 810 不對	810－30＝780 不是 70 的倍數
(D) 980 不對	980－30＝950 不是 70 的倍數

5：如圖 1.10，甲是由一條直徑、一條弦及一圓弧所圍成的灰色圖形；乙是由兩條半徑與一圓弧所圍成的灰色圖形；丙是由不過圓心 O 的兩線段與一圓弧所圍成的灰色圖形。下列關於此三圖形的敘述何者正確？　**(93-1)**

(A) 只有甲是扇形　　**(B)** 只有乙是扇形
(C) 只有丙是扇形　　**(D)** 只有乙、丙是扇形

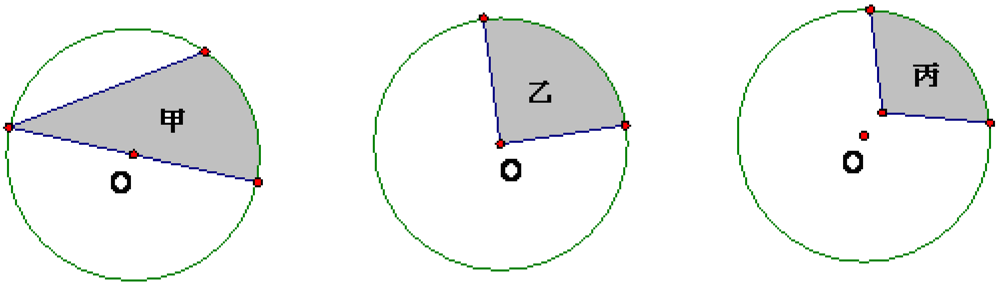


圖 1.10

解答：(B) 只有乙是扇形

想法： 扇形的定義

解答說明：

敘述	理由
(A) 甲不是扇形	不是以半徑為角的兩邊
(B) 乙是扇形	以半徑為角的兩邊
(C) 丙不是扇形	不是以半徑為角的兩邊