

# 代數第八章

## 目錄

第八章 一次函數 .....	1
學習目標 .....	1
8.1 節 變數與函數 .....	2
8.1 節 習題 .....	19
8.2 節 一次函數的圖形 .....	23
8.2 節 習題 .....	36
8.3 節 一次函數的應用 .....	39
8.3 節 習題 .....	51
第八章綜合習題 .....	54
基測與會考試題 .....	60
習題解答 .....	64

# 第八章 一次函數

在本章中，我們將開始接觸函數。函數可以想像成一部機器，將原料投入，就會有產品被製造出來。熟悉了函數以後，我們將可利用函數處理許多常見的應用問題。

## 學習目標

1. 瞭解什麼是函數。
2. 能在直角座標上畫出函數圖形。
3. 能處理簡單的函數應用題。

## 8.1 節 變數與函數

在日常生活中，我們常常可以發現幾組數字之間有對應的關係存在。例如陳先生 25 歲時體重是 75 公斤；26 歲時是 76 公斤…30 歲時體重是 94 公斤，如表 8.1-1。

年齡(歲)	25	26	27	28	29	30	31	32
體重(公斤)	75	76	80	85	89	94	94	92

表 8.1-1

從表 8.1-1 中，我們只要知道陳先生的年齡，就可以得知他的體重。但是反過來說，知道體重未必能知道年齡，例如體重是 94 公斤，年齡會有 30 歲與 31 歲兩種可能。

再看一個例子，平年時，1 月有 31 天，2 月有 28 天，3 月有 31 天…我們將月份與日數的關係列出來，如表 8.1-2。

月份	1	2	3	4	5	6	7	8
日數	31	28	31	30	31	30	31	31

表 8.1-2

從表 8.1-2 中，我們只要知道月份，就能知道日數。但是知道日數，卻不能決定一個月份，例如日數是 30，則月份有可能是 4 月或 6 月。

以上的例子，都各有兩組資料(簡稱為 A、B)，如果給定一個 A 組的資料，就能決定出 B 組的一個資料，則我們稱這樣的對應關係是**函數**。

表 8.1-1 中，體重是年齡的函數，因為知道年齡就能決定體重。但是年齡不是體重的函數，因為知道體重未必能得到年齡。

表 8.1-2 中，日數是月份的函數，因為知道月份就能決定日數。但是月份不是日數的函數，因為知道日數未必能得到月份。

在繼續介紹函數前，我們先介紹一個名詞「變數」。

一個可以任意決定或是改變的數，稱為「變數」。變數又分為自變數跟應變數。

可依不同條件給予不同的數值，稱為「自變數」。

會隨著不同的自變數而變化，稱為「應變數」。

例如某雜貨店 1 瓶礦泉水 15 元，我們可選擇買 1 瓶、2 瓶、3 瓶…等，購買的瓶數為自變數。決定了瓶數後，則總價也會跟著決定，如 1 瓶總價為 15 元、2 瓶總價為 30 元、3 瓶總價為 45 元…，此時總價為應變數，如表 8.1-3。

自變數	數量(瓶)	1	2	3	4	5	6	7
應變數	總價(元)	15	30	45	60	75	90	105

表 8.1-3

對於函數，我們還可以再舉出許多例子。例如想像成一把尺，只要給一個物品，就能量出此物品長度是幾公分。即自變數是物品，應變數是長度。

原子筆長度 → 18 公分      鉛筆長度 → 15 公分      寶特瓶高度 → 23 公分  
數學課本厚度 → 2 公分      手機長度 → 15 公分      筆記本長度 → 22 公分

用圖表示

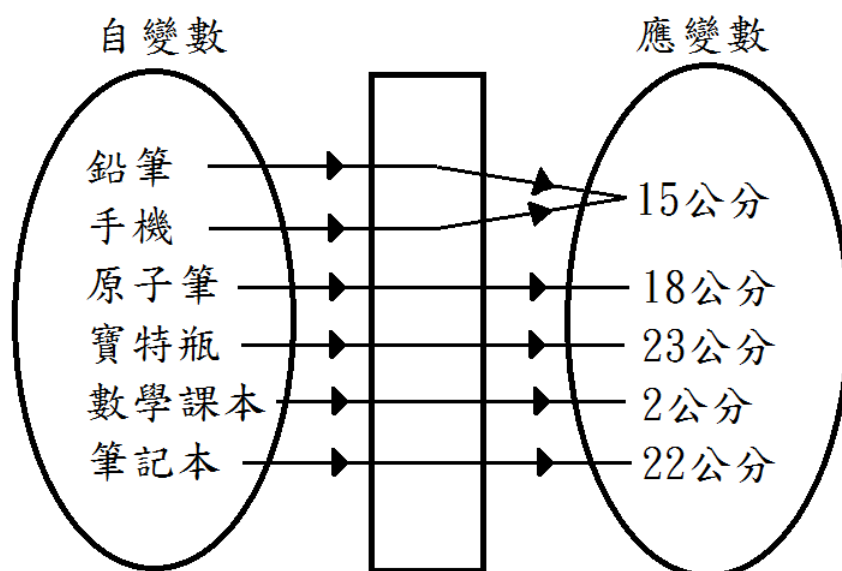


圖 8.1-1

由圖 8.1-1 可知，每個物品(自變數)經過直尺測量後，只會有一個長度(應變數)，不會有一枝鉛筆量出兩種長度的情形。另外，有可能會有兩種物品量得的長度是一樣的，如鉛筆和手機。

看完這些例子後，藉由自變數與應變數，我們可以給函數一個更明確的定義：

對於給定的一個  $x$  值，經過某一對應方式後得到「唯一」的  $y$  值，這種對應方式我們稱為**函數**，其中  $x$  是自變數， $y$  是應變數。

而在表 8.1-3 中，每個自變數都對應到一個不同的應變數，可稱為**一對一函數**。

圖 8.1-1 中，有多個自變數對應到同一個應變數，可稱為**多對一函數**。

當然，若是一對多的情形，根據定義，就不是函數了。

### 例題 8.1-1

八年一班的某次數學段考，其座號與分數如表 8.1-4：

座號	1	2	3	4	5	6	7	8
分數	100	95	80	95	90	80	85	75

表 8.1-4

試回答下列問題。

- (1) 座號 1 的同學多少分？座號 4 的同學多少分？
- (2) 分數為 95 分的同學是幾號？
- (3) 分數對應到座號的方式是否為函數？座號對應到分數的方式是否為函數？

詳解：

(1) 由表可知，座號 1 的同學為 100 分；座號 4 的同學為 95 分。

(2) 由表可知，95 分的同學有 2 號與 4 號。

(3) 給定任一  $x$  後，必須對應到「唯一」的  $y$ ，這種對應方式稱為函數

分數對應到座號的方式不是函數，因為當分數為 95 時，座號會對應到 2 與 4，無法對應到唯一一個座號。

座號對應到分數的方式是函數，因為每個座號都可對應到唯一一個分數。

### 【練習】8.1-1

小王的身高和年齡關係如表 8.1-5，請問身高對應到年齡的方式是否為函數？年齡對應到身高的方式是否為函數？

身高(公分)	159	166	169	170	171	171	172	172
年齡(歲)	13	14	15	16	17	18	19	20

表 8.1-5

### 例題 8.1-2

某長方形，已知其寬為 5 公分，長為  $x$  公分，面積為  $y$  平方公分，試回答下列問題。

- (1) 列出  $x$ 、 $y$  的關係式。
- (2)  $x$  對應到  $y$  的方式是否為函數？

詳解：

- (1) 長方形面積等於長乘以寬。列式： $y=5x$
- (2) 因為  $x$ 、 $y$  的關係式為  $y=5x$ ，即給定一個  $x$ ，就能決定一個  $y$  值，因此  $x$  對應到  $y$  的方式是函數。

### 【練習】8.1-2

某三角形，已知其底為 4 公分，高為  $x$  公分，面積為  $y$  平方公分，試回答下列問題。

- (1) 列出  $x$ 、 $y$  的關係式。
- (2)  $x$  對應到  $y$  的方式是否為函數？

### 例題 8.1-3

便利商店 1 盒豆漿賣 20 元，若買  $x$  盒，總價為  $y$  元，試回答下列問題。

- (1) 列出  $x$ 、 $y$  的關係式。
- (2)  $x$  對應到  $y$  的方式是否為函數？

詳解：

- (1) 單價 20 元，總價等於盒數乘以單價。列式： $y=20x$
- (2) 因為  $x$ 、 $y$  的關係式為  $y=20x$ ，即給定一個  $x$ ，就能決定一個  $y$  值，因此  $x$  對應到  $y$  的方式是函數。

### 【練習】8.1-3

水果店 1 斤西瓜賣 30 元，若買  $x$  斤，總價為  $y$  元，試回答下列問題。

(1) 列出  $x$ 、 $y$  的關係式。

(2)  $x$  對應到  $y$  的方式是否為函數？

接下來讓我們更深入地討論函數。

習慣上我們會使用  $f$ 、 $g$  等字母來表示函數，連結自變數  $x$  及應變數  $y$ ，例如  $y = f(x)$  或  $y = g(x)$ 。以例題 8.1-3 為例，自變數  $x$  為盒數，應變數  $y$  為總價(元)。以函數  $f$  來表示，則可列出  $f(1) = 20$ 、 $f(2) = 40$ 、 $f(3) = 60 \cdots$  等。由關係式  $y = 20x$ ，我們也可以寫出  $f(x) = 20x$ 。

當  $x = a$  時，其對應值  $f(a)$  稱為函數  $f$  在  $x = a$  的**函數值**。

### 例題 8.1-4

已知一個正整數與其正因數的個數是函數關係。 $x$  表示正整數， $f(x)$  表示  $x$  的正因數個數，如 4 的正因數有 1、2、4，共 3 個，得  $f(4) = 3$ 。試求  $f(5)$ 、 $f(6)$ 、 $f(9)$ 、 $f(17)$  之值。

詳解：

5 的正因數有 1、5，共 2 個，得  $f(5) = 2$

6 的正因數有 1、2、3、6，共 4 個，得  $f(6) = 4$

9 的正因數有 1、3、9，共 3 個，得  $f(9) = 3$

17 的正因數有 1、17，共 2 個，得  $f(17) = 2$



### 【練習】8.1-4

某旅館住宿 1 天需 900 元。我們以  $x$  表示住宿天數， $f(x)$  表示總價，如住宿 2 天需要  $900 \times 2 = 1800$  元，得  $f(2) = 1800$ 。試求  $f(3)$ 、 $f(4)$ 、 $f(6)$  之值。

函數也可以跟之前學過的代數式結合。例如 1 盒餅乾 30 元，我們以  $x$  表示盒數， $f(x)$  表示總價，我們可以寫出餅乾總價的函數為  $f(x) = 30x$ ，以此計算  $f(3)$ 、 $f(4)$ 、 $f(6)$  之值。

$$f(3) = 30 \times 3 = 90 \quad f(4) = 30 \times 4 = 120 \quad f(6) = 30 \times 6 = 180$$

### 例題 8.1-5

已知  $f(x) = 3x + 2$ ，試求  $f(1)$ 、 $f(2)$ 、 $f(5)$ 、 $f(10)$ 、 $f(50)$  之值。

詳解：

$$f(1) = 3 \times (1) + 2 = 5$$

$$f(2) = 3 \times (2) + 2 = 8$$

$$f(5) = 3 \times (5) + 2 = 17$$

$$f(10) = 3 \times (10) + 2 = 32$$

$$f(50) = 3 \times (50) + 2 = 152$$

### 【練習】8.1-5

已知  $f(x) = 4x - 1$ ，試求  $f(1)$ 、 $f(2)$ 、 $f(8)$ 、 $f(20)$ 、 $f(50)$  之值。

### 例題 8.1-6

已知  $f(x)=2x+6$ ，若在  $x=a$  時函數值為 0，試求  $a$  之值。

詳解：

$$\text{依題意 } f(a)=2 \times (a)+6=0$$

$$2a+6=0$$

$$a=-3$$

### 【練習】8.1-6

已知  $f(x)=3x+3$ ，若在  $x=a$  時函數值為 0，試求  $a$  之值。

### 例題 8.1-7

已知  $f(x)=ax+b$ ，若  $f(1)=5$ ， $f(2)=7$ ，試求  $f(x)$ 。

詳解：

$$\text{依題意 } f(x)=ax+b \text{、} f(1)=a+b=5 \text{、} f(2)=2a+b=7$$

$$\text{寫成聯立方程式 } \begin{cases} a+b=5 \text{ .....(1)} \\ 2a+b=7 \text{ .....(2)} \end{cases}$$

$$(2)-(1) \text{ 得 } a=2 \text{，代入(1)得 } b=3$$

$$\text{得 } f(x)=2x+3$$

$$\text{驗算：} f(1)=2 \times 1+3=5 \text{、} f(2)=2 \times 2+3=7$$

### 【練習】8.1-7

已知  $f(x)=ax+b$ ，若  $f(1)=-4$ ， $f(2)=-1$ ，試求  $f(x)$ 。

## 函數變數的代換

若有一個函數  $f(x) = x + 3$ ，我們已經知道當變數  $x = a$  時，函數值  $f(a) = a + 3$ 。

當變數  $x = a + 1$  時， $f(a + 1) = (a + 1) + 3 = a + 4$

我們也可以再將  $a$  換成  $x$ ，得到  $f(x + 1) = (x + 1) + 3 = x + 4$

同樣的方法可以得到， $f(x - 1) = (x - 1) + 3 = x + 2$

### 例題 8.1-8

已知  $f(x) = 3x - 1$ ，試求：

(1)  $f(y)$

(2)  $f(a)$

(3)  $f(y + 1)$

(4)  $f(a - 1)$

詳解：

(1)  $f(y) = 3(y) - 1 = 3y - 1$

(2)  $f(a) = 3(a) - 1 = 3a - 1$

(3)  $f(y + 1) = 3(y + 1) - 1 = 3y + 3 - 1 = 3y + 2$

(4)  $f(a - 1) = 3(a - 1) - 1 = 3a - 3 - 1 = 3a - 4$

### 【練習】8.1-8

已知  $f(x) = -x + 6$ ，試求：

(1)  $f(b)$

(2)  $f(z)$

(3)  $f(b + 1)$

(4)  $f(z - 2)$

### 例題 8.1-9

已知  $f(x) = 2x + 1$ ，試求：

(1)  $f(x+1)$

(2)  $f(x-1)$

(3)  $f(2x)$

(4)  $f(2x+1)$

詳解：

(1)  $f(x+1) = 2(x+1) + 1 = 2x + 2 + 1 = 2x + 3$

(2)  $f(x-1) = 2(x-1) + 1 = 2x - 2 + 1 = 2x - 1$

(3)  $f(2x) = 2(2x) + 1 = 4x + 1$

(4)  $f(2x+1) = 2(2x+1) + 1 = 4x + 2 + 1 = 4x + 3$

### 【練習】8.1-9

已知  $f(x) = 3x - 2$ ，試求：

(1)  $f(x+1)$

(2)  $f(x-1)$

(3)  $f(2x)$

(4)  $f(2x+1)$

## 合成函數

熟悉了一個函數之後，接下來介紹由兩個函數合起來的**合成函數**。

我們先回顧前面看過的範例，用尺量物品的長度是幾公分。

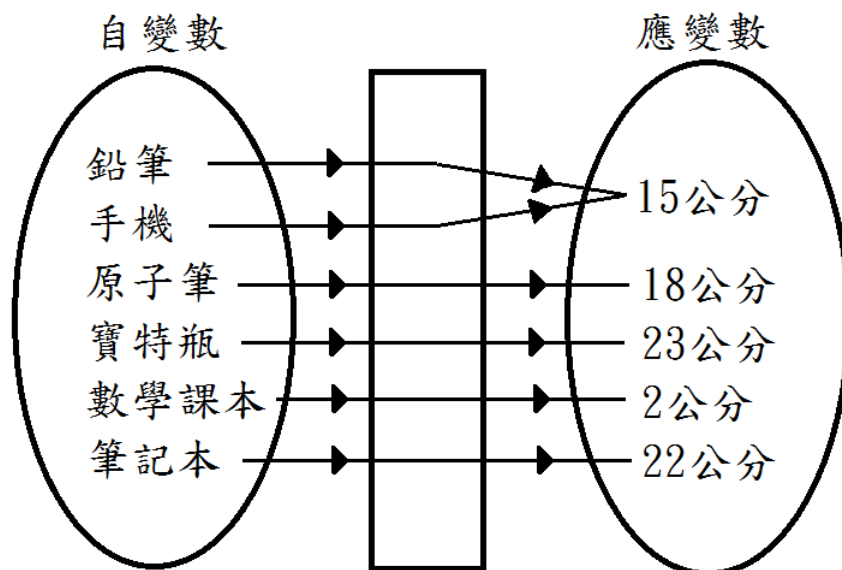


圖 8.1-1

如果今天我們想知道鉛筆長度是幾公釐，則需要將量出來的 15 公分再轉換為 150 公釐，用圖表示：

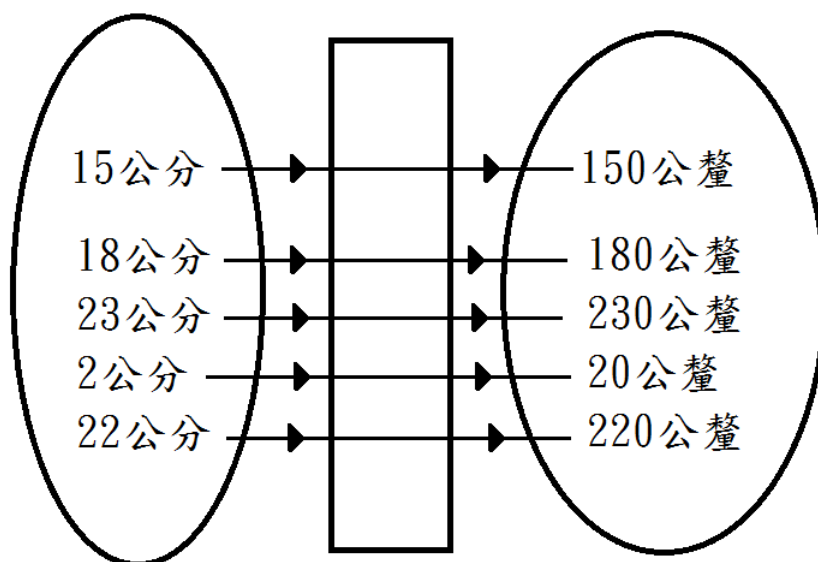


圖 8.1-2

這裡可以想成有兩個函數，第一個函數將物品轉換為長度(公分)，第二個函數將長度(公分)轉換為長度(公釐)。

當然，我們也可以將兩張圖畫在一起：

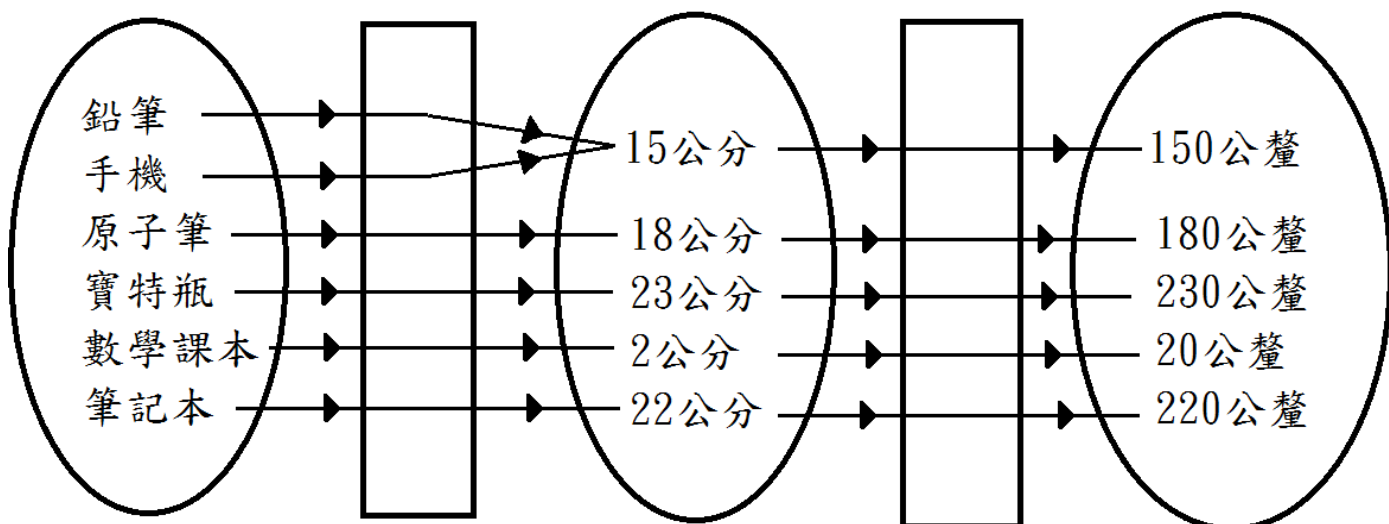


圖 8.1-3

從圖 8.1-3 中，可以清楚地看到，物品轉換為公分，再轉換為公釐的過程。

這時可能也會有同學想，能不能一開始就拿刻度為公釐的尺來量，如此就不需要經過兩次轉換，如圖 8.1-4

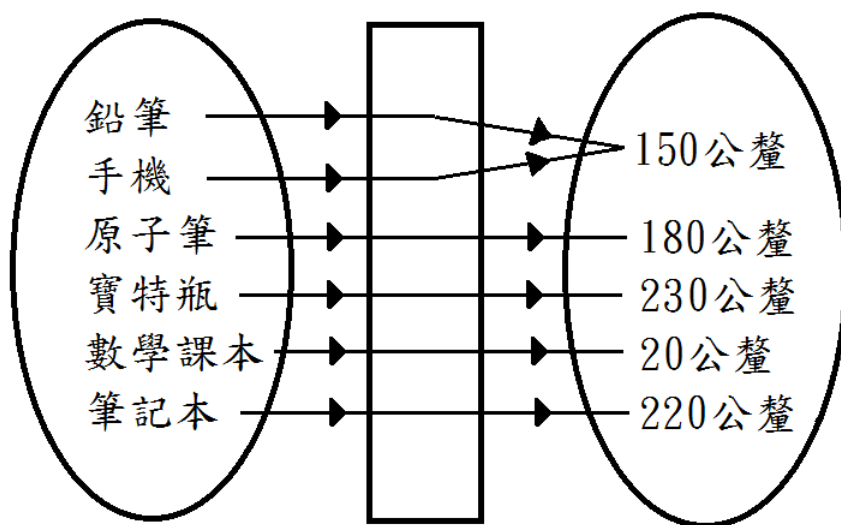


圖 8.1-4

拿刻度為公釐的尺來量，相當於將兩個函數合併為一個函數。像這樣將兩個函數，合成為一個函數，就是**合成函數**的概念。

我們從代數式來看合成函數：

有兩個函數  $f(x) = 3x$  與  $g(x) = 2x + 1$ ，我們想知道  $x = 2$  代入  $f(x)$  所得到的函數值，再代入  $g(x)$  會有什麼結果。

首先將  $x = 2$  代入  $f(x)$ ，得  $f(2) = 6$ ，再將  $x = 6$  代入  $g(x)$ ，得到  $g(6) = 13$ 。

這樣的過程，相當於求  $g(f(2))$  的值。

我們也可以將兩函數合起來寫成合成函數  $g(f(x))$ ，亦可用  $g \circ f(x)$  表示：

$$\begin{aligned}g(f(x)) &= g(3x) \\ &= 2(3x) + 1 \\ &= 6x + 1\end{aligned}$$

我們可以直接從  $g(f(x))$  找出  $g(f(2))$  的值，即  $g(f(2)) = 6 \times (2) + 1 = 13$ 。

既然可以找出  $g(f(x))$ ，那麼當然也能找出  $f(g(x))$ ，要注意的是， $g(f(x))$  與  $f(g(x))$  未必是相同的。

$$\begin{aligned}f(g(x)) &= f(2x + 1) \\ &= 3(2x + 1) \\ &= 6x + 3\end{aligned}$$

### 例題 8.1-10

已知  $f(x) = 3x - 1$ ， $g(x) = 7x$ ，試回答下列問題。

- (1) 若  $f(2) = a$ ，則  $a$  之值為何？
- (2) 承(1)， $g(a) = ?$
- (3)  $g(f(x)) = ?$
- (4) 利用(3)的結果，求  $g(f(2))$  之值。

詳解：

- (1)  $a = f(2) = 3 \times (2) - 1 = 6 - 1 = 5$ ， $a = 5$
- (2)  $g(a) = g(5) = 7 \times (5) = 35$
- (3)  $g(f(x)) = g(3x - 1) = 7(3x - 1) = 21x - 7$
- (4)  $g(f(2)) = 21 \times 2 - 7 = 35$

### 【練習】8.1-10

已知  $f(x) = 3x$ ， $g(x) = 4x - 3$ ，試回答下列問題。

- (1) 若  $f(2) = a$ ，則  $a$  之值為何？
- (2) 承(1)， $g(a) = ?$
- (3)  $g(f(x)) = ?$
- (4) 利用(3)的結果，求  $g(f(2))$  之值。



### 例題 8.1-11

已知  $f(x) = 2x + 5$ ， $g(x) = x - 3$ 。試求：

(1)  $g(f(x))$

(2)  $f(g(x))$

詳解：

$$\begin{aligned} (1) \quad g(f(x)) &= g(2x+5) \\ &= (2x+5)-3 \\ &= 2x+2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad f(g(x)) &= f(x-3) \\ &= 2(x-3)+5 \\ &= 2x-6+5 \\ &= 2x-1 \end{aligned}$$

### 【練習】8.1-11

已知  $f(x) = 4x - 1$ ， $g(x) = x + 2$ 。試求：

(1)  $g(f(x))$

(2)  $f(g(x))$

### 例題 8.1-12

已知  $f(x) = 2x + 4$ ， $g(x) = 3x + 8$ 。試求：

(1)  $g(f(x))$

(2)  $f(g(x))$

詳解：

$$\begin{aligned} (1) \quad g(f(x)) &= g(2x+4) \\ &= 3(2x+4)+8 \\ &= 6x+20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad f(g(x)) &= f(3x+8) \\ &= 2(3x+8)+4 \\ &= 6x+20 \end{aligned}$$

**【練習】8.1-12**

已知  $f(x) = 2x + 1$ ， $g(x) = x + 1$  試求：

(1)  $g(f(x))$

(2)  $f(g(x))$

**例題 8.1-13**

設  $f(x) = 4x + a$ ， $g(x) = 5x + 2$ ，若  $g(f(x)) = f(g(x))$ ，試求  $a$  之值。

詳解：

$$f(x) = 4x + a, \quad g(x) = 5x + 2$$

$$g(f(x)) = g(4x + a)$$

$$= 5(4x + a) + 2$$

$$= 20x + 5a + 2$$

$$f(g(x)) = f(5x + 2)$$

$$= 4(5x + 2) + a$$

$$= 20x + 8 + a$$

$$g(f(x)) = f(g(x))$$

$$20x + 5a + 2 = 20x + 8 + a$$

$$5a + 2 = 8 + a$$

$$5a - a = 8 - 2$$

$$4a = 6$$

$$a = \frac{3}{2}$$

同學可以自行驗算，在  $a = \frac{3}{2}$  時， $g(f(x)) = f(g(x)) = 20x + \frac{19}{2}$

**【練習】8.1-13**

設  $f(x) = 5x + 1$ ， $g(x) = 2x + a$ ，若  $g(f(x)) = f(g(x))$ ，試求  $a$  之值。

**例題 8.1-14**

設  $f(x) = 3x + 1$ ，試求  $f(f(2))$  之值。

**詳解：**

作法一：先求出  $f(2)$ ，再代入  $f(x)$ 。

$$f(2) = 3 \times (2) + 1 = 7$$

$$f(f(2)) = f(7) = 3 \times (7) + 1 = 22$$

$$\text{得 } f(f(2)) = 22$$

作法二：找出  $f(f(x))$ ，再將  $x = 2$  代入。

$$f(f(x)) = f(3x + 1) = 3(3x + 1) + 1 = 9x + 4$$

$$f(f(2)) = 9 \times (2) + 4 = 22$$

$$\text{得 } f(f(2)) = 22$$

**【練習】8.1-14**

設  $f(x) = 2x - 6$ ，試求  $f(f(3))$  之值。

## 8.1 節 習題

### 習題 8.1-1

平年時，月份與日數的關係如下表：

月份	1	2	3	4	5	6	7	8
日數	31	28	31	30	31	30	31	31

試回答下列問題。

- (1) 4 月份有幾天？8 月份有幾天？
- (2) 日數 28 天的是幾月？
- (3) 月份是否為日數的函數？日數是否為月份的函數？

### 習題 8.1-2

某正方形，已知其邊長為  $x$  公分，周長為  $y$  公分，試回答下列問題。

- (1) 列出  $x$ 、 $y$  的關係式。
- (2)  $x$  對應到  $y$  的方式是否為函數？

### 習題 8.1-3

便利商店 1 瓶果汁賣 35 元，若買  $x$  瓶，總價為  $y$  元，試回答下列問題。

- (1) 列出  $x$ 、 $y$  的關係式。
- (2)  $x$  對應到  $y$  的方式是否為函數？

### 習題 8.1-4

已知 1 瓶果汁賣 35 元，若  $x$  表示購買瓶數， $f(x)$  表示為總價。如買 1 瓶時，總價  $f(1)=35$ ；買 2 瓶時，總價  $f(2)=70$ 。試求  $f(3)$ 、 $f(4)$  之值。

### 習題 8.1-5

已知  $f(x)=5x+3$ ，試求  $f(1)$ 、 $f(4)$ 、 $f(5)$ 、 $f(10)$ 、 $f(100)$  之值。

### 習題 8.1-6

已知  $f(x)=-x-1$ ，若在  $x=a$  時函數值為 0，試求  $a$  之值。

### 習題 8.1-7

已知  $f(x)=ax+b$ ，若  $f(2)=3$ ， $f(0)=-1$ ，試求  $f(x)$ 。

### 習題 8.1-8

已知  $f(x)=x-5$ ，試求：

(1)  $f(x+1)$

(2)  $f(2x)$

(3)  $f(x-6)$

(4)  $f(2x-1)$

### 習題 8.1-9

已知  $f(x) = 5x - 1$ ， $g(x) = 2x$ ，試回答下列問題。

(1) 若  $f(3) = a$ ，則  $a$  之值為何？

(2) 承(1)， $g(a) = ?$

(3)  $g(f(x)) = ?$

(4) 利用(3)的結果，求  $g(f(3))$  之值。

### 習題 8.1-10

已知  $f(x) = 3x + 2$ ， $g(x) = 2x + 3$ 。試求：

(1)  $g(f(x))$

(2)  $f(g(x))$

### 習題 8.1-11

已知  $f(x) = x - 4$ ， $g(x) = 2x - 1$ 。試求：

(1)  $g(f(x))$

(2)  $f(g(x))$

**習題 8.1-12**

設  $f(x) = 3x + a$ ， $g(x) = 4x + 1$ ，若  $g(f(x)) = f(g(x))$ ，試求  $a$  之值。

**習題 8.1-13**

設  $f(x) = 4x - 1$ ，試求  $f(f(4))$  之值。

## 8.2 節 一次函數的圖形

前一節我們認識了什麼是函數，本節中我們要進一步把函數圖形描繪在直角座標上。

對於一個函數  $f$ ，令  $y = f(x)$ ，將  $x$  的值與其對應的  $y$  值寫成數對  $(x, y)$ ，並描繪在直角座標上，就是函數  $f$  的圖形。

例如 8.1 節中我們看過月份對應到日數的函數

自變數 $x$	月份	1	2	3	4	5	6	7	8
應變數 $y$	日數	31	28	31	30	31	30	31	31

表 8.2-1

由月份 1 對應到日數 31，我們可以寫成  $f(1) = 31$ ，即數對為  $(1, 31)$ 。同樣地，也可以寫出接下來的數對為  $(2, 28)$ 、 $(3, 31)$ 、 $(4, 30)$ ...等。

我們來將這些數對畫在直角座標平面上：

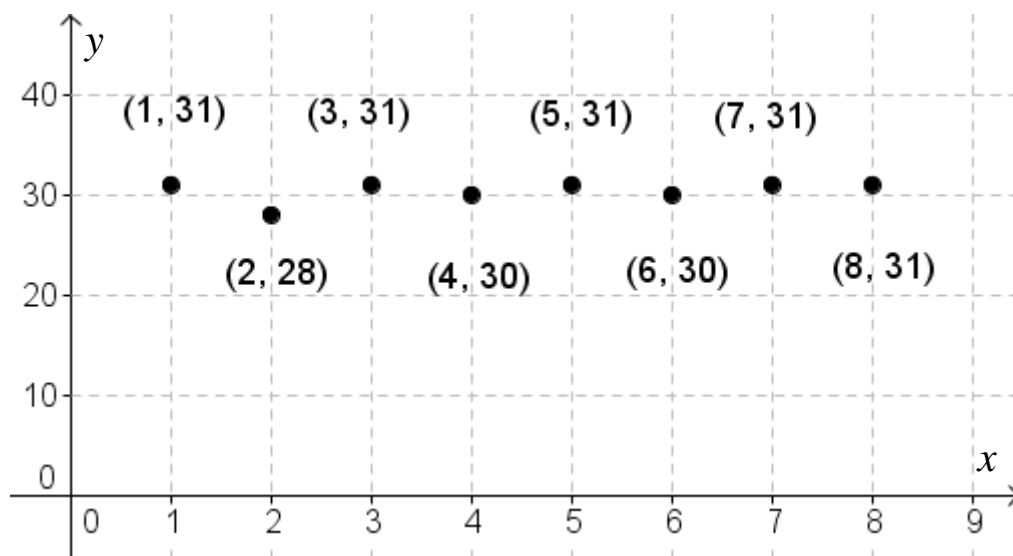


圖 8.2-1



除了在直角座標上描出點以外，我們也可以畫出如  $f(x) = 3x + 1$  用代數式表示的函數。我們來畫畫看  $f(x) = 3x + 1$  的圖形。以前曾學過， $y = 3x + 1$  在直角座標上的圖形是一條直線。可想而知，若我們令變數為  $x$  座標，函數值為  $y$  座標，即  $y = f(x) = 3x + 1$ ，則此函數圖形也會是一條直線。因此我們只要取兩點做直線，就能得到  $f(x) = 3x + 1$  的圖形。由  $f(0) = 1$ 、 $f(1) = 4$ ，我們取  $(0, 1)$ 、 $(1, 4)$  兩點，並連線，如圖 8.2-2。

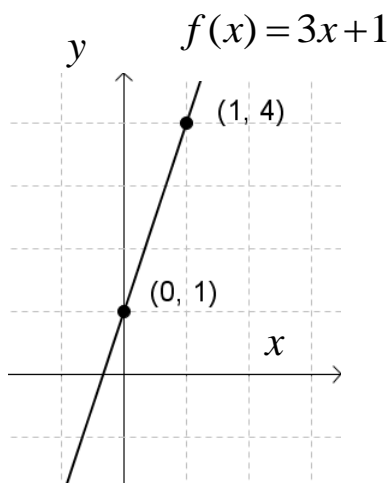


圖 8.2-2

對於函數  $f(x)$ ，若畫出來為直線圖形，可以通稱為**線型函數**。

**線型函數**的形式為  $f(x) = ax + b$ ，又可分為**一次函數**與**常數函數**。

**一次函數**：即變數  $x$  最高次數為 1，且  $x$  項係數不為 0。

形式為  $f(x) = ax + b$ 、 $a \neq 0$ ，畫出來的圖形為斜直線。

**常數函數**：即沒有變數  $x$ ，只有常數。不論變數為何，函數值都不會改變。

形式為  $f(x) = b$ ，畫出來的圖形為水平線。

※ 垂直線圖形因為一個  $x$  會對應到無數個  $y$ ，因此  $x$  對應到  $y$  的方式不是函數。

本節我們介紹的重點會放在一次函數

### 例題 8.2-1

$$\begin{array}{lll} \text{(A)} f(x) = 2x & \text{(B)} f(x) = 3x - 2 & \text{(C)} f(x) = \frac{2}{3} \\ \text{(D)} f(x) = x^2 + 3x & \text{(E)} f(x) = \frac{1}{x} & \text{(F)} f(x) = -7 \end{array}$$

以代號回答下列問題：

(1) 一次函數有哪些？(2) 常數函數有哪些？(3) 線型函數有哪些？

**詳解：**

我們來判斷各代號是什麼樣的函數：

(A)  $f(x) = 2x$ ， $x$  的最高次數為 1，是一次函數，也是線型函數。

(B)  $f(x) = 3x - 2$ ， $x$  的最高次數為 1，是一次函數，也是線型函數。

(C)  $f(x) = \frac{2}{3}$ ，沒有  $x$  項，即  $x$  次數為 0，是常數函數，也是線型函數。

(D)  $f(x) = x^2 + 3x$ ， $x$  的最高次數為 2，非線型函數。

(E)  $f(x) = \frac{1}{x}$ ，線型函數的形式為  $f(x) = ax + b$ ， $\frac{1}{x}$  的變數  $x$  在分母，所以不是線型函數。

(F)  $f(x) = -7$ ，沒有  $x$  項，即  $x$  次數為 0，是常數函數，也是線型函數。

根據以上判斷可回答：

(1) 一次函數有 (A)、(B)。

(2) 常數函數有 (C)、(F)。

(3) 線型函數有 (A)、(B)、(C)、(F)。

### 例題 8.2-2

在直角座標上畫出  $y = f(x) = x$  的圖形。

詳解：

$f(x) = x$  為一次函數，因此只要找出兩點並連線就能得到圖形。

由  $f(0) = 0$ 、 $f(1) = 1$ ，可得兩點  $(0, 0)$ 、 $(1, 1)$ 。

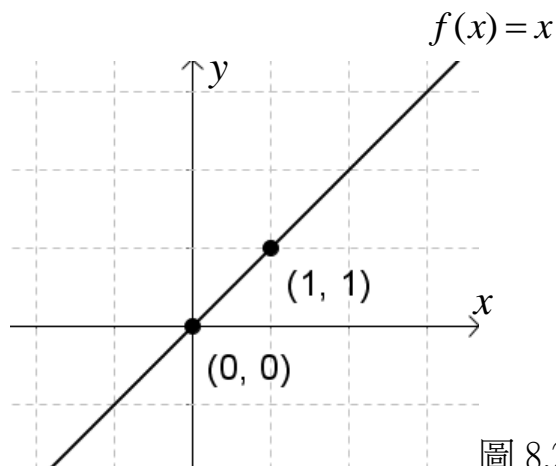
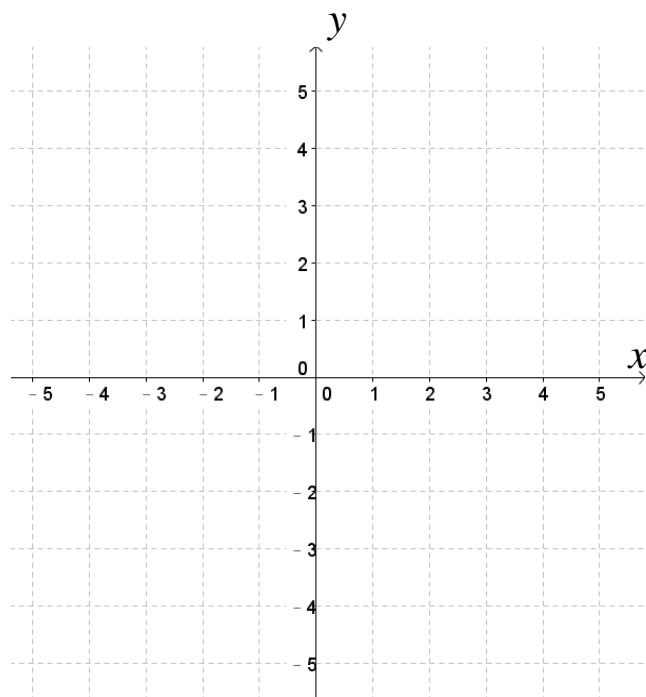


圖 8.2-3

### 【練習】8.2-2

在直角座標上畫出  $y = f(x) = -2x$  的圖形。



### 例題 8.2-3

在直角座標上畫出  $y = f(x) = -3x + 2$  的圖形。

詳解：

$f(x) = -3x + 2$  為一次函數，因此只要找出兩點並連線就能得到圖形。

由  $f(0) = 2$ 、 $f(1) = -1$ ，可得兩點  $(0, 2)$ 、 $(1, -1)$ 。

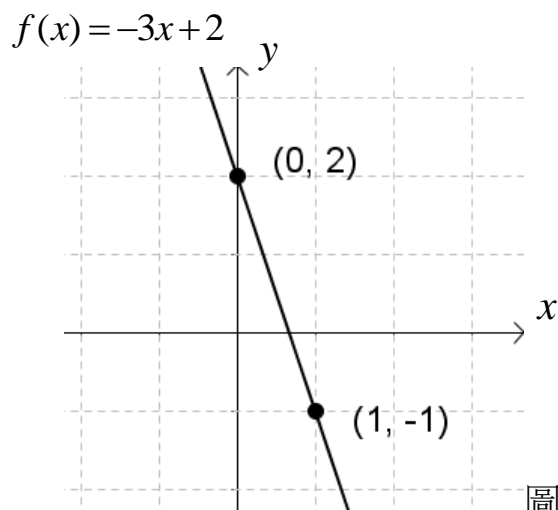
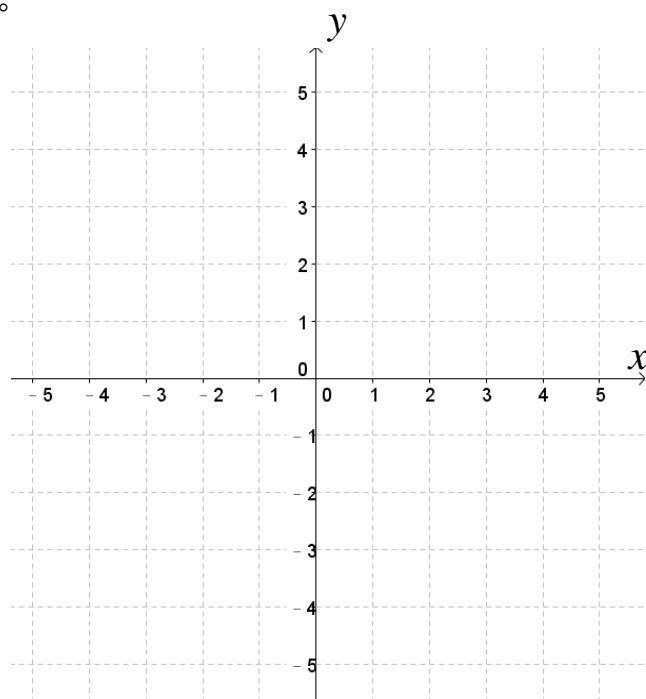


圖 8.2-4

### 【練習】8.2-3

在直角座標上畫出  $y = f(x) = 6x - 7$  的圖形。



### 例題 8.2-4

在直角座標上畫出  $y = f(x) = \frac{3x+1}{2}$  的圖形。

詳解：

$f(x) = \frac{3x+1}{2}$  為一次函數，因此只要找出兩點並連線就能得到圖形。

由  $f(1) = 2$ 、 $f(-1) = -1$ ，可得兩點  $(1, 2)$ 、 $(-1, -1)$ 。

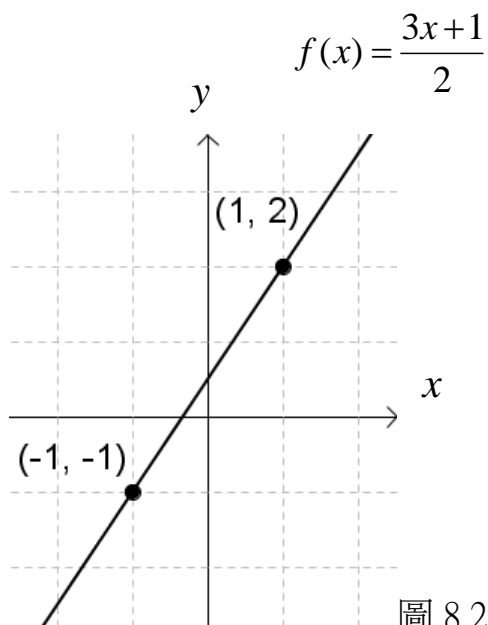
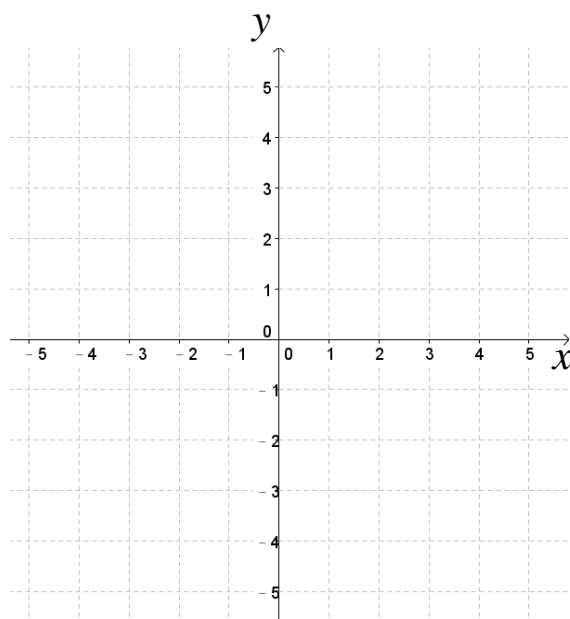


圖 8.2-5

### 【練習】8.2-4

在直角座標上畫出  $y = f(x) = \frac{-x+3}{3}$  的圖形。



### 例題 8.2-5

圖 8.2-6 為一次函數  $y = f(x) = ax + 4$  的圖形。

試求  $a$ 、 $b$  之值。

詳解：

由圖 8.2-6 可知， $(-1, 2)$  在此函數圖形上，

即  $f(-1) = 2$ ，代入  $f(x) = ax + 4$

$a \times (-1) + 4 = 2$ ，解得  $a = 2$

得此函數為  $f(x) = 2x + 4$

$(-3, b)$  在函數圖形上，

即  $f(-3) = b$ ，代入  $f(x) = 2x + 4$

$2 \times (-3) + 4 = b$ ，解得  $b = -2$

$a = 2$ 、 $b = -2$

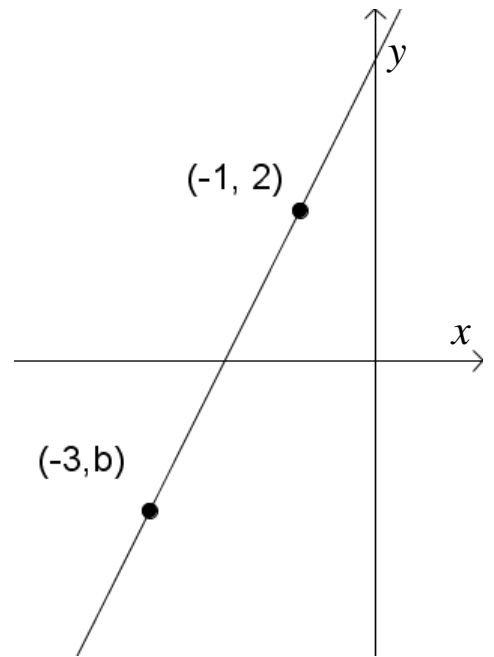


圖 8.2-6

### 【練習】8.2-5

圖 8.2-7 為一次函數  $y = f(x) = ax - 3$  的圖形。

試求  $a$ 、 $b$  之值。

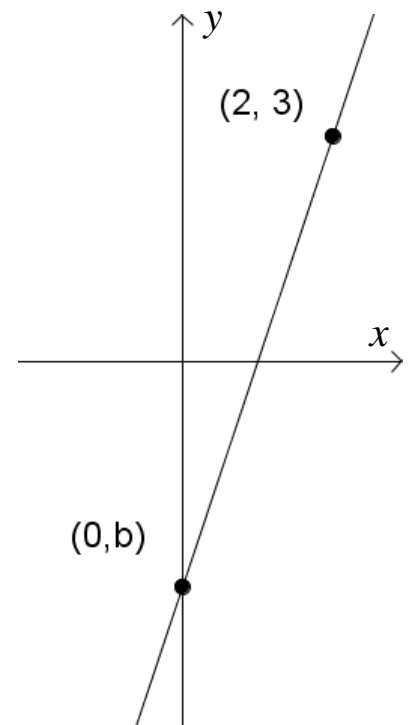


圖 8.2-7

### 例題 8.2-6

已知一次函數  $f(x) = 7x + m - 4$  的圖形通過原點，試求  $m$  之值。

詳解：

一次函數的圖形通過原點，表示  $x=0$  時，函數值為 0，即  $f(0) = 0$ 。

$$f(0) = 7 \times 0 + m - 4 = m - 4 = 0$$

$$\text{得 } m = 4$$

### 【練習】8.2-6

已知一次函數  $f(x) = -\frac{1}{3}x - m - 2$  的圖形通過原點，試求  $m$  之值。

### 例題 8.2-7

已知  $f(x)$  為一次函數，且  $f(2) = 8$ 、 $f(-1) = -1$ ，試求  $f(x)$ 。

詳解：

因為  $f(x)$  是一次函數，我們可以設  $f(x) = ax + b$ ， $a \neq 0$ 。

$$\text{由 } f(2) = 8, \text{ 可得 } a \times 2 + b = 8$$

$$2a + b = 8$$

$$\text{由 } f(-1) = -1, \text{ 可得 } a \times (-1) + b = -1$$

$$-a + b = -1$$

寫成聯立方程式

$$\begin{cases} 2a + b = 8 & \dots\dots(1) \\ -a + b = -1 & \dots\dots(2) \end{cases}$$

$$\text{由 (1) - (2) 得 } 3a = 9, a = 3$$

$$\text{將 } a = 3 \text{ 代入 (1) 得 } b = 2$$

$$\text{即一次函數 } f(x) = 3x + 2$$

驗算： $f(x)=3x+2$ ，我們算算看  $f(2)$  與  $f(-1)$  之值。

$$f(2)=3\times 2+2=6+2=8$$

$$f(-1)=3\times(-1)+2=(-3)+2=-1$$

與題目條件相同，可驗證答案正確。

### 【練習】8.2-7

已知  $f(x)$  為一次函數，且  $f(3)=21$ 、 $f(-2)=-19$ ，試求  $f(x)$ 。

### 例題 8.2-8

已知  $f(x)$  為常數函數，且  $f(99)=3$ ，試求

(1)  $f(x)=?$

(2)  $f(100)+f(101)=?$

詳解：

因為  $f(x)$  是常數函數，我們可以設  $f(x)=b$ 。

(1) 由  $f(99)=3$ ，可得  $b=3$ ，即  $f(x)=3$

(2)  $f(100)+f(101)=3+3=6$

※常數函數不論  $x$  為多少，函數值都不會改變。

### 【練習】8.2-8

已知  $f(x)$  為常數函數，且  $f(-199)=-2$ ，試求

(1)  $f(x)=?$

(2)  $f(-99)-f(99)=?$



### 例題 8.2-9

已知  $f(x)$  為線型函數，在座標平面上，其圖形  $y=f(x)$  通過  $(1,2)$ 、 $(-1,6)$  兩點，試求此函數圖形與兩軸所圍成的三角形面積。

詳解：

因為  $f(x)$  是線型函數，我們可以設  $f(x)=ax+b$

由圖形通過  $(1,2)$ ，可得  $a \times 1 + b = 2$

$$a+b=2$$

由圖形通過  $(-1,6)$ ，可得  $a \times (-1) + b = 6$

$$-a+b=6$$

寫成聯立方程式

$$\begin{cases} a+b=2 & \dots\dots(1) \\ -a+b=6 & \dots\dots(2) \end{cases}$$

由  $(1)-(2)$  得  $2a=-4$ ， $a=-2$

將  $a=-2$  代入  $(1)$  得  $b=4$

即此線型函數為  $f(x)=-2x+4$

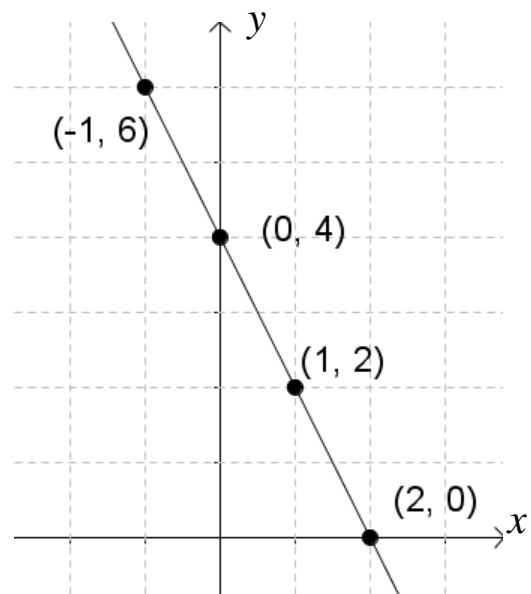


圖 8.2-8

$f(x)$  與  $x$  軸交點：代入  $y=f(x)=0$

$$-2x+4=0$$

$x=2$ ，即交點為  $(2,0)$

$f(x)$  與  $y$  軸交點：代入  $x=0$

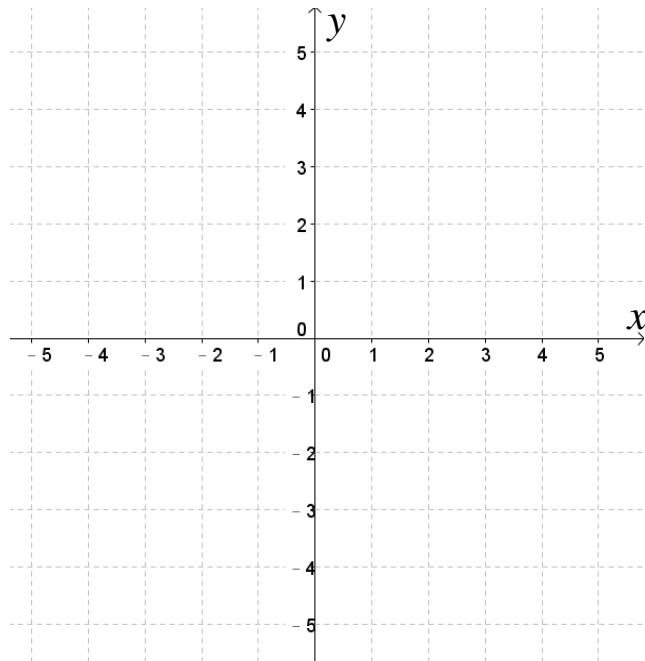
$$y=f(0)=(-2) \times 0 + 4 = 4$$

$y=4$ ，即交點為  $(0,4)$

由圖 8.2-11 可知，函數圖形與兩軸所圍成的三角形，可視為兩股長為 2、4 的直角三角形，因此面積為  $2 \times 4 \div 2 = 4$  (平方單位)

【練習】8.2-9

已知  $f(x)$  為線型函數，在座標平面上，其圖形  $y=f(x)$  通過  $(2,-2)$ 、 $(-4,1)$  兩點，試求此函數圖形與兩軸所圍成的三角形面積。



在前一節中，我們學習了已知  $f(x)$ ，求  $f(x+1)$  與  $f(x-1)$ 。

如例題 8.1-8，已知  $f(x) = 2x+1$ 、求得  $f(x+1) = 2x+3$ 、 $f(x-1) = 2x-1$

令  $g(x) = 2x+3$ 、 $h(x) = 2x-1$

我們將  $y = f(x)$ 、 $y = g(x)$ 、 $y = h(x)$  這三個函數圖形畫出來，看看他們之間的關係。

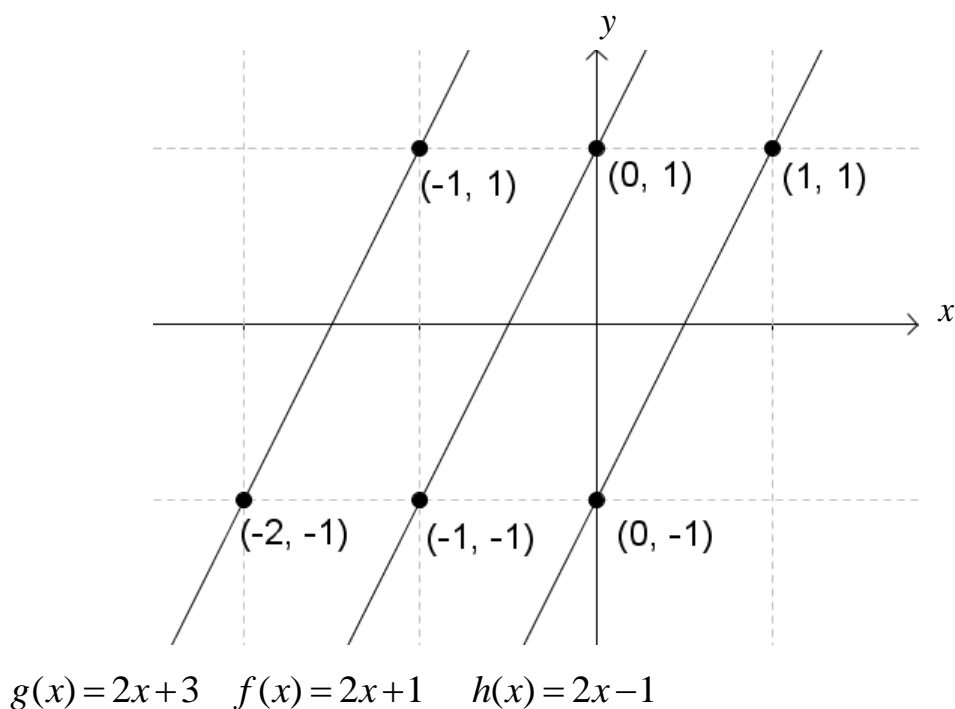


圖 8.2-9

由圖 8.2-9 可知， $g(x) = f(x+1)$  的圖形相當於  $f(x)$  的圖形往左移動 1 單位； $h(x) = f(x-1)$  的圖形相當於  $f(x)$  的圖形往右移動 1 單位。

同樣地，若有  $g'(x) = f(x+5)$ ，我們也可以推得  $g'(x)$  的圖形是  $f(x)$  的圖形往左移動 5 單位； $h'(x) = f(x-4)$  的圖形是  $f(x)$  的圖形往右移動 4 單位

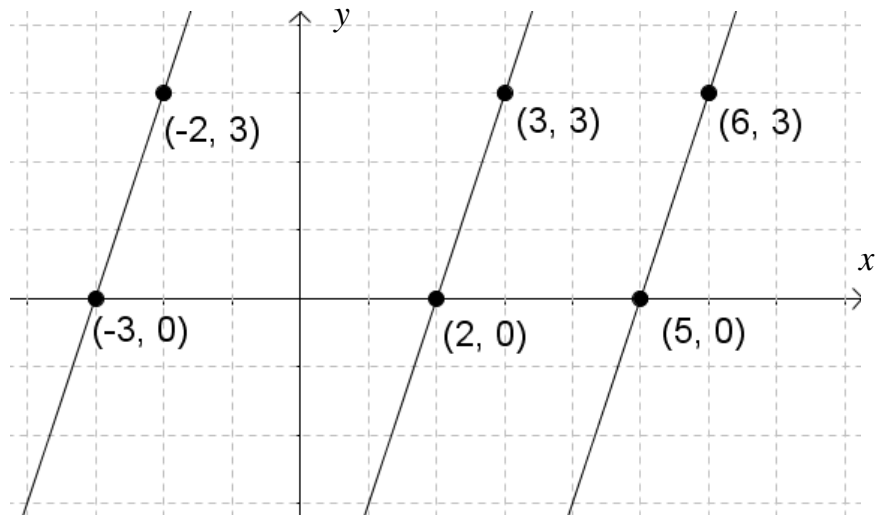
### 例題 8.2-10

已知  $f(x) = 3x - 6$ ， $g(x) = f(x + 5)$ ， $h(x) = f(x - 3)$ ，試求  $g(x)$ 、 $h(x)$  並在直角座標平面上畫出  $y = f(x)$ 、 $y = g(x)$ 、 $y = h(x)$  的圖形。

詳解：

$$(1) g(x) = f(x + 5) = 3(x + 5) - 6 = 3x + 9$$

$$(2) h(x) = f(x - 3) = 3(x - 3) - 6 = 3x - 15$$

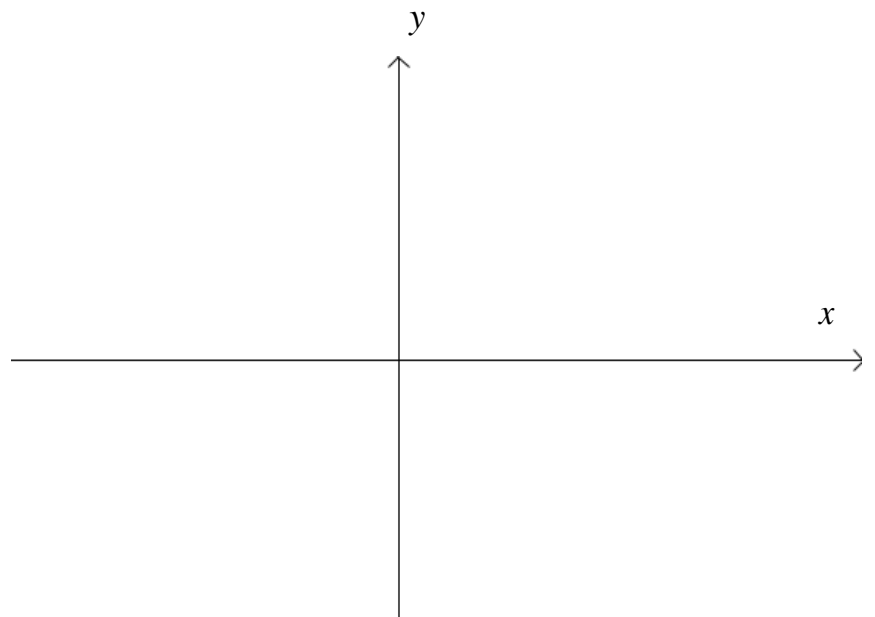


$$y = g(x) = 3x + 9 \quad y = f(x) = 3x - 6 \quad y = h(x) = 3x - 15$$

圖 8.2-10

### 【練習】8.2-10

已知  $f(x) = 4x + 8$ ， $g(x) = f(x + 3)$ ， $h(x) = f(x - 4)$ ，試求  $g(x)$ 、 $h(x)$  並畫出圖形。



## 8.2 節 習題

### 習題 8.2-1

$$(A) f(x) = \frac{1}{3}x \quad (B) f(x) = -x+1 \quad (C) f(x) = 4$$
$$(D) f(x) = x^2 - x \quad (E) f(x) = \frac{1}{2x} \quad (F) f(x) = -5$$

以代號回答下列問題：

(1) 一次函數有哪些？(2) 常數函數有哪些？(3) 線型函數有哪些？

### 習題 8.2-2

在直角座標上畫出  $y = f(x) = 3x$  的圖形。

### 習題 8.2-3

在直角座標上畫出  $y = f(x) = x+2$  的圖形。

### 習題 8.2-4

在直角座標上畫出  $y = f(x) = \frac{x+1}{4}$  的圖形。

### 習題 8.2-5

圖 8.2-11 為一次函數  $y = f(x) = ax - 5$  的圖形。試求  $a$ 、 $b$  之值。

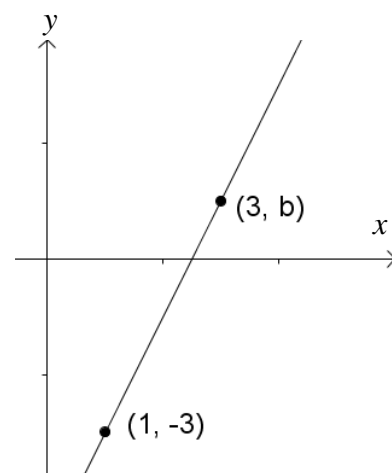


圖 8.2-11

### 習題 8.2-6

已知一次函數  $f(x) = -x + 2m - 3$  的圖形通過原點，試求  $m$  之值。

### 習題 8.2-7

已知  $f(x)$  為一次函數，且  $f(1) = 1$ 、 $f(3) = 13$ ，試求  $f(x)$ 。

### 習題 8.2-8

已知  $f(x)$  為常數函數，且  $f(101) = 5$ ，試求

(1)  $f(x) = ?$

(2)  $f(99) + f(100) = ?$

### 習題 8.2-9

已知  $f(x)$  為線型函數，在座標平面上，其圖形  $y=f(x)$  通過  $(1, 8)$ 、 $(-1, 4)$  兩點，試求此函數圖形與兩軸所圍成的三角形面積。

### 習題 8.2-10

已知  $f(x) = x - 2$ ， $g(x) = f(x - 2)$ ， $h(x) = f(x + 3)$ ，試求  $g(x)$ 、 $h(x)$  並在直角座標平面上畫出  $y=f(x)$ 、 $y=g(x)$ 、 $y=h(x)$  的圖形。

## 8.3 節 一次函數的應用

瞭解了一次函數的基本觀念後，本節我們會學習函數相關的應用問題。

### 例題 8.3-1

小明將一些橘子裝在 1 個盤子中秤重。圖 8.3-1 為橘子數量與總重量(含盤重)的關係圖。試求盤子的重量與 1 顆橘子的重量。

詳解：

由圖 8.3-1 得圖形為一直線，我們可將橘子數量與總重量的關係看成線型函數。

設橘子數量為自變數，總重量為應變數。

函數為  $f(x) = ax + b$

由圖 8.3-1 可知，橘子 3 顆時，總重量為 770 公克。橘子 5 顆時，總重量為 1150 公克。

即  $f(3) = 770 = 3a + b$ 、 $f(5) = 1150 = 5a + b$

寫成聯立方程式  $\begin{cases} 3a + b = 770 \dots\dots(1) \\ 5a + b = 1150 \dots\dots(2) \end{cases}$

(2)-(1) 得  $2a = 380$ ， $a = 190$ 。將  $a = 190$  代入 (1) 得  $b = 200$ 。

即函數為  $f(x) = 190x + 200$

0 顆橘子時的總重量即為盤重， $f(0) = 190 \times 0 + 200 = 200$ ，得盤重為 200 公克。

1 顆橘子時的總重量減去盤重即為 1 顆橘子的重量，

$f(1) - 200 = 190 \times 1 + 200 - 200 = 190$ ，得 1 顆橘子重量為 190 公克。

答：盤重為 200 公克；1 顆橘子重量為 190 公克。

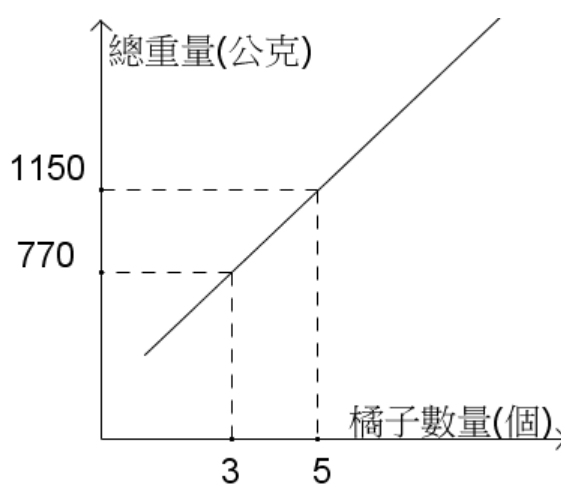


圖 8.3-1



### 例題 8.3-2

小文現有存款 500 元，之後每天存 60 元。設存款日數為  $x$  日，存款總金額為  $y$ 。  
 $y$  是  $x$  的函數，試回答下列問題：

(1) 以  $f(x)$  表示此函數。

(2) 若小文想買一個定價 12980 元的遊樂器主機，請問存幾日後可以購買？

詳解：

(1) 以  $f(x)$  表示此函數。我們先找出存款日數與總金額的關係。

存 1 天時，存款總金額是  $60 \times 1 + 500 = 560$  (元)

存 2 天時，存款總金額是  $60 \times 2 + 500 = 620$  (元)

存 3 天時，存款總金額是  $60 \times 3 + 500 = 680$  (元)

存 4 天時，存款總金額是  $60 \times 4 + 500 = 740$  (元)

因此可以推得，存  $x$  天時，存款總金額是  $60 \times x + 500 = 60x + 500$  (元)

即函數  $f(x) = 60x + 500$

(2) 小文想買一個定價 12980 元的遊樂器主機，請問存幾日後可以購買？

設存  $a$  日後可以購買，可以購買即存款總金額大於或等於 12980 元。

$$f(a) = 60a + 500 \geq 12980$$

$$60a + 500 \geq 12980$$

$$60a \geq 12980 - 500$$

$$60a \geq 12480$$

$$a \geq \frac{12480}{60}$$

$$a \geq 208$$

存 208 日後，小文可以購買此遊樂器主機。

### 例題 8.3-3

某家電信公司的通話費計算方式如下：網內通話前 3 分鐘免費，若超過 3 分鐘，則每分鐘計費 4.5 元，通話時間與費用關係如圖 8.3-2，試回答下列問題：

- (1) 若小明一通電話講了 10 分鐘，請問電話費是多少元？
- (2) 若小華一通電話費用共 18 元，請問小華共講了幾分鐘的電話？
- (3) 若小語一通電話講了 2 分鐘，請問電話費是多少元？

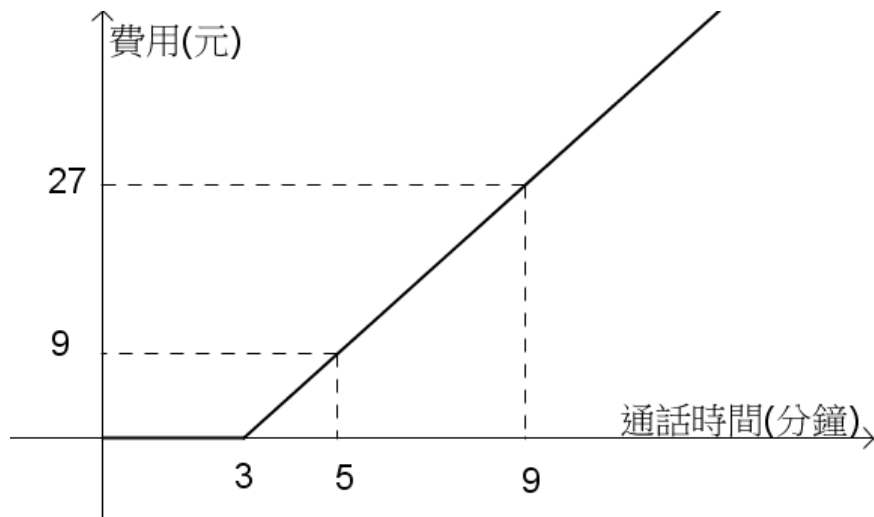


圖 8.3-2

詳解：

由圖 8.3-2 可知，通話時間超過 3 分鐘後，時間與費用的關係圖為一斜線的線型函數，我們來試著寫出此函數。

設通話時間為  $x$  分鐘，費用為  $f(x)$  元。

設  $f(x) = ax + b$

3 分鐘時費用為 0 元，可得  $f(3) = a \times 3 + b = 0$ ， $3a + b = 0$

4 分鐘時費用為 4.5 元(每分鐘增加 4.5 元)，可得  $f(4) = a \times 4 + b = 4.5$ ， $4a + b = 4.5$

寫成聯立方程式  $\begin{cases} 3a + b = 0 & \dots\dots(1) \\ 4a + b = 4.5 & \dots\dots(2) \end{cases}$

(2)-(1) 得  $a = 4.5$ ，將  $a = 4.5$  代入(1) 得  $b = -13.5$ 。

即函數為  $f(x) = 4.5x - 13.5$

由函數  $f(x) = 4.5x - 13.5$  我們可以簡單的知道通過時間

例如想知道通話 6 分鐘時的費用，只要將  $x = 6$  代入，求出函數值即可。

$$f(6) = 4.5 \times 6 - 13.5 = 27 - 13.5 = 13.5$$

因此 6 分鐘時的費用是 13.5 元。

要注意的是，此函數只適用通話超過 3 分鐘的情形，3 分鐘以下則費用是 0 元。

(1) 若小明一通電話講了 10 分鐘，請問電話費是多少元？

將  $x = 10$  代入函數  $f(x) = 4.5x - 13.5$

$$f(10) = 4.5 \times 10 - 13.5 = 31.5$$

費用是 31.5 元。

(2) 若小華一通電話費用共 18 元，請問小華共講了幾分鐘的電話？

我們令函數值為 18，看看  $x$  會得到多少。

$$f(x) = 4.5x - 13.5 = 18$$

$$4.5x = 31.5$$

$$x = 7$$

即小華共講了 7 分鐘的電話。

(3) 若小語一通電話講了 2 分鐘，請問電話費是多少元？

因為電話費前 3 分鐘免費，因此費用是 0 元。

本題不需要用到函數  $f(x) = 4.5x - 13.5$ ，若將  $x = 2$  代入函數，反而會得到錯誤答案。

除了上述的寫法外，我們也可以將函數寫成另一種形式：

(A)通話超過 3 分鐘時，函數為  $f(x)=4.5x-13.5$ 。即  $x>3$  時， $f(x)=4.5x-13.5$ 。

(B)通話在 3 分鐘以下時，費用為 0 元。即  $0\leq x\leq 3$  時， $f(x)=0$ 。(通話時間不為負)

將兩種狀況寫在一起：

$$\begin{cases} f(x)=4.5x-13.5 & x>3 \\ f(x)=0 & 0\leq x\leq 3 \end{cases}$$

這種寫法的重點在於，若是變數大於 3 ( $x>3$ )，則將變數代入函數

$f(x)=4.5x-13.5$ ；若是變數大於等於 0 且小於等於 3 ( $0\leq x\leq 3$ )，則將變數代入函數  $f(x)=0$ 。因為通話時間不為負，我們不考慮變數小於 0 的情形。

運用這個函數我們再處理一次(1)跟(3)：

(1) 若小明一通電話講了 10 分鐘，請問電話費是多少元？

變數為 10， $10>3$ ，我們將  $x=10$  代入函數  $f(x)=4.5x-13.5$

$$f(10)=4.5\times 10-13.5=31.5$$

費用是 31.5 元。

(3) 若小語一通電話講了 2 分鐘，請問電話費是多少元？

變數為 2， $0\leq 2<3$ ，我們將  $x=2$  代入函數  $f(x)=0$

$$f(2)=0$$

即費用為 0 元。

### 例題 8.3-4

圖 8.3-3 為墮落網咖的計費方式，使用  $t$  分鐘內需付基本費 75 元， $t$  分鐘後使用時間與費用成線型函數關係，試回答下列問題：

- (1) 若使用時間為  $x$  分鐘 ( $x \geq t$ )，費用為  $y = f(x)$  元，求函數  $f(x)$ 。
- (2) 求  $t$  之值。
- (3) 若某人使用了 212 分鐘，請問此人需付多少元？

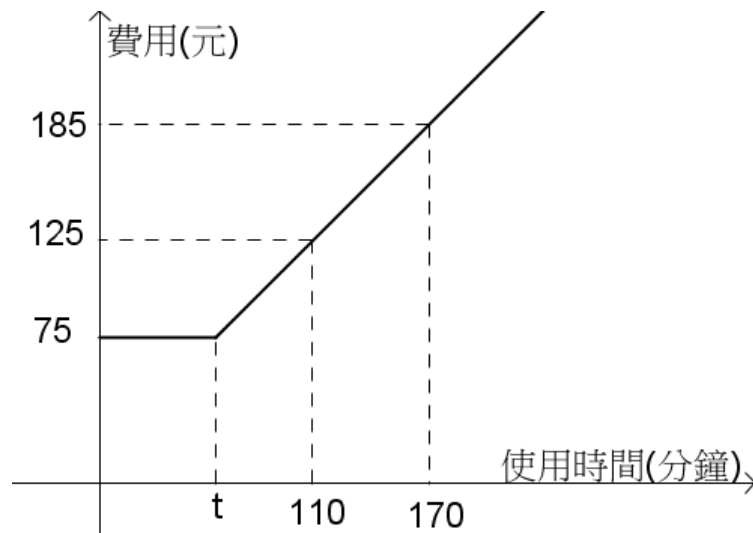


圖 8.3-3

詳解：

(1) 因為  $t$  分鐘後使用時間與費用成線型函數關係。可設  $f(x) = ax + b$ 。

由圖 8.3-3 可知， $f(110) = 125$ 、 $f(170) = 185$

$f(110) = 125$ ，也就是  $f(110) = a \times 110 + b = 125$ ， $110a + b = 125$

$f(170) = 185$ ，也就是  $f(170) = a \times 170 + b = 185$ ， $170a + b = 185$

寫成聯立方程式  $\begin{cases} 110a + b = 125 \dots\dots(1) \\ 170a + b = 185 \dots\dots(2) \end{cases}$

(2) - (1) 得  $60a = 60$ ， $a = 1$ ，將  $a = 1$  代入 (1) 得  $b = 15$ 。

即函數為  $f(x) = x + 15$

(2) 求  $t$  之值。

由圖 8.3-3 可知， $t$  值即為  $f(x)=75$  時的  $x$  之值。

$$f(x) = x + 15 = 75$$

得  $x=60$ ，即  $t=60$ ，使用 60 分鐘內需付基本費 75 元。

(3) 若某人使用了 212 分鐘，請問此人需付多少元？

將  $x=212$  代入函數，所得函數值即為需付的金額。

$$f(212) = 212 + 15 = 227$$

需付 227 元。

在本題中，使用 60 分鐘後與 60 分鐘前是兩個不同的函數，因此我們也可以依照例題 8.3-3 的模式，將兩種函數寫在一起。

(A) 使用 60 分鐘以上時，函數為  $f(x)=x+15$ 。即  $x \geq 60$  時， $f(x)=x+15$ 。

(B) 使用未滿 60 分鐘時，費用為 75 元。即  $0 \leq x < 60$  時， $f(x)=75$ 。(使用時間不為負)

將兩種狀況寫在一起：

$$\begin{cases} f(x) = x + 15 & x \geq 60 \\ f(x) = 75 & 0 \leq x < 60 \end{cases}$$

也就是使用 60 分鐘以上時，代入函數  $f(x)=x+15$  可得需付金額；使用未滿 60 分鐘時，代入函數  $f(x)=75$  可得需付金額。

### 例題 8.3-5

某車在高速公路上以等速直線前進，時間與距離關係如表 8.3-1，試回答下列問題：

(1) 設行駛時間為  $x$  小時，行駛距離為  $f(x)$  公里，求函數  $f(x)$ 。

(2) 若行駛時間為 5 小時，則行駛距離是多少公里？

時間(小時)	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5
距離(公里)	55	110	165	220	275	330	385

表 8.3-1

詳解：

(1) 速率 = 距離 ÷ 時間，因為是等速直線前進，因此速率不會改變。我們利用表格中，時間為 1 小時，距離為 110 公里，求出此車的速率：

$$\text{速率} = 110 \div 1 = 110 (\text{公里/時})$$

利用距離 = 速率 × 時間，寫出  $f(x)$ ：

$$f(x) = 110x$$

(2) 行駛時間為 5 小時，即  $x=5$ ，代入  $f(x)$ ：

$$f(5) = 110 \times 5 = 550$$

行駛距離是 550 公里。

在例題 8.3-5 中，求得的函數是  $f(x)=110x$ 。此函數中，若自變數變大，則應變數也會隨之改變，且改變的比例相同，例如  $f(2)=220$ ， $f(4)=440$ ，自變數 2 變成 4 是 2 倍，應變數 220 變成 440 也是 2 倍。另外，當  $x=0$  時， $f(x)=0$ 。像這樣的關係，我們就稱  $x$  與  $f(x)$  成正比。

由以上討論可知，若有兩數  $x$ 、 $y$ ，且  $x$ 、 $y$  的關係式可寫為  $y=kx$  或  $\frac{y}{x}=k$  ( $k$  為常數且不等於 0， $x \neq 0$ )，則  $x$  與  $y$  成正比。

例如： $y=3x$ 、 $y=-x$ 、 $y=0.5x$ 、 $y=\frac{7}{3}x$ 、 $\frac{y}{x}=3$  ( $x \neq 0$ ) 等  $x$ 、 $y$  的關係都成正比。  
 $y=2x+1$ 、 $y=x^2$ 、 $y=\frac{1}{x}$  ( $x \neq 0$ )、 $y=3$ 、 $xy=1$  等  $x$ 、 $y$  的關係不成正比。

### 例題 8.3-6

已知  $x$  與  $y$  成正比關係，當  $x=5$  時， $y=-10$ 。請問：當  $x=7$  時， $y$  為多少？

詳解：

$x$  與  $y$  成正比關係，關係式可寫為  $y=kx$ 。

當  $x=5$  時， $y=-10$ 。代入  $y=kx$ ：

$$-10=k \times 5, \text{ 解得 } k=-2$$

因此  $x$  與  $y$  的關係式為  $y=-2x$

$$\text{當 } x=7 \text{ 時, } y=(-2) \times 7 = -14$$

### 例題 8.3-7

設正方形邊長為  $x$  公分，周長為  $f(x)$  公分，請問  $x$  與  $f(x)$  是否成正比關係？

詳解：

正方形周長為邊長的 4 倍，即  $f(x)=4x$ 。符合正比  $y=kx$  的模式。因此  $x$  與  $f(x)$  成正比關係。



### 例題 8.3-8

- (1) 已知  $x$  與  $y$  成正比關係，且  $x=2$  時， $y=4$ ，寫出  $x$ 、 $y$  關係式並畫出圖形。  
(2) 已知  $x$  與  $y$  成正比關係，且  $x=1$  時， $y=-3$ ，寫出  $x$ 、 $y$  關係式並畫出圖形。

詳解：

(1)  $x$  與  $y$  成正比關係，設  $y=kx$ ，將  $x=2$ 、 $y=4$  代入：

$$4 = k \times 2, \text{ 解得 } k = 2$$

得  $x$  與  $y$  的關係式為  $y=2x$ ，畫出  $y=2x$  的圖形：

$x$	0	1
$y$	0	2

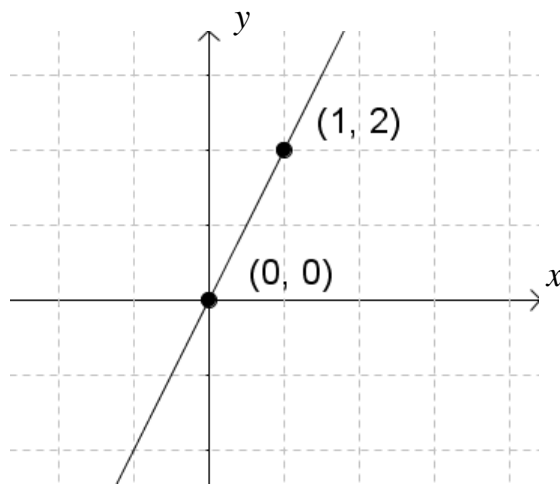


圖 8.3-4

(2)  $x$  與  $y$  成正比關係，設  $y=kx$ ，將  $x=1$ ， $y=-3$  代入：

$$-3 = k \times 1, \text{ 解得 } k = -3$$

得  $x$  與  $y$  的關係式為  $y=-3x$ ，畫出  $y=-3x$  的圖形：

$x$	0	1
$y$	0	-3

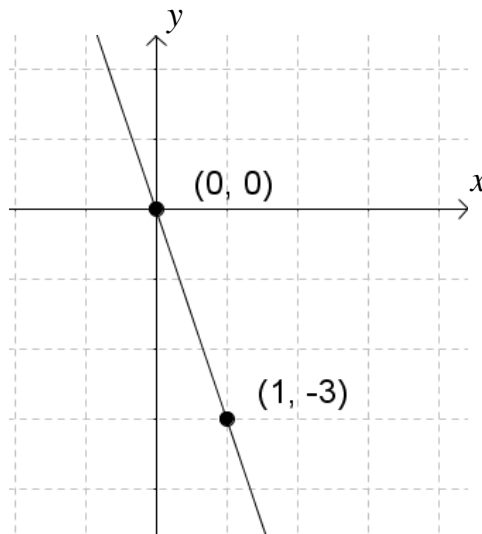


圖 8.3-5

在例題 8.3-6 中，兩個正比圖形畫出來都是都過原點的直線。事實上，只要圖形是通過原點的斜直線，則  $x$ 、 $y$  的關係就會成正比。要注意的是，直線若是水平線或垂直線，則不會成正比。

### 例題 8.3-9

已知彈簧的伸長量與拉力成正比。某彈簧無受力時長度為 20 公分，受到拉力 6 公克重時，彈簧總長度為 38 公分，試回答下列問題：(受力皆在彈簧彈性限度內)

- (1) 設拉力為  $x$  公克重，彈簧的伸長量為  $y$  公分，試寫出  $y$  與  $x$  的關係。
- (2) 彈簧總長度為  $f(x)$  公分，試寫出  $f(x)$  與  $x$  的關係。
- (3) 拉力 10 公克重時，彈簧總長度為多少公分？
- (4) 彈簧總長度為 47 公分時，拉力為多少公克重？

詳解：

彈簧的伸長量 = 總長度 - 原長度，原長度即無受力時的長度，也就是 20 公分。

- (1) 彈簧的伸長量  $y$  與拉力  $x$  成正比，可設  $y = kx$

受到拉力 6 公克重時，彈簧總長度為 38 公分，伸長量 =  $38 - 20 = 18$  (公分)

將  $y = 18$ 、 $x = 6$  代入  $y = kx$ ： $18 = k \times 6$ ，解得  $k = 3$ 。

得到  $y$  與  $x$  的關係為  $y = 3x$

- (2) 由"彈簧總長度 = 原長度 + 伸長量"，可列式  $f(x) = 20 + y$

將  $y = 3x$  代入得： $f(x) = 20 + 3x = 3x + 20$ ， $x \geq 0$

- (3) 拉力 10 公克重時，彈簧總長度為多少公分？

將  $x = 10$  代入  $f(x) = 3x + 20$

$$f(10) = 3 \times 10 + 20 = 50$$

因此拉力 10 公克重時，彈簧總長度為 50 公分。

(4) 彈簧總長度為 47 公分時，拉力為多少公克重？

將  $f(x) = 47$  代入  $f(x) = 3x + 20$

$$47 = 3x + 20$$

解得  $x = 9$

因此彈簧總長度為 47 公分時，拉力為 9 公克重。

## 8.3 節 習題

### 習題 8.3-1

某航空公司對乘客行李有超重的收費標準，行李託運費用與行李重量呈線型函數關係，如圖 8.3-7， $x$  表示行李重量， $f(x)$  表示託運費用，試回答下列問題

- (1)  $f(x) = ?$
- (2) 當行李重量 80 公斤時，託運費用多少元？
- (3) 當行李重量是多少公斤時，託運費用是 1200 元？

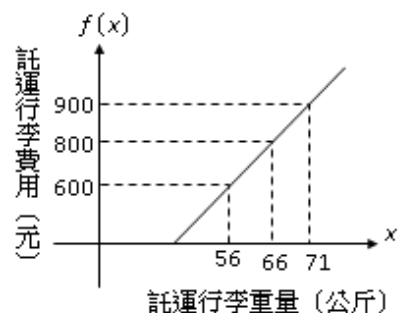


圖 8.3-7

### 習題 8.3-2

小花現有存款 300 元，之後每天存 50 元。設存款日數為  $x$  日，存款總金額為  $y$ 。 $y$  是  $x$  的函數，試回答下列問題：

- (1) 以  $f(x)$  表示此函數。
- (2) 若小花想買一個定價 999 元的遙控飛機，請問存幾日後可以購買？

### 習題 8.3-3

已知攝氏溫度與華氏溫度關係式為華氏溫度  $= \frac{9}{5} \times$  攝氏溫度  $+ 32$ 。若攝氏  $x$  度時，華氏為  $y$  度，則  $y = \frac{9}{5}x + 32$ 。試問(1)當攝氏 30 度時，華氏是幾度？(2)攝氏溫度與華氏溫度在幾度時相等？

### 習題 8.3-4

天天網咖的計費方式，使用  $t$  分鐘內需付基本費 60 元， $t$  分鐘後使用時間與費用成線型函數關係。已知小王使用 90 分鐘，花了 75 元；小吳使用 110 分鐘，花了 85 元，試回答下列問題：

- (1) 若使用時間為  $x$  分鐘 ( $x \geq t$ )，費用為  $y = f(x)$  元，求函數  $f(x)$ 。
- (2) 求  $t$  之值。
- (3) 若某人花了 115 元，請問此人使用了幾分鐘？

### 習題 8.3-5

某車在高速公路上以等速直線前進，時間與距離關係如表 8.3-4，試回答下列問題：

- (1) 設行駛時間為  $x$  小時，行駛距離為  $f(x)$  公里，求函數  $f(x)$ 。
- (2) 若行駛時間為 10 小時，則行駛距離是多少公里？

時間(小時)	1	2	3	4	5	6
距離(公里)	90	180	270	360	450	540

表 8.3-4

### 習題 8.3-6

已知  $x$  與  $y$  成正比關係，當  $x=4$  時， $y=2$ 。請問：當  $x=8$  時， $y$  為多少？

### 習題 8.3-7

設三角形邊長為  $x$  公分，周長為  $f(x)$  公分，請問  $x$  與  $f(x)$  是否成正比關係？

### 習題 8.3-8

已知  $x$  與  $y$  成正比關係，且  $x=2$  時， $y=1$ ，寫出  $x$ 、 $y$  關係式並畫出圖形。

### 習題 8.3-9

已知彈簧的伸長量與拉力成正比。某彈簧無受力時長度為 10 公分，受到拉力 4 公克重時，彈簧總長度為 12 公分，試回答下列問題：（受力皆在彈簧彈性限度內）

- (1) 設拉力為  $x$  公克重，彈簧的伸長量為  $y$  公分，試寫出  $y$  與  $x$  的關係。
- (2) 彈簧總長度為  $f(x)$  公分，試寫出  $f(x)$  與  $x$  的關係。
- (3) 拉力 10 公克重時，彈簧總長度為多少公分？
- (4) 彈簧總長度為 18 公分時，拉力為多少公克重？

## 第八章綜合習題

### 習題 1：

航空公司行李的運費收費方式為「運費（元） $=\frac{5}{2}\times$ 行李重量（公斤） $-28$ 元」，若以自變數  $x$  表示行李重量（公斤），應變數  $y$  表示運費（元），試問：

- (1)  $y$  與  $x$  的關係式為何？
- (2)  $y$  是否為  $x$  的函數？

### 習題 2：

一位農夫想用籬笆圍成一個周長 200 公尺的長方形果園，若長方形果園的長為  $x$  公尺，寬為  $y$  公尺，則  $y$  是  $x$  的函數，記為  $y=f(x)$ 。試求：

- (1)  $f(x)=?$
- (2)  $f(60)$ 、 $f(75)$  之值。

### 習題 3：

試分別求函數  $f(x)=3x-8$ ，在  $x=7$ 、 $x=0$ 、 $x=-5$  時的函數值。

### 習題 4：

設  $f(x)=x+10$ ， $g(x)=2x+5$ ，求  $f(g(4))=?$

習題 5：

已知兩函數  $f(x) = 2x + a$  與  $g(x) = 3x + 2a$ ，則若  $f(4)$  與  $g(3)$  相同，則  $a$  值為何？

習題 6：

設  $f(x) = x - b$ ， $g(x) = 2x + 3$ ，若  $f(g(x)) = g(f(x))$ ，求  $b$  為多少？

習題 7：

設直線  $L$  為函數  $f(x) = 2ax + 3b$  的圖形，已知  $f(5) = 13$ 、 $f(10) = 38$ 。請問  $f(0) = ?$

習題 8：

$f(x)$  是一次函數，且  $f(1) = 5$ 、 $f(2) = 12$ ，則  $f(x) = ?$

習題 9：

$f(x) = 3x + (4k - 5)$  通過原點，則  $k = ?$



**習題 10：**

$y = f(x) = ax + b$ ， $x = 2$  時  $y = 7$ 、 $x = -1$  時  $y = 1$ ，求

(1)  $a$ 、 $b$  之值

(2) 當  $y = 25$  時， $x = ?$

**習題 11：**

函數  $y = f(x) = x + 2$  與  $y = g(x) = 2x - 1$  的交點為何？

**習題 12：**

已知地面上每升高 100 公尺氣溫就會下降  $0.6^{\circ}\text{C}$ ，假如地面上溫度是  $18^{\circ}\text{C}$ ，而離

地面  $x$  公尺高的溫度是  $y^{\circ}\text{C}$ 。則  $x$ ， $y$  的函數關係為何？

**習題 13：**

下列函數中，那些是一次函數？

(A)  $f(x) = 5$     (B)  $f(x) = 3x + 2$     (C)  $f(x) = -1$     (D)  $f(x) = 2x^2 + 2$

習題 14：

在座標平面上，畫出下列函數的圖形：

(1)  $y = f(x) = -2x + 4$

(2)  $y = f(x) = x + 5$

(3)  $y = f(x) = 5x + 6$

(4)  $y = f(x) = -2x + 1$

(5)  $y = f(x) = 2(x + 3) - 4$

### 習題 15：

已知一個一次函數圖形通過 $(2, 3)$ 、 $(1, 2)$ 兩點，則此函數圖形不通過第幾象限？

### 習題 16：

亮亮現有便利商店點數 10 點，若之後每天可以集到 2 點，設集點  $x$  日後，總點數有  $y$  點，試求：

(1)  $y$  與  $x$  的關係式為何？

(2) 若換一個公仔需要 40 點，請問他至少需要再集幾天？

### 習題 17：

某次全班的數學成績不理想，老師用一次函數  $f(x) = ax + b$  調整分數，其中  $x$  為原來的分數， $f(x)$  表示調整後的分數。已知原來 20 分調為 50 分，原來 50 分調為 86 分，試問：

(1)  $a$ 、 $b$  之值為多少？

(2) 原來 60 分調整後的分數變為多少？

(3) 原來分數多少分，調整後變為 68 分？

### 習題 18：

已知  $f(x)$  為一線型函數，其圖形通過  $(-2, -3)$  與  $(1, 3)$  兩點，且分別與  $x$ 、 $y$  軸交於 A、B 兩點，試求：

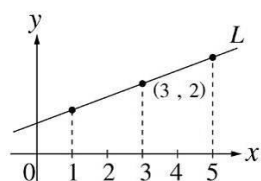
(1)  $f(x) = ?$

(2) 三角形 ABO 的面積。(O 為座標平面的原點)

## 基測與會考模擬試題

- ( ) 1. 在座標平面上，函數  $y = f(x)$  的圖形經過  $(-1, 4)$ 、 $(0, 3)$ 、 $(1, 0)$ 、 $(2, 1)$ 、 $(3, 2)$ 、 $(4, 7)$  六個點，求  $f(-1) + f(1) + f(2) + f(4)$  的值為何？【93(一)基測】
- (A) 4    (B) 6    (C) 8    (D) 12

- ( ) 2. 如圖(一)， $L$  為一次函數  $y = f(x)$  圖形，今將函數  $f$  的自變數與應變數間的對應關係列在表中。



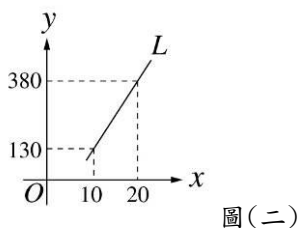
自變數 $x$	...	0	1	3	5	...
應變數 $f(x)$	...	$a$	$b$	$c$	$d$	...

圖(一)

請問對於下列有關  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  大小的判斷中，何者錯誤？【91(一)基測】

- (A)  $a=0$     (B)  $b>0$     (C)  $c=2$     (D)  $d>2$
- ( ) 3. 如圖(二)，設直線  $L$  為函數  $f(x) = ax + b$  的圖形，請問  $f(0) = ?$

【91(二)基測】

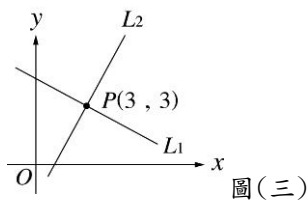


圖(二)

- (A) -65    (B) -120    (C) -130    (D) -250

- ( ) 4. 如圖(三)，在座標平面上， $L_1$  為  $y=f(x)$  的一次函數圖形， $L_2$  為  $y=g(x)$  的一次函數圖形， $L_1$ 、 $L_2$  相交於  $P(3,3)$ 。若  $a>3$ ，則下列敘述何者正確？

【92(一)基測】



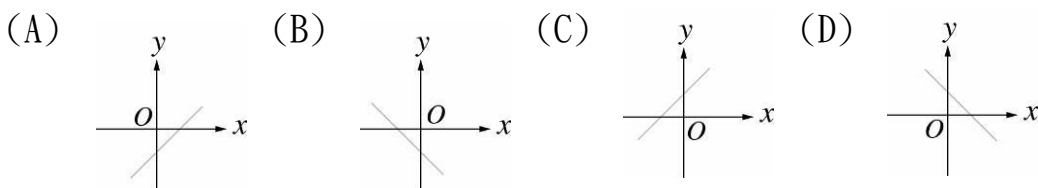
- (A)  $f(a)-g(a)=a$       (B)  $f(a)-g(a)=3$   
 (C)  $f(a)=g(a)$       (D)  $f(a)<g(a)$
- ( ) 5. 如已知線型函數  $f(x)=ax+b$ ，其對應關係如表(一)。求  $\beta+\gamma=?$

【92(二)基測】

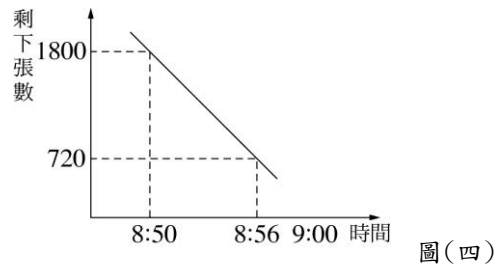
$x$	...	1	2	3	4	...
$f(x)$	...	3	$\beta$	3	$\gamma$	...

表(一)

- (A) 4    (B) 6    (C) 8    (D) 12
- ( ) 6. 若一次函數  $f(x)=ax-3$ ，其中  $a>0$ ，則下列哪一個選項可能是此函數圖形？【92(二)基測】

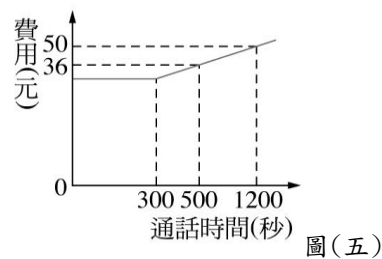


- ( ) 7. 圖為小美影印資料時剩下張數和時間的關係圖。利用圖中所提供的數據，推估小美在 9:00 時影印的情形是下列哪一種？【93(一)基測】



- (A) 來不及印完 (B) 剛好印完 (C) 提前一分鐘印完 (D) 提前半分鐘印完

- ( ) 8. 下圖是某電信公司的通話費計算方式：300 秒以內只繳基本費，超過 300 秒之後的費用，與通話時間成線型函數關係。則基本費是多少元？【93(二)基測】

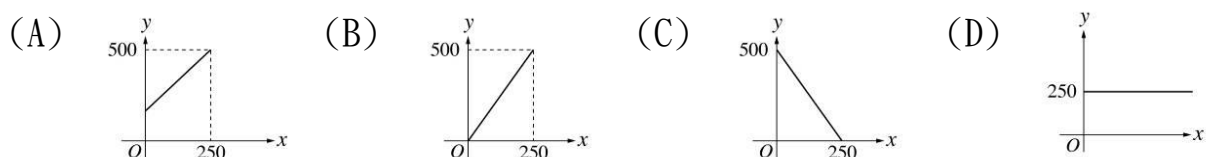


- (A) 26 (B) 28 (C) 30 (D) 32

- ( ) 9. 已知  $f(x)$  為一次函數。若  $f(-3) > 0$  且  $f(-1) = 0$ ，判斷下列四個式子，哪一個是正確的？【97(一)基測】

- (A)  $f(0) < 0$  (B)  $f(2) > 0$  (C)  $f(-2) < 0$  (D)  $f(3) > f(-2)$

- ( ) 10. 將裝有牛奶 250 毫升的玻璃杯放在已歸零的磅秤上，測得重量為 500 公克。若喝掉一些牛奶後，以  $x$  毫升表示杯中牛奶的體積， $y$  公克表示磅秤測得的重量，則下列哪一個圖形可以表示  $x$ 、 $y$  的關係？【99(二)基測】



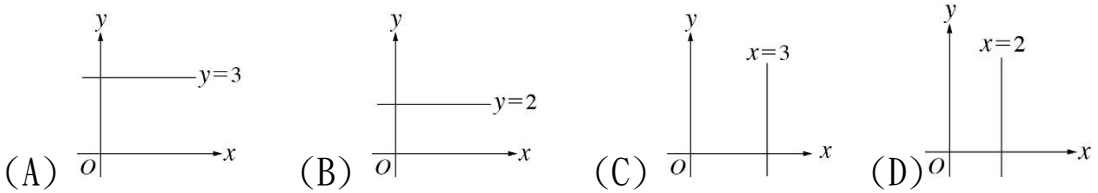
( ) 11. 下面為魔術師在小美面前表演的經過：

魔術師：小美妳在紙上寫一個數字，不要讓我看到！

魔術師：將妳寫的數字乘以 3，然後加 6，所得結果再除以 3，最後再減去一開始妳寫的數字，得到一個答案。

魔術師：無論妳寫哪一個數字，我都可以猜中妳算出來的答案。

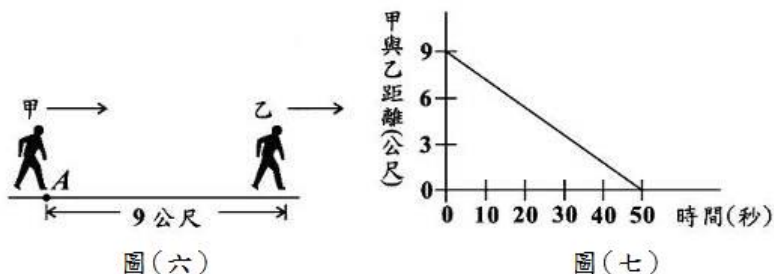
根據魔術師所說，假設小美在紙上寫的數字為  $x$ ，魔術師猜中的答案為  $y$ ，則下列哪一個圖形可以表示  $x$ 、 $y$  的關係？【101 基測】



( ) 12. 坐標平面上，有一線型函數圖形過  $(-3, 4)$  和  $(-7, 4)$  兩點，判斷此函數圖形會過哪兩象限？【102 基測】

- (A) 第一象限和第三象限      (B) 第一象限和第四象限  
(C) 第二象限和第三象限      (D) 第二象限和第四象限

( ) 13. 如圖(六)，在同一直線上，甲自  $A$  點開始追趕等速度前進的乙，且圖(七)表示兩人距離與所經時間的線型關係。若乙的速率為每秒 1.5 公尺，則經過 40 秒，甲自  $A$  點移動多少公尺？【99(一)基測】



- (A) 60      (B) 61.8      (C) 67.2      (D) 69



## 習題解答

### 8.1 練習解答

#### 練習 8.1-1

是、否

#### 練習 8.1-2

(1)  $y = 2x$       (2) 是

#### 練習 8.1-3

(1)  $y = 30x$       (2) 是

#### 練習 8.1-4

$f(3) = 2700$ 、 $f(4) = 3600$ 、 $f(6) = 5400$

#### 練習 8.1-5

$f(1) = 3$ 、 $f(2) = 7$ 、 $f(8) = 31$ 、 $f(20) = 79$ 、  
 $f(50) = 199$

#### 練習 8.1-6

$a = -1$

#### 練習 8.1-7

$f(x) = 3x - 7$

#### 練習 8.1-8

(1)  $-b + 6$       (2)  $-z + 6$

(3)  $-b + 5$       (4)  $-z + 8$

#### 練習 8.1-9

(1)  $3x + 1$       (2)  $3x - 5$

(3)  $6x - 2$       (4)  $6x + 1$

#### 練習 8.1-10

(1)  $a = 6$       (2) 21

(3)  $12x - 3$       (4) 21

#### 練習 8.1-11

(1)  $4x + 1$       (2)  $4x + 7$

#### 練習 8.1-12

(1)  $2x + 2$       (2)  $2x + 3$

#### 練習 8.1-13

$a = \frac{1}{4}$

#### 練習 8.1-14

-6

### 8.1 習題解答

8.1-1 (1) 4月30天, 8月31天

(2) 2月

(3) 否、是

8.1-2 (1)  $y = 4x$       (2) 是

8.1-3 (1)  $y = 35x$       (2) 是

8.1-4  $f(3) = 105$ 、 $f(4) = 140$

8.1-5  $f(1) = 8$ 、 $f(4) = 23$ 、 $f(5) = 28$ 、  
 $f(10) = 53$ 、 $f(100) = 503$

8.1-6  $a = -1$

8.1-7  $f(x) = 2x - 1$

8.1-8 (1)  $x - 4$       (2)  $2x - 5$

(3)  $x - 11$       (4)  $2x - 6$

8.1-9 (1)  $a = 14$       (2) 28

(3)  $10x - 2$       (4) 28

8.1-10 (1)  $6x + 7$       (2)  $6x + 11$

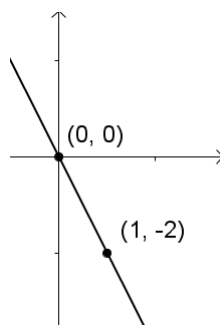
8.1-11 (1)  $2x - 9$       (2)  $2x - 5$

8.1-12  $a = \frac{2}{3}$

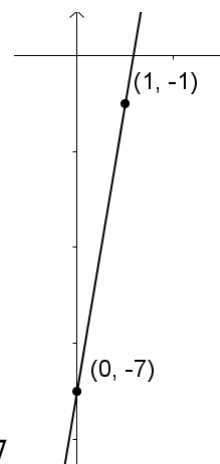
8.1-13 59

### 8.2 練習解答

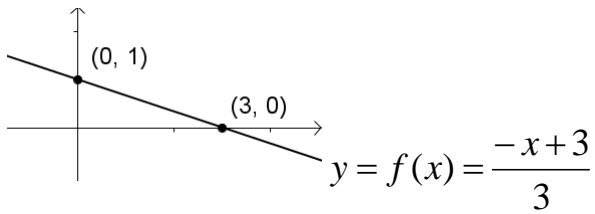
#### 練習 8.2-2



#### 練習 8.2-3



練習 8.2-4



練習 8.2-5

$a = 3$ 、 $b = -3$

練習 8.2-6

$m = -2$

練習 8.2-7

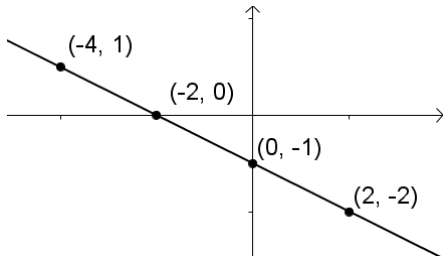
$f(x) = 8x - 3$

練習 8.2-8

(1)  $f(x) = -2$       (2) 0

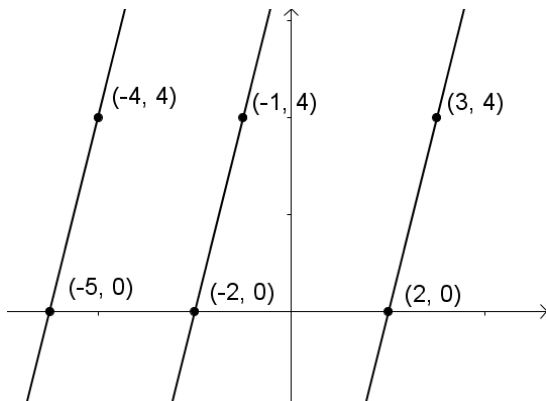
練習 8.2-9

三角形面積為 1 平方單位



練習 8.2-10

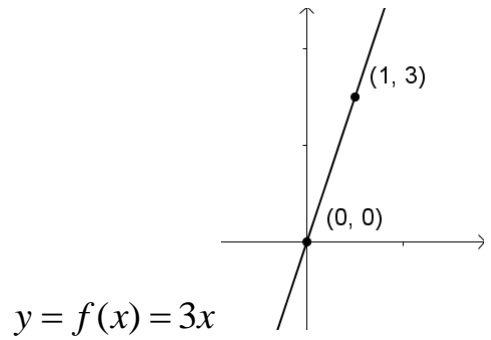
$g(x) = 4x + 20$ 、 $h(x) = 4x - 8$



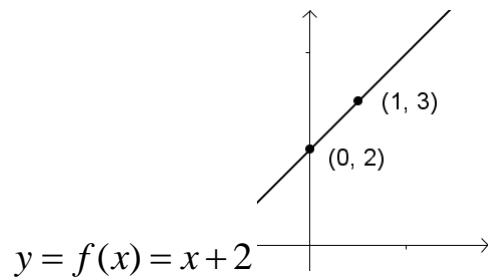
8.2 習題解答

- 8.2-1 (1)(A)、(B)      (2)(C)、(F)  
 (3)(A)、(B)、(C)、(F)

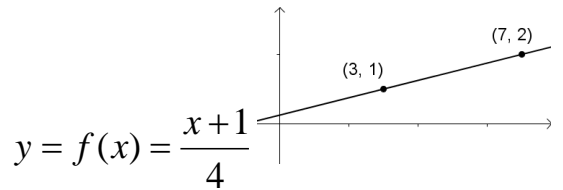
8.2-2



8.2-3



8.2-4



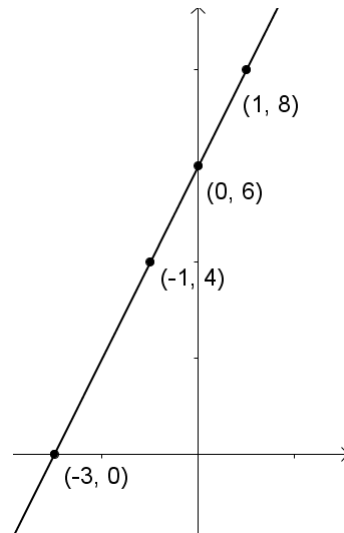
8.2-5  $a = 2$ 、 $b = 1$

8.2-6  $m = \frac{3}{2}$

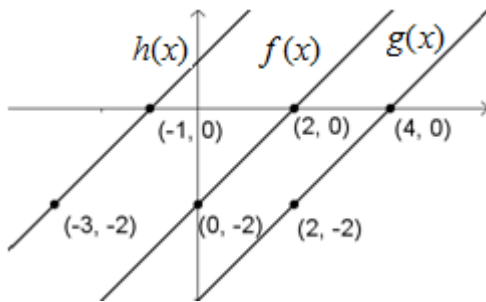
8.2-7  $f(x) = 6x - 5$

8.2-8 (1)  $f(x) = 5$       (2) 10

8.2-9 三角形面積為 9 平方單位



8.2-10  $g(x) = x - 4$ 、 $h(x) = x + 1$



### 8.3 習題解答

8.3-1 (1)  $f(x) = 20x - 520$ ,  $x \geq 26$

(2) 1080 元

(3) 86 公斤

8.3-2 (1)  $f(x) = 300 + 50x$ ,  $x \geq 0$

(2) 14 天

8.3-3 (1) 86 度 (2) -40 度

8.3-4 (1)  $f(x) = \frac{1}{2}x + 30$ ,  $x \geq 60$

(2)  $t = 60$

(3) 170 分鐘

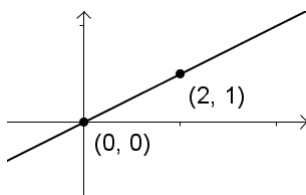
8.3-5 (1)  $f(x) = 90x$ ,  $x \geq 0$

(2) 900 公里

8.3-6  $y = 4$

8.3-7 是

8.3-8  $y = \frac{1}{2}x$



8.3-9 (1)  $y = \frac{1}{2}x$

(2)  $f(x) = \frac{1}{2}x + 10$ ,  $x \geq 0$

(3) 15 公分

(4) 16 公克重

### 第八章綜合習題

1. 答：

(1)  $y = \frac{5}{2}x - 28$

(2) 是

2. 答：

(1)  $y = 100 - x$

(2)  $f(60) = 40$ 、 $f(75) = 25$

3. 答： $f(7) = 13$ 、 $f(0) = -8$ 、 $f(-5) = -23$

4. 答：23

5. 答： $a = -1$

6. 答： $b = 0$

7. 答： $f(0) = -12$

8. 答： $f(x) = 7x - 2$

9. 答： $k = \frac{5}{4}$

10. 答：

(1)  $a = 2$ 、 $b = 3$

(2)  $x = 11$

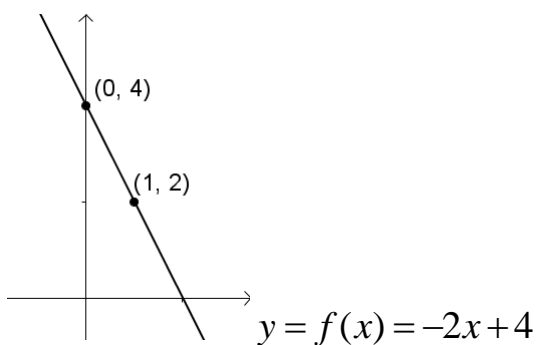
11. 答：(3, 5)

12. 答： $y = f(x) = 18 - \frac{0.6}{100}x = 18 - \frac{6}{1000}x$

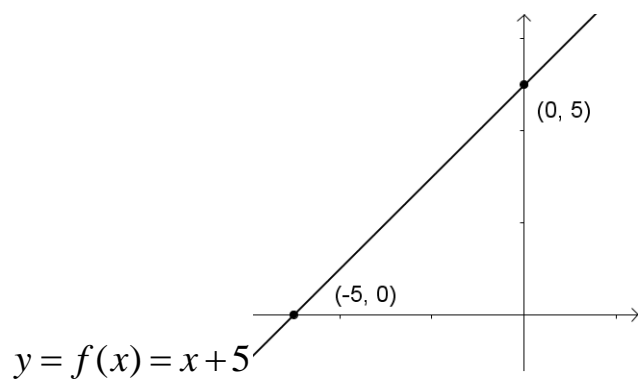
13. 答：(B)

14. 答：

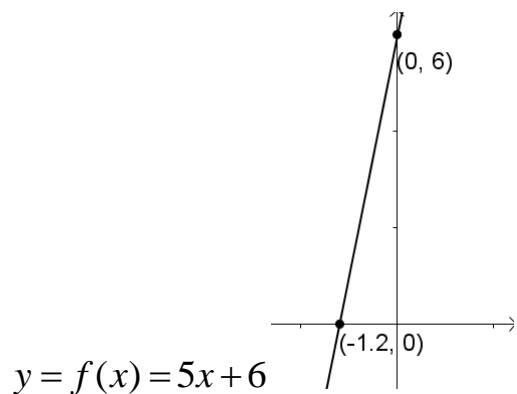
(1)



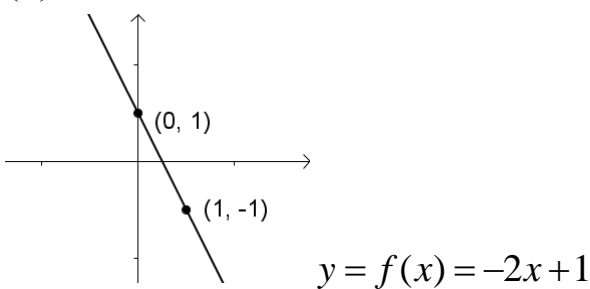
(2)



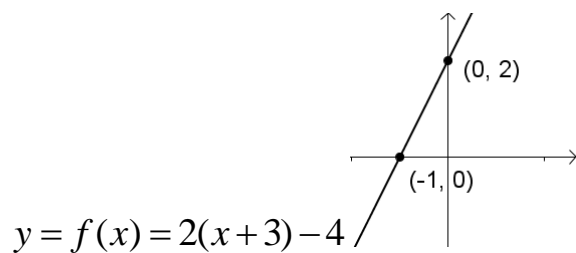
(3)



(4)



(5)



15. 答：第四象限

16. 答：

(1)  $y = 10 + 2x$

(2) 15 天

17. 答：

(1) 解聯立方程式  $\begin{cases} 20a + b = 50 \\ 50a + b = 86 \end{cases} \rightarrow$  得  $\begin{cases} a = \frac{6}{5} \\ b = 26 \end{cases}$

一次函數為  $f(x) = \frac{6}{5}x + 26$

(2)  $x = 60$  代入  $\rightarrow f(60) = \frac{6}{5} \times 60 + 26 = 98$

(3)  $f(x) = \frac{6}{5}x + 26 = 68 \rightarrow \frac{6}{5}x = 42 \rightarrow x = 35$

18. 答：

(1) 設一次函數  $y = f(x) = ax + b$ ， $(-2, -3)$ 、 $(1, 3)$  代入

$\begin{cases} -2a + b = -3 \\ a + b = 3 \end{cases} \rightarrow$  得  $\begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$

一次函數為  $f(x) = 2x + 1$

(2)  $f(x) = 2x + 1$  與  $x$ 、 $y$  軸交於 A、B 兩點

A 點  $\rightarrow$  當  $y = 0$  時  $x = -\frac{1}{2}$ ；B 點  $\rightarrow$  當  $x = 0$  時  $y = 1$

三角形 ABO 面積為  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{4}$  平方單位

## 基測與會考模擬試題解答

1. 《答案》(D)

詳解：  $f(-1) + f(1) + f(2) + f(4) = 4 + 0 + 1 + 7 = 12$

2. 《答案》(A)

詳解： 由圖知

(A)  $f(0) = a > 0$ ，所以  $a = 0$  是錯的

(B)  $f(1) = b > 0$

(C)  $f(3) = c = 2$

(D)  $f(5) = d > 2$

3. 《答案》(B)

詳解：  $f(x) = ax + b$  代入  $(10, 130)$ 、 $(20, 380)$

$$\begin{cases} 10a + b = 130 \\ 20a + b = 380 \end{cases} \text{解聯立方程式，得到} \begin{cases} a = 25 \\ b = -120 \end{cases}, f(x) = 25x - 120$$

所以  $f(0) = -120$

4. 《答案》(D)

詳解： 由圖知  $L_1$ 、 $L_2$  相交於  $P(3, 3)$ ，當  $x > 3 \rightarrow g(x) > f(x)$ ， $x < 3 \rightarrow g(x) < f(x)$

當  $a > 3$  時， $f(a) < g(a)$

5. 《答案》(B)

詳解： 已知線型函數  $f(x) = ax + b$ ，且  $f(1) = 3$ 、 $f(3) = 3$ ，得知常數函數  $f(x) = 3$

所以  $f(2) = f(4) = \beta = \gamma = 3$ ， $\beta + \gamma = 3 + 3 = 6$

6. 《答案》(A)

詳解：  $f(x) = ax - 3$  且  $a > 0$ ，當  $x = 0$  時  $y = -3$ ，當  $y = 0$  時  $ax - 3 = 0 \rightarrow ax = 3 \rightarrow x = \frac{3}{a} > 0$

可畫出一條不通過第二象限的直線

7. 《答案》(B)

詳解： 設  $f(x) = ax + b$  代入  $(50, 1800)$ 、 $(56, 720)$

$$\begin{cases} 50a + b = 1800 \\ 56a + b = 720 \end{cases} \text{解聯立方程式，得到} \begin{cases} a = -180 \\ b = 10800 \end{cases}, f(x) = -180x + 10800$$

當  $x = 60$  時， $y = -180 \times 60 + 10800 = 0$ ，所以 9 點時剛好印完

8. 《答案》(D)

詳解： 設  $f(x) = ax + b$  代入  $(500, 36)$ 、 $(1200, 50)$

$$\begin{cases} 500a + b = 36 \\ 1200a + b = 50 \end{cases} \text{解聯立方程式，得到} \begin{cases} a = \frac{1}{50} \\ b = 26 \end{cases}, f(x) = \frac{1}{50}x + 26$$

$$\text{當 } x = 300 \text{ 時，基本費 } y = \frac{1}{50} \times 300 + 26 = 32$$

9. 《答案》(A)

詳解：  $f(x)$  為一次函數， $f(-3) > 0$  且  $f(-1) = 0$

則  $x < -1$  時  $f(x) > 0$ ， $x > -1$  時  $f(x) < 0$

(A)  $0 > -1$ ， $f(0) < 0$  是正確的

(B)  $2 > -1$ ， $f(2) < 0$

(C)  $-2 < -1$ ， $f(-2) > 0$

(D)  $f(3) < 0$ 、 $f(-2) > 0 \rightarrow f(3) < f(-2)$

10. 《答案》(A)

詳解： 裝有牛奶 250 毫升的玻璃杯重量為 500 公克，所以空杯重 250 公克(當牛奶為 0 毫升)

11. 《答案》(B)

詳解： 依題意列出  $y = \frac{3x+6}{3} - x = 2$ ，所以不論  $x$  是多少  $y$  永遠為 2

12. 《答案》(A)

詳解： 線型函數通過  $(-3, 4)$ 、 $(-7, 4)$ ，此圖形為  $f(x) = 4$ ，通過一、二象限

13. 《答案》(C)

詳解： 由圖二知乙在 50 秒後被甲追上，經過 50 秒乙移動(距離 = 速率  $\times$  時間)  $1.5 \times 50 = 75$  公尺

甲移動  $9 + 75 = 84$  公尺，甲的速率為  $84 \div 50 = 1.68$

經過 40 秒，甲移動  $1.68 \times 40 = 67.2$  公尺