**(48)組合**

我們有4個不同的物件，我們要選擇2個物件，我們會有幾種選法？我們將這4種物件編號為1, 2, 3, 4，我們有以下的選擇:

12

13

14

23

24

34

一共有6種選法，要知道如果是要選擇2個物件，先要知道如果是要選擇2個物件來排列，則有$P\_{2}^{4}=4×3=12$ 種排列的方法，組合不管排列，方法就少很多。

所謂的組合，是從n個不同物件中選擇r個物件，因此組合不管排列的，但是任何一個組合卻對應很多排列的。

假設我們選擇了123這個組合，對應6個排列如下:

123

132

213

231

312

321

對於任何r個不同物件，都有r!種排列，從n個不同物件中選擇r個物件，叫做組合，這種組合數，習慣上用$C\_{r}^{n}$ 表示，從以上的討論，我們可以得知

$$r!C\_{r}^{n}=P\_{r}^{n}$$

$∴C\_{r}^{n}=\frac{P\_{r}^{n}}{r!}$ …………………………………………………………(48.1)

1. 如果r=n，$C\_{r}^{n}$ 是多少

答案：$C\_{r}^{n}=C\_{n}^{n}=\frac{P\_{n}^{n}}{n!}=\frac{n!}{n!}=1$

這個道理很容易懂：從n個不同物件取出n個物件，當然只有一種選擇法。

1. n=10，r=7

$$C\_{r}^{n}=C\_{7}^{10}=\frac{10×9×8×7×6×5×4}{7×6×5×4×3×2×1}=\frac{10×9×8}{3×2×1}=120$$

1. n=5，r=3

$$C\_{r}^{n}=C\_{3}^{5}=\frac{P\_{3}^{5}}{3!}=\frac{5×4×3}{3×2×1}=10$$

1. n=5，r=2

$$C\_{r}^{n}=C\_{2}^{5}=\frac{5×4}{2×1}=10$$

從（3）和（4），我們得知

$$C\_{3}^{5}=C\_{2}^{5}$$

我們甚至可以得到以下的公式

$C\_{r}^{n}=C\_{n-r}^{n}$ ………………………………………………………………….(48.2)

道理很簡單，從n個不同物件中選擇r個物件，等於從n個不同物件中不選取(n-r)個物件。

例如假設從12345中選取了145，就等於不選2和3。選取235，就等於不選取1和4。

$$∴C\_{r}^{n}=C\_{n-r}^{n}$$