**(49)排列組合總複習**

1. c h i n a這5個英文字母，有幾種排列方法？

答案： 有5個英文字，因此n=5，

將5個不同物件做排列，排列方式有5!種

5!=5×4×3×2×1=120

有120種排列方式。

1. i n d i a這5個英文字母，有幾種排列方法？

答案： 有5個英文字，因此n=5，其中i有2個

將5個物件做排列，其中2個物件相同，排列方式有種

60

有60種排列方式。

1. s e e這3個英文字母，有幾種排列方法？

答案： 有3個英文字，因此n=3，其中e有2個

將3個物件做排列，其中2個物件相同，排列方式有種

3

有3種排列方式。

1. 有物件編號1,2,3,4,5要做排列，但1,2必須放在最前面，共有幾種排列方法？

答案： 因為1,2要放在最前面，我們先排列3,4,5，排列數是3!種。

1,2要放在最前面，排列方法是2!種。

因此全部的排列數是(2!)×(3!)=2×6=12

有12種排列方式。

如果我們不限制1,2要排在最前面，則排列數是5!=120種。

有限制時排列數會小很多。

1. 有物件編號1,2,3,4,5要做排列，1,2必須在一起，可以在任何位置，共有幾種排列方法？

答案： 因為1,2要放在一起，可以先將1,2看一個物件(1,2)，

共有4個不同物件需要排列。排列數是4!種。

但(1,2)的排列方法是2!種。

因此全部的排列數是(2!)×(4!)=2×24=48

有48種排列方式。

1. 有物件編號1,2,3,4要做排列，但2,3必須放在最前面，共有幾種排列方法？

答案： 因為2,3要放在最前面，我們先排列1,4，排列數是2!種。

2,3要放在最前面，排列方法是2!種。

因此全部的排列數是(2!)×(2!)=2×2=4

有4種排列方式。

我們可以列出排列為：2314 2341 3214 3241

1. 承上題，假如2,3必須在一起，但可以在任何位置，共有幾種排列方法？

答案： 因為2,3要放在一起，可以先將2,3看一個物件(2,3)，

共有3個不同物件需要排列。排列數是3!種。

但(2,3)的排列方法是2!種。

因此全部的排列數是(2!)×(3!)=2×6=12

有12種排列方式。

1. 有物件編號1,2,3要做排列，1,3必須在一起，可以在任何位置，共有幾種排列方法？

答案： 因為1,3要放在一起，可以先將1,3看一個物件(1,3)，

共有2個不同物件需要排列。排列數是2!種。

但(1,3)的排列方法是2!種。

因此全部的排列數是(2!)×(2!)=2×2=4

有4種排列方式。

我們可以列出排列為：132 312 213 231

1. 數字0~99中，不出現3的數字有多少個？

答案： 我們將個位數和十位數分開看

不能出現3，所以個位數可以有9種

十位數可以有9種 (十位數為0時，該數字視為個位數)

因此共有9×9=81個數字。

以下是不可出現的數字：

3,13,23,33,43,53,63,73,83,93 (10個)

30,31,32,34,35,36,37,38,39 (9個)

0~99共有100個數字。100-10-9=81，與計算相同。

1. 數字0~99中，不出現2和4的數字有多少個？

答案： 我們將個位數和十位數分開看

不能出現2和4，所以個位數可以有8種

十位數可以有8種 (十位數為0時，該數字視為個位數)

因此共有8×8=64個數字。

1. 數字0~99中，2不出現在個位數的數字有多少個？

答案： 我們將個位數和十位數分開看

2不出現在個位數，所以個位數可以有9種

十位數可以有10種 (十位數為0時，該數字視為個位數)

因此共有10×9=90個數字。

1. 平面上有4點，任2點連成一直線，可以連成多少條直線？

答案： 4個點取任2點連成直線，

相當於從4個物件中選出2個來連成直線

因此直線數量是C==6

可以連成6條直線。同學可以在下圖畫畫看是否為6條

|  |
| --- |
|  |
|  |

1. 平面上有4點，任3點不共線，可以連成多少個三角形？

答案： 4個點取任3點連成三角形，

相當於從4個物件中選出3個來連成三角形

因此三角形數量是C==4

可以連成4個三角形。同學可以在下圖畫畫看是否為4個

|  |
| --- |
| 一張含有 文字, 體育競賽, 飛行器 的圖片  自動產生的描述 一張含有 文字, 體育競賽, 飛行器 的圖片  自動產生的描述 一張含有 文字, 體育競賽, 飛行器 的圖片  自動產生的描述 |
| 一張含有 文字, 體育競賽, 飛行器 的圖片  自動產生的描述 一張含有 文字, 體育競賽, 飛行器 的圖片  自動產生的描述 一張含有 文字, 體育競賽, 飛行器 的圖片  自動產生的描述 |

1. 有8個同學要打球，分成2隊，每隊4人，共有多少種分法？

答案： 這個問題相當於從8個物件中選出4個，剩下4個自然會是一組

因此分法是C==70

有70種分法。

1. 有8個同學要打球，分成2隊，每隊4人，而且其中有2人打的特別好，不能在同一隊，共有多少種分法？

答案： 因為有2人不能在同一隊，我們先分另外6人，每3人一隊

分法是C種，再將另外2人分進2隊，有2!種分法。

因此分法共有(2!)×C=2×=2×20=40

有40種分法。

1. 有8個同學要打球，分成2隊，每隊4人，而且其中有2人要在同一隊，共有多少種分法？

答案： 有2人在同一隊，只要從剩下的6人，選出2人在一隊即可。

因此分法共有C=2×=15

有15種分法。

1. 有3個男生和2個女生排隊，共有多少種排列方法？

答案： 有5個人，因此n=5，

將5個不同物件做排列，排列方式有5!種

5!=5×4×3×2×1=120

有120種排列方式。

1. 有3個男生和2個女生，如果選2個男生和1個女生排隊，共有多少種排列方法？

答案： 3個男生中選2人的方法是C種。

2個女生中選1人的方法是C種。

將選出的3人排列，有3!種。

因此排列方法是C×C×(3!)=3×2×6=36

有36種排列方式。

1. 有3個男生和2個女生排隊，如果男生一定要排在一起，女生一定要排在一起，共有多少種排列方法？

答案： 3個男生要排在一起，男生的排列方法有3!種。

2個女生要排在一起，女生的排列方法有2!種。

男生和女生的排列方法有2!種。

因此排列方法是(3!)×(2!)×(2!)=6×2×2=24

有24種排列方式。

1. 有3個男生和2個女生排隊，如果3個男生一定要排在前面，共有多少種排列方法？

答案： 3個男生要排在前面，男生的排列方法有3!種。

2個女生要排在後面，女生的排列方法有2!種。

因此排列方法是(3!)×(2!)=6×2=12

有12種排列方式。

1. 有3個男生和2個女生排隊，男生之間必須有間隔女生，共有多少種排列方法？

答案： 男生之間必須有間隔女生，男生的排列位置可參考下圖

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ● |  | ● |  | ● |

男生排在這3個位置的排列方式有3!種

女生的排列位置可參考下圖

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | ★ |  | ★ |  |

女生排在這2個位置的排列方式有2!種

因此排列方法是(3!)×(2!)=6×2=12，有12種排列方式。

1. 有3個男生和2個女生排隊，如果第一位是女生，最後一位是男生，共有多少種排列方法？

答案： 第一位是女生，排列方法有C種。

最後一位是男生，排列方法有C種。

中間3人排列方法有3!種。

因此排列方法是C×C×(3!)=2×3×6=36

有36種排列方式。

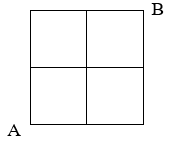
1. 有5位男人和5位女人，選出6人組成委員會，共有多少種方法？

答案： 總共有5+5=10人，要取出6人，所以是C。

C= C==210

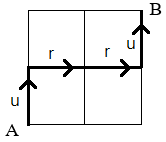
有210種方式。

1. 在下圖中，想沿著線從A走到B，路線只能往右或往上，有幾種路徑？

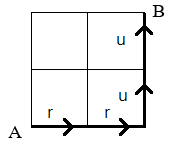


答案： 我們可以將路線往上記成u，往右記成r

以下的路徑是urru



以下的路徑是rruu



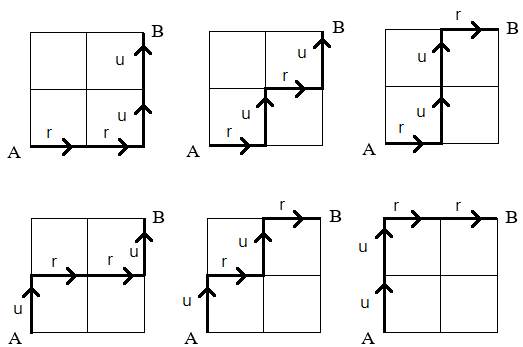
因此我們的問題可以想成是有2個r和2個u的排列

2個r是相同的，2個u是相同的，排列數是：

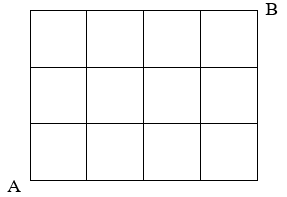
==6

有6種路徑。

以下是這6種路徑



1. 在下圖中，想沿著線從A走到B，路線只能往右或往上，有幾種路徑？



答案： 我們將路線往上記成u，往右記成r

根據上一題的推理，這是3個u和4個r的排列，3+4=7

==35

有35種路徑。

**線型方程式解的個數**

假設我們有一個方程式

*x*+*y*=4

其中*x*和*y*都是非負整數，則我們知道這個方程式的解為：

(0,4)、(1,3)、(2,2)、(3,1)、(0,4)

共有5個解。

這個線型方程式想求得解的個數，我們可以想像是1個+號和4個1，每種排列方式都對應一個解。

+1111對應(0,4)

1+111對應(1,3)

11+11對應(2,2)

111+1對應(3,1)

1111+對應(4,0)

1個+號和4個1排列，n=1+4=5

==5

有5種排列方式，也就是有5個解。

1. 方程式*x*+*y*+*z*=5有多少個非負整數解？

答案： 我們看成是2個+和5個1做排列，n=2+5=7

==21

有21種排列方式，也就是有21個解。

1. 有2對夫婦，排成一列，共有幾種排列方式？

答案： n=2×2=4

排列方式有4!=4×3×2×1=24(種)

1. 有2對夫婦，排成一列，且同一對夫婦必須排在一起，共有幾種排列方式？

答案： 同一對夫婦必須排在一起，有2對夫婦，可以看成是2個物件排列。

2個物件的排列方法數是2!

每對夫婦之間的排列方法數都有2!種

共有2對夫婦

因此排列方式有(2)×(2!)×(2!)=8(種)

1. 有4位男士和3位女士，要選出4人組成委員會，其中女士至少要2位，有多少種選擇方法？

答案： 委員會組成方式有2女2男和3女1男

2女2男：選出2女的方式是C，選出2男的方式是C

3女1男：選出3女的方式是C，選出1男的方式是C

因此選擇方式有

C×C+ C×C=3×6+1×4=22

有22種選擇方法。

1. 有2位男士和2位女士，要選出3人組成委員會，其中男女都至少要1位，有多少種選擇方法？

答案： 委員會組成方式有1男2女和2男1女

1男2女：選出1男的方式是C，選出2女的方式是C

2男1女：選出2男的方式是C，選出1女的方式是C

因此選擇方式有

C×C+ C×C=2×2=4

有4種選擇方法。

設男士是m1、m2，女士是w1、w2

4種選擇方式是

(1) m1、m2、w1

(2) m1、m2、w2

(3) m1、w1、w2

(4) m2、w1、w2

1. 有5位男士和4位女士，要選出2男2女組成委員會，有多少種選擇方法？

答案： 選出2男的方式是C，選出2女的方式是C

因此選擇方式有

C×C=10×6=60

有60種選擇方法。

1. 有5位男士和4位女士，要選出2男2女組成委員會，有多少種選擇方法？

答案： 選出2男的方式是C，選出2女的方式是C

因此選擇方式有

C×C=10×6=60

有60種選擇方法。

1. 有6位男士和7位女士，要選出3男3女組成委員會，有多少種選擇方法？

答案： 選出3男的方式是C，選出3女的方式是C

因此選擇方式有

C×C=20×35=700

有700種選擇方法。

1. 有6位男士和7位女士，要選出3男3女組成委員會，但其中有2位女士不能同時參加，有多少種選擇方法？

答案： 選出3男的方式是C

至於選出3女的方式，我們可以把

[選出3女的全部方式]減去[2女一起參加的方式]

來得到[2女不一起參加的方式]

選出3女的全部方式是C

2女一起參加，只要從剩下5女選出1人參與，因此方式是C

因此2女不一起參加的方式是C- C

因此選擇方式有

C×(C- C) =20×(35-5)=600，有600種選擇方法。

1. 有1,2,3,4,5，5個數字做排列，頭尾都要是奇數，有多少種排列方法？

答案： 奇數有1,3,5共3個，選出2個排在頭跟尾，方法數有C

剩下3個數字排列，方法數有P

因此排列方式有

C×P=(3×2)×(3×2×1)=36

有36種排列方法。

1. 有1,2,3,4,5，5個數字做排列，頭尾至少有一個是偶數，有多少種排列方法？

答案： 我們可以利用

[5個數字任意排列]減去[頭尾都是奇數]

來得到[頭尾至少有一個是偶數]的排列方法

5個數字任意排列的方法是P

頭尾都是奇數的排列方法，我們在前一題計算過了，是C×P

因此排列方式有

P-C×P=(5×4×3×2×1)-(3×2)×(3×2×1)=120-36=84

有84種排列方法。

1. 有1,2,3,4,5，5個數字做排列，2和4之間恰有夾1個數字，且2一定排在4前面，有多少種排列方法？

答案： 我們先從3個數字選出1個夾在2和4之間，方法是C

假如選出的是x，則我們有[2x4]和另外剩下2個數字排列，

也就是3個物件排列，排列方法是3!

因此排列方式有

C×3! =3×(3×2×1)=3×6=18

有18種排列方法。

1. 有0,1,2,3,4,5，6個數字，選出3個數字組成三位數，數字不可重複使用，可以組出多少種三位數？

答案： 三位數有百位數、十位數、個位數

百位數：不可為0，因此有5個選擇

十位數：可以選0，且數字不可重複，因此剩下5個選擇

個位數：可以選0，且數字不可重複，因此剩下4個選擇

因此選擇方法有5×5×4=100

可以組出100種三位數。

1. 有0,1,2,3,4,5，6個數字，選出3個數字組成三位數，數字不可重複使用，且個位數是0，可以組出多少種三位數？

答案： 三位數有百位數、十位數、個位數

百位數：不可為0，因此有5個選擇

十位數：個位數是0，所以十位數不可選0，剩下4個選擇

個位數：只能選0，只有1個選擇

因此選擇方法有5×4×1=20

可以組出20種三位數。

1. 有0,1,2,3,4,5，6個數字，選出3個數字組成三位數，數字不可重複使用，且個位數是5，可以組出多少種三位數？

答案： 三位數有百位數、十位數、個位數

百位數：不可為0,5，因此有4個選擇

十位數：不可為5，剩下4個選擇

個位數：只能選0，只有1個選擇

因此選擇方法有4×4×1=16

可以組出16種三位數。

1. 有0,1,2,3,4,5，6個數字，選出3個數字組成三位數，數字不可重複使用，且三位數是5的倍數，可以組出多少種三位數？

答案： 三位數有百位數、十位數、個位數

三位數是5的倍數，表示個位數是0或5

在前兩題中，我們已經算出個位數是0的三位數有20個

個位數是5的三位數有16個

因此三位數是5的倍數有20+16=36個。

1. 有1,2,3,4，4個數字，選出2個數字組成二位數，數字不可重複，可以組出多少個二位數？

答案： 這題相當於從4個物件選出2個做排列，因此是P

P=4×3=12，有12個二位數。

1. 承上題，這12個二位數的數字總和是多少？

答案： 十位數選擇1的時候，個位數有3個選擇(2,3,4)

所以這3個數字的十位數1×3

十位數選擇2的時候，個位數有3個選擇(1,3,4)

所以這3個數字的十位數總和是2×3

同理十位數選擇3的時候，十位數總合是3×3，

十位數選擇4的時候，十位數總合是4×3，

所以全部的十位數總合是(1+2+3+4) ×3

同理個位數總和也是(1+2+3+4) ×3

因此二位數總和是(1+2+3+4)×3×10+(1+2+3+4)×3=300+30=330

1. 0到99的數字中，不含5的數字有多少個？

答案： 先看個位數，不含5個數字有9個

十位數不含5個數字也有9個 (十位數為0視為個位數)

因此數字共有9×9=81個

1. 0到99的數字中，至少含有一個5的數字有多少個？

答案： 全部0到99的數字，減去不含5的數字，就是至少含有1個5的數字

0~99有100個數字

因此至少含有1個5的數字共有100-81=19個

1. 從1~9選擇3個數字，組成三位數，且必須是3的倍數，共有多少種組法？

答案： 假如三位數n1n2n3是3的倍數，則n1+n2+n3是3的倍數，如

213是3的倍數(2+1+3=6)

174是3的倍數(1+7+4=12)

519是3的倍數(5+1+9=15)

345是3的倍數(3+4+5=12)

145不是3的倍數(1+4+5=10)

所以我們要從1~9的數字中，選出3個不重複的，其總和為3的倍數。

我們將1~9的數字分成3組：

1. 1,4,7
2. 2,5,8
3. 3,6,9

分成這三組之後有以下兩點特性

1. 每一組數字的和都是3的倍數
2. 從A、B、C三組各選1個數字，這3個數字的總和是3的倍數

例如從A選1、B選5、C選6，得到156，1+5+6是3的倍數

例如從A選7、B選2、C選9，得到729，7+2+9是3的倍數

根據(a)每一組數字的和都是3的倍數

組合方法有C×P=3×3!=18

根據(b)從A、B、C三組各選1個數字，這3個數字的總和是3的倍數

組合方法有C×C×C×P=3×3×3×3!=162

因此3的倍數共有18+162=180種組法

1. 從0到9的數字中，選出3個相異數字組成三位數，且偶數與偶數不能相鄰，奇數與奇數不能相鄰，有多少種組法？

答案： 0到9的數字中，有5個偶數和5個奇數

三位數有[奇偶奇]和[偶奇偶]兩種組法

[奇偶奇]：

百位數有5個選擇，十位數有5個選擇，個位數有4個選擇

有5×5×4=100種組法

[偶奇偶]：

百位數不能為0

百位數有4個選擇，十位數有5個選擇，個位數有4個選擇

有4×5×4=80種組法

因此共有100+80=180種組法

1. 將英文字a l i b a b a重新排列，有多少種排法？

答案： n=7

r=3，因為a有3個，共有種排列。

1. 將英文字母a a b b c d e重新排列，a和a要連在一起，b和b要連在一起，有多少種排法？

答案： 可以將aa視為1個物件，bb視為1個物件，其他尚有3個物件，共有2+3=5個物件

排列方法有5!=5×4×3×2×1=120種

1. 將英文字母a a b b c d e重新排列，a和a要連在一起，b和b要連在一起，且aa和bb也要連在一起，有多少種排法？

答案： 可以將[aa bb]視為1個物件，其他尚有3個物件，共有3+1=4個物件

4個物件的排列方法是4!種

[aa bb]內的排列方法有2!種(aabb和bbaa)

因此排列方法有4!×2!=(4×3×2×1)×(2×1)=48種

1. 將英文字母a a b b c d e重新排列，a和a不能連在一起，b和b不能連在一起，a和b不能連在一起，有多少種排法？

答案： 排列方式可以化成下圖

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | ★ |  | ★ |  | ★ |  |

我們先將cde放到★的位置，有3!種排法。

再將2個a與2個b放到空格，有種排法

3!×=(3×2×1)×=6×6=36

因此排列方法有36種

1. 數字00122有多少種排法？

答案： 共有5個數字，n=5

其中2個0相同，2個2相同

因此排列方法有==30種

1. 數字00122排成五位數，有多少種排法？

答案： 五位數的萬位不能是0

萬位是1：剩下0022排列，排法有

==6種

萬位是2：剩下0012排列，排法有

==12種

因此排列方法共有6+12=18種

1. 數字00122排成五位數，且是5的倍數，有多少種排法？

答案： 5的倍數必須個位數是0或5，本題中只有0。

萬位是1，個位數是0：剩下022排列，排法有

==3種

萬位是2，個位數是0：剩下012排列，排法有

3!=6種

因此排列方法共有3+6=9種

1. 1,1,2,3,4，5個數字中取3個排成三位數，且2個1都必須取到，有多少種排法？

答案： 先決定2個1要在三位數中的哪兩個位置，選法是C

還要從剩下3個數字中選1個來排，選法是C

因此排列方法共有C×C=3×3=9種

1. 1,1,2,3,4，5個數字中取3個排成三位數，且3個數字都相異，有多少種排法？

答案： 3個數字都相異，相當於從1,2,3,4取3個數字排成三位數，選法是P

P=4×3×2=24

因此排列方法共有24種

1. 1,1,2,3,4，5個數字中取3個排成三位數，有多少種排法？

答案： 可以分成2個1都取到，以及只取1個1，兩種狀況

2個1都取到：同(55)題，有9種

只取1個1，同(56)題，有24種

因此排列方法共有9+24=33種

1. 1,1,2,3,4，5個數字中取3個排成三位數，百位數為1，有多少種排法？

答案： 百位數為1，剩下1,2,3,4排在2個位置，所以是P

P=4×3=12

因此排列方法共有12種

1. 1,1,2,3,4，5個數字中取3個排成三位數，且三位數大於200，有多少種排法？

答案： 三位數大於200，也就是全部的三位數減去百位數為1的三位數

全部的三位數，同(57)題，有33種

百位數為1的三位數，同(58)題，有12種

大於200的三位數有33-12=21種

1. 1,1,1,2,2,3，6個數字中取3個排成三位數，有多少種排法？

答案： 我們分成三種狀況

1. 3個數字都相同

只有111這1種狀況

1. 2個數字相同，1個不同，又可以分為有2個1或2個2
   1. 2個1

將2個1放入3個位置中的2個位置，有種方法

剩下2,3要選1個排入，有2種選法

有2×3=6種

* 1. 2個2

將2個1放入3個位置中的2個位置，有種方法  
剩下1,3選1個排入，有2種選法

有2×3=6種

1. 3個數字都不同

等於把1,2,3排成三位數，有3!=6種

因此全部的排列方法共有1+6+6+6=19種

19種排列方法是

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 1. 111 | 1. 112 | 1. 113 | 1. 121 | 1. 131 |
| 1. 211 | 1. 311 | 1. 221 | 1. 223 | 1. 212 |
| 1. 232 | 1. 122 | 1. 322 | 1. 123 | 1. 132 |
| 1. 213 | 1. 312 | 1. 231 | 1. 321 |  |

在上面

1是3個數字相同

2到7是2個1相同

8到13是2個2相同

14到19是3個數字都不同