**(38)直線的一些特別性質**

我們通常用*y*＝*ax*＋*b*來表示一條直線，現在我們看一下*y*＝*ax*＋*b*中的*b*有什麼意義。

令*x*＝0，我們就得到

*y*＝*b*

所以所謂的*b*，其實表示*y*＝*ax*＋*b*和*y*軸的交點(0,*b*)。換句話說，|*b*|是*y*＝*ax*＋*b*在*y*軸上的高度。如下圖：



例1： *y*＝3*x*＋7



例2： *y*＝2*x*6



假設我們有一條直線*y*＝*ax*＋*b*，這條直線將平面分成兩個半平面S1和S2，如下圖：



在S1，如果有一條直線*y*＝*ax*＋*b*1，則*b*1> *b*。

在S2，如果有一條直線*y*＝*ax*＋*b*2，則*b*2<*b*。

下圖可以解釋以上的敘述：



例3： 有一直線*y*＝*x*＋6，其上方為S1，下方為S2。

*y*＝*x*＋9，在S1內，它與*y*軸交點為(0,9)。

*y*＝*x*＋6，它與*y*軸交點為(0,6)。

*y*＝*x*＋3，在S2內，它與*y*軸交點為(0,3)。

如下圖：



例4： 有一直線*y*＝*x*＋4，其上方為S1，下方為S2。

*y*＝*x*＋6，在S1內，它與*y*軸交點為(0,6)。

*y*＝*x*＋4，它與*y*軸交點為(0,4)。

*y*＝*x*＋2，在S2內，它與*y*軸交點為(0,2)。

如下圖：



根據以上的討論，我們可以得到以下的結論：

1. 假設點(*x*0 , *y*0)在直線*y*＝*ax*＋*b*上，則
*y*0＝*ax*0＋*b*∴ *y*0 *ax*0＝*b*
2. *y*＝*ax*＋*b*將平面分成S1和S2。
3. 假設點(*x*0 , *y*0)在S1，且在直線*y*＝*ax*＋*b*1上，則
*y*0＝*ax*0＋*b*1，且*b*1> *b*。
∴ *y*0 *ax*0＝*b*1> *b*
4. 假設點(*x*0 , *y*0)在S2，且在直線*y*＝*ax*＋*b*2上，則
*y*0＝*ax*0＋*b*2，且*b*2< *b*。
∴ *y*0 *ax*0＝*b*2< *b*

因此我們有以下的結論：

1. 在S1內的任意點(*x*0 , *y*0)，滿足*y*0 *ax*0> *b*
2. 在S2內的任意點(*x*0 , *y*0)，滿足*y*0 *ax*0< *b*

我們也可以做以下的結論：

1. 如果點(*x*0 , *y*0)滿足*y*0 *ax*0> *b*，則點(*x*0 , *y*0)在S1內。
2. 如果點(*x*0 , *y*0)滿足*y*0 *ax*0< *b*，則點(*x*0 , *y*0)在S2內。

例5： 有一直線*y*＝3*x*＋4

*a*＝3、*b*＝4

1. (*x*0 , *y*0)＝(1,7)是直線*y*＝3*x*＋4上的一點
因為*y*0 *ax*0＝73×1＝4＝*b*＝4
2. (*x*0 , *y*0)＝(1,9)在S1內，
因為*y*0 *ax*0＝93×1＝6>*b*＝4
3. (*x*0 , *y*0)＝(1,2) 在S2內，
因為*y*0 *ax*0＝23×1＝1<*b*＝4
4. (*x*0 , *y*0)＝(3,15) 在S1內，
因為*y*0 *ax*0＝153×3＝9>*b*＝4
5. (*x*0 , *y*0)＝(4,3) 在S2內，
因為*y*0 *ax*0＝33×4＝9<*b*＝4

以上的直線和點如下圖：



例6： 有一直線*y*＝2*x*＋5

*a*＝2、*b*＝5

1. (*x*0 , *y*0)＝(2,1) 是直線*y*＝2*x*＋5上的一點
因為*y*0 *ax*0＝12)×2＝5＝*b*＝5
2. (*x*0 , *y*0)＝(2,10)在S1內，
因為*y*0 *ax*0＝102)×(2)＝6>*b*＝5
3. (*x*0 , *y*0)＝(2,2) 在S2內，
因為*y*0 *ax*0＝22)×(2)＝2<*b*＝5
4. (*x*0 , *y*0)＝(0,5) 是直線*y*＝2*x*＋5上的一點
因為*y*0 *ax*0＝52)×0＝5＝*b*＝5

以上的直線和點如下圖：

