(37)直線與向量

同學們一定已經對直線有觀念了，我們在過去常說"兩點決定一條線"，這是正確的，但是現在我們又學會了向量，我們可以將直線和向量連接起來了。

請看下圖，這張圖中有兩條直線，大家一定會認為這兩條線是平行的。為什麽平行?理由很簡單，它們的方向都是相同的。



再看下圖，這張圖中也有兩條線，一看就知道這兩條直線相交，因為它們的方向是不同的。



假設有一條直線，是線上的一點，是線上的另一點。

因此我們可以知道這一條直線的方向可以用向量來代表，直線的方程式可以用以下的方程式來代表。

以上式子中的t可以為任何實數，我們可以將這種直線的的表示方法稱之為參數表示法。

參數表示法的要義如下:

如果一條直線通過，方向是，則此直線可由以下的方程式表示:

確定了直線的斜率，如下圖:



下圖顯示了各種方向向量的圖形:



同學們一定會有一個疑問，在過去，直線的方程式是ax+by+c=0或y=ax+b，

現在參數直線方程式是

這兩種表示可以互換嗎?

先考慮參數直線表示法

將代入，得

我們可以令

第(3)式就是y=ax+b

(1)直線通過

由(1.1)得

t=x-2………(1.3)

將(1.3)代入(1.2)，得

y=3+4(x-2)

∴ y=4x+3-8=4x-5………(1.4)

我們也可以直接用公式(3)

y=4x+3-4(2)=4x+3-8=4x-5，和(1.4)相同

我們先要檢查是否在直線上

y=4x-5

令x=2，

∴ (2, 3)在y=4x-5上

y=4x-5的斜率是4，

這幾乎是不用查的，因為公式(3)就是

x的係數是直線的斜率，所以這個公式滿足了原來關於直線方向的要求。

(2)直線通過

我們直接用公式(3)

我們可以檢查(3, -1)是否在此直線上

將x=3代入

∴(3, -1)在上

(3)直線通過

利用公式(3)

y=2x+3-4

y=2x-1

一條直線的方向可以用來表示，這條直線的斜率是，因此我們對任何一個，都用(1, a)來表示，其中a就是。

一旦v=(1, a)，公式(3)就變得更簡單了，原來的直線方程式是

因為v=(1, a)，而且，我們可以得到以下的公式

(4)重做第(2)題

直線通過(3, -1)，原來的，所得到的直線方程式是

假如我們用

由公式(4)，我們可得

我們用v=(1, a)，得到的直線方程式是一樣的

(5)重做第(3)題

直線通過(2, 3)，，所得到的直線方程式是y=2x-1

假如我們用

則

y=2x+3-2×2＝2x+3-4=2x-1

得到的答案和用是一樣的

在此以前，我們都是先知道參數直線表示法，然後可以求得直線方程式。在下面，我們要告訴同學，如果我們知道了直線方程式，也可以求得參數直線方程式的。

(6)直線方程式y=5x-7

先求這個直線上的任一點，令x=0，則y=-7，所以是y=5x-7上的一點。

y=5x-7表示此直線的斜率是5，故

參數表示法的公式是

x=0+t

y=-7+5t

(7)直線方程式

令x=1，

在此直線上

∴參數表示法的方程式是

x=1+t………(7.1)

我們可以驗證做得對不對

由7.1得t=x-1，將此代入7.2

如果我們令x=0，則在此直線上，參數表示法的方程式是

x=0+t

兩個方程式合併，可得

(8)直線方程式 y=2x-9

令x=0，y=-9，故在此直線上，

x=0+t

y=-9+2t

兩方程式合併，

y=-9+2x

y=2x-9