**(22) 向量**

講向量前,我們要從點談起,假設我們有兩點:A(x1,y1)和B(x2,y2),我們要知道A、B兩點的直線距離。

A(x1,y1)

B(x2,y2)和B(x2,y2)

C

y

x

∴

(1) A=(3,-1) , B(-5,3)

∴

(2) A=(-1,5) , B(3,-6)

∴

除了兩點之間的距離，我們還想知道兩點所連成的直線方向，請看下圖:

B

B

B

A

A

A

B

A

我們的直線線段有一個起點P(x1,y1)和一個終點Q(x2,y2)

Q(x2,y2)和B(x2,y2)

y2-y1

P(x1,y1)

θ

x2-x1

因此我們知道P和Q在平面上的座標，我們可以用三角函數來決定θ角的值:

(3) P=(1,2) ,Q=(4,5)

Q

y

45 o

P

x

(4) P=(1,2) ,Q=(1,3)

y

x

P

Q

P

90 o

(5) P=(0,0) ,Q=(-1,1)

x

y

Q

135 o

所謂向量，可以說向量是一個有長度和方向的數學量。

因此我們知道一個線段的起點和終點，我們可以決定線段的長度。令起點P(x1,y1)、終點Q(x2,y2)，這個線段的長度就是

Q(x2,y2)和B(x2,y2)

P(x1,y1)

θ

y2-y1

x2-x1

這個線段的方向由(y2-y1)和(x2-x1)來決定，因此一個向量方向用(y2-y1)和(x2-x1)來表示。我們在討論向量時，是不管它在平面上的位置的。

向量通常用一個箭號表示。圖示代表一個向量，代表的長度。向量所代表的線段一定有一個起點(x1, y1)和終點(x2, y2)。所以

(x2-x1), (y2-y1))。

(6) =(5,3) ，是一個向量，因此(x2-x1)=5，(y2-y1)=3。

已知的長度是

的方向可由它對x軸的夾角θ來看

(7) =(-5,3)

(x2-x1)=-5，(y2-y1)=3

向量在日常生活中常被用到的，比方說，我們常說向東走一公里或者說，學校在家的東北方，距離是35公里，這些話都可用向量來描寫的。

向量在物理上更是非常重要，因此力有大小和方向性，向量在通訊上也相當重要，這些到了大學就可以學會了。

(8) =(3,-7) ,已知起點是(1,3)求終點座標。

設終點Q=(x,y)

則 x-1=3 ∴x=4

y-(-7)=3 ∴y=-4

終點Q=(4,-4)

假如我們已知以及和x軸的夾角，就可以求得請看下圖:

Q(x2,y2)和B(x2,y2)

P(x1,y1)

θ

y2-y1

x2-x1

(9)已知,和x軸的夾角是,求。

令起點P(x1,y1)、終點Q(x2,y2),則=(x2-x1,y2-y1)

∴

(10)已知,,求。

令起點和終點分別P(x1,y1)和Q(x2,y2),則=(x2-x1,y2-y1)

∴

向量的加減

我們時常說，你至少向東走兩公里，再往北走一公里，這時我們就有兩個向量，一個向東一個向北，如下圖所示:







我們至少看上

下圖也是兩個向量的加減







假設，令

(11) 已知，，求。







5

4

1



(12) ，，求。

5





4

4

(13) ，，已知，求。

令



∴ = (a1+b1 , a2+b2)

(14) 請畫出以下的向量：

(a) (1, 1)

(b) (1, -1)

(c) (-1, 1)

(d) (-1, -1)

