**(19)更多的三角函數公式**

**半角公式**

1. 證明：  
   ∵  
   ∴  
   (等號右端取正或取負，由所在的象限決定)
2. (等號右端取正或取負，由所在的象限決定)  
   證明的方法同上
3. 利用以上兩個公式即可證明
4. ，求和。
5. ，求和。

**和積互化公式**

1. 2sinαcosβ＝sin(α＋β)＋sin(αβ)  
   證明：  
   sin(α＋β) ＝sinαcosβ＋cosαsinβ…(1)  
   sin(αβ) ＝sinαcosβcosαsinβ…(2)  
   (1)＋(2)得  
   2sinαcosβ＝sin(α＋β)＋sin(αβ)
2. 2cosαsinβ＝sin(α＋β)sin(αβ)  
   證明方法同6.
3. 2cosαcosβ＝cos(α＋β)＋cos(αβ)  
   證明：  
   cosα＋β) ＝cosαcosβsinαsinβ…(1)  
   cos(αβ) ＝cosαcosβ＋sinαsinβ…(2)  
   (1)＋(2)得  
   2cosαcosβ＝cos(α＋β)＋cos(αβ)
4. 2sinαsinβ＝cos(αβ)cos(α＋β)  
   證明方法同8.
5. 已知α＝30°，β＝60°，驗證2sinαcosβ＝sin(α＋β)＋sin(αβ)  
   過程：

sinα＝sin30°＝  
cosβ＝cos60°＝

2sinαcosβ＝  
sin(α＋β)＝sin(30°＋60°) ＝sin90°＝1  
sin(αβ) ＝sin(30°60°) ＝sin(-30°)＝  
sin(α＋β)＋sin(αβ)＝1＋()＝

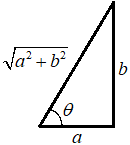
因此α＝30°，β＝60°時，2sinαcosβ＝sin(α＋β)＋sin(αβ)

1. 已知α＝60°，β＝30°，驗證2cosαcosβ＝cos(α＋β)＋cos(αβ)  
   過程：

cosα＝cos60°＝  
cosβ＝cos30°＝

2cosαcosβ＝  
cos(α＋β)＝cos(60°＋30°) ＝cos90°＝0  
cos(αβ) ＝cos(60°30°) ＝cos30°＝  
cos(α＋β)＋cos(αβ)＝0＋＝  
因此α＝60°，β＝30°時，2cosαcosβ＝cos(α＋β)＋cos(αβ)

**互餘函數的疊合**

1. 設*a,b*為實數，且*a*2＋*b*2≠0，則：  
      
   θ滿足：、  
   證明：  
   我們可以想像有一個直角三角形  
     
   在三角形中：  
   、  
   所以

可寫成函數形式：

1. 將寫成的形式，並以*x*＝60°驗證。  
   過程：  
   滿足此條件的θ為30°  
   因此可寫成   
     
   *x*＝60°時  
   可知=在*x*＝60°時正確。
2. 將寫成的形式，並以*x*＝45°驗證。

過程：  
滿足此條件的θ為45°  
因此可寫成   
  
*x*＝45°時  
可知=在*x*＝45°時正確。

和差化積公式

15. ,求證:

我們已知

令 A=α+β

B=α-β

∴

故得證

16.用同樣的方法,可以得到

17.驗證

令A=, B=6

∵

∴

18.驗證

令A=6, B=

∴

∴