**(19)更多的三角函數公式**

**半角公式**

1. 證明：
∵
∴
(等號右端取正或取負，由所在的象限決定)
2. (等號右端取正或取負，由所在的象限決定)
證明的方法同上
3. 利用以上兩個公式即可證明
4. ，求和。
5. ，求和。

**和積互化公式**

1. 2sinαcosβ＝sin(α＋β)＋sin(αβ)
證明：
sin(α＋β) ＝sinαcosβ＋cosαsinβ…(1)
sin(αβ) ＝sinαcosβcosαsinβ…(2)
(1)＋(2)得
2sinαcosβ＝sin(α＋β)＋sin(αβ)
2. 2cosαsinβ＝sin(α＋β)sin(αβ)
證明方法同6.
3. 2cosαcosβ＝cos(α＋β)＋cos(αβ)
證明：
cosα＋β) ＝cosαcosβsinαsinβ…(1)
cos(αβ) ＝cosαcosβ＋sinαsinβ…(2)
(1)＋(2)得
2cosαcosβ＝cos(α＋β)＋cos(αβ)
4. 2sinαsinβ＝cos(αβ)cos(α＋β)
證明方法同8.
5. 已知α＝30°，β＝60°，驗證2sinαcosβ＝sin(α＋β)＋sin(αβ)
過程：

sinα＝sin30°＝
cosβ＝cos60°＝

2sinαcosβ＝
sin(α＋β)＝sin(30°＋60°) ＝sin90°＝1
sin(αβ) ＝sin(30°60°) ＝sin(-30°)＝
sin(α＋β)＋sin(αβ)＝1＋()＝

因此α＝30°，β＝60°時，2sinαcosβ＝sin(α＋β)＋sin(αβ)

1. 已知α＝60°，β＝30°，驗證2cosαcosβ＝cos(α＋β)＋cos(αβ)
過程：

cosα＝cos60°＝
cosβ＝cos30°＝

2cosαcosβ＝
cos(α＋β)＝cos(60°＋30°) ＝cos90°＝0
cos(αβ) ＝cos(60°30°) ＝cos30°＝
cos(α＋β)＋cos(αβ)＝0＋＝
因此α＝60°，β＝30°時，2cosαcosβ＝cos(α＋β)＋cos(αβ)

**互餘函數的疊合**

1. 設*a,b*為實數，且*a*2＋*b*2≠0，則：

θ滿足：、
證明：
我們可以想像有一個直角三角形

在三角形中：
、
所以

可寫成函數形式：

1. 將寫成的形式，並以*x*＝60°驗證。
過程：
滿足此條件的θ為30°
因此可寫成

*x*＝60°時
可知=在*x*＝60°時正確。
2. 將寫成的形式，並以*x*＝45°驗證。

過程：
滿足此條件的θ為45°
因此可寫成

*x*＝45°時
可知=在*x*＝45°時正確。

和差化積公式

 15. ,求證:

我們已知

令 A=α+β

B=α-β

∴

故得證

16.用同樣的方法,可以得到

17.驗證

令A=, B=6

∵

∴

18.驗證

令A=6, B=

∴

∴