

(50)機率-1(擲骰子)

有些事件我們可以確定一定會發生的，例如：

1. 每天早上太陽升起。
2. 蘋果熟了會落下來。
3. 任何動物最終會死亡。

但是也有很多事件，是無法確定的，如：

1. 有一袋水果裡面有 6 個橘子和 5 個桃子，隨便拿一個，拿出來的是桃子。
2. 擲一個骰子得到 2。
3. 丟一個銅板落下，正面朝上。
4. 翻一本書，所翻頁數是偶數頁。

機率是數學的重要領域，要討論的是一個事件可能發生的程度，我們看以下的例子：

1. 假設一個袋子裡有 100 個橘子和 1 個桃子，隨機拿出一個水果，拿出橘子的機率大於桃子。
2. 擲一個骰子結果是 2 的機率，和結果是 5 的機率是一樣的。

我們討論一個事件發生的機率，就必須給這個事件一個明確的定義，如下：

1. 擲骰子的結果是 5。
2. 丟銅板的結果是反面。
3. 擲骰子的結果是偶數。
4. 連續丟兩次骰子的結果都是 1。
5. 連續丟兩次骰子的結果都是相同的。

除了符合我們的條件的事件之外，我們一定也要知道所有同樣可能發生的事件，例如：

1. 擲骰子的結果共有 6 種可能，只會出現 1,2,3,4,5,6。
2. 丟銅板只有正和反 2 種可能。
3. 連丟兩次銅板共有 4 種可能，正正、正反、反正、反反。
4. 連丟兩次骰子 共有 36 種可能如下：

1,1 1,2 1,3 1,4 1,5 1,6

2,1 2,2 2,3 2,4 2,5 2,6
3,1 3,2 3,3 3,4 3,5 3,6
4,1 4,2 4,3 4,4 4,5 4,6
5,1 5,2 5,3 5,4 5,5 5,6
6,1 6,2 6,3 6,4 6,5 6,6

我們定義了一個特定事件以後，出現這個事件的機率是

$$\frac{\text{符合條件的事件總數}}{\text{所有同樣可能情形事件的總數}}。$$

根據以上的討論，我們在這一章討論擲骰子的機率。

1. 擲骰子的結果是 3 的機率。

符合條件的事件只有 1 個，但擲骰子可能有 6 種結果，因此這個機率是 $\frac{1}{6}$ 。

2. 擲骰子的結果是 2 或 5 的機率。

符合條件的事件只有 2 個，因此這個機率是 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ 。

3. 擲骰子的結果是偶數的機率。

擲骰子的結果中有 2,4,6 是偶數，因此這個機率是 $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ 。

4. 擲骰子的結果是質數的機率。

擲骰子的結果中有 1,3,5 是質數，因此這個機率是 $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ 。

5. 擲兩次骰子結果和是 3 的機率。

擲兩次骰子，而總和是 3 的事件有兩個，(1,2)和(2,1)，擲兩次骰子，一共有 36 種可能結果，因此這個機率是 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ 。

6. 擲兩次骰子結果和是 5 的機率。

擲兩次骰子，而總和是 5 的事件有 4 個，(1,4)、(2,3)、(3,2)、(4,1)，此機率是 $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$ 。

7. 擲兩次骰子，結果都是 2 的機率。

要解決這個問題，有兩種做法：

方法一：擲第一個骰子，其結果是 2 的機率是 $\frac{1}{6}$ ，擲第二個骰子其結果是 2 的機率也是 $\frac{1}{6}$ ，因此兩次結果都是 2 的機率是 $\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$ 。

方法二：我們看上圖就可以發現，擲兩次骰子有 36 種可能的結果，但是只有一個結果是 (2,2)，所以這個機率是 $\frac{1}{36}$ 。

8. 擲兩次骰子，其結果都相同的機率。

要解決的這個問題有兩個方法：

方法一：看上圖，我們可以發現，以下都是相同結果的事件：(1,1)、(2,2)、(3,3)、(4,4)、(5,5)、(6,6)。一共有 6 個符合條件，因此這個機率是 $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ 。

方法二：第一次擲骰子，擲出的結果與機率無關，這可能是 1 到 6 中間的任一個，但擲第二次，一定要擲出同一個數字，因此機率是 $\frac{1}{6}$ 。

9. 擲一次骰子，其結果是小於 3 的機率。

擲骰子的結果有 6 種，其中只有 1 和 2 是小於 3 的，所以這題的機率是 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ 。

10. 擲一次骰子，其結果是大於 2，但小於 5 的機率。

擲骰子的結果有 6 種，其中只有 3 和 4 符合條件，所以此題的機率是 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ 。