

(33) 線性函數

函數有很多種，最常用的是線性函數，線性函數的公式是：

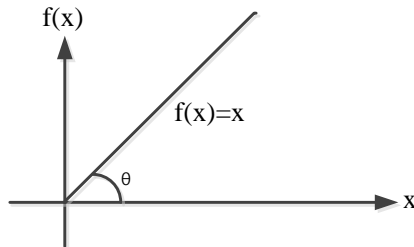
$$f(x) = ax + b$$

我們假設 $a > 0, b = 0$ ，則 $f(x) = a < b$

1. $a = 1$

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f(x)$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

我們可以看出 $f(x) = x$ 的圖形如下：

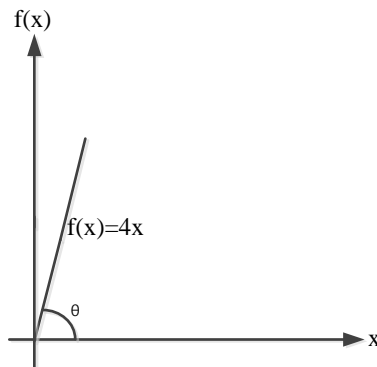


$f(x) = x$ 一定會和 x 軸相交，相交的角 $\theta = 45^\circ$ ，因為 $\frac{f(x)}{x} = 1$ ， $\tan \theta = 1$ ，所以 $\theta = 45^\circ$ 我們可以看出 $f(x) = x$ 有一個特點，那就是 x 增加時， $f(x)$ 必增加。

2. $f(x) = 4x$

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f(x)$	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40

$f(x) = 4x$ 的圖形如下：



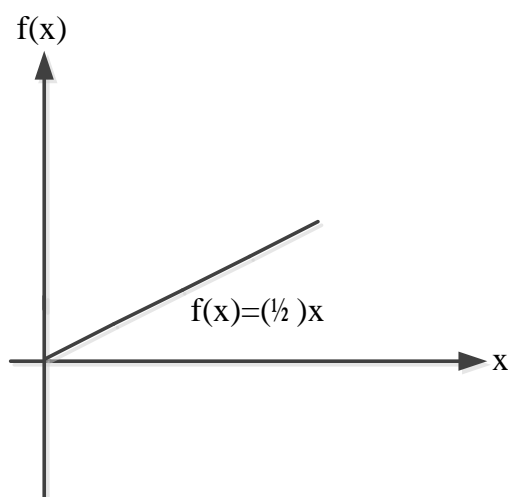
我們可想而知 $\theta > 45^\circ$ ， $f(x)$ 也隨 x 增加而增加，但是 $f(x)$ 增加得更加快，以 $x = 10$ 為例，如果 $f(x) = x$ ，則 $f(10) = 10$ 。如果 $f(x) = 4x$ ， $f(10) = 40$ 。

從這個例子，我們可以知道 a 如果是一個很大的值， $f(x) = ax$ 的值就會隨著 x 而快速的增加，假設 $f(x) = 100x$ ， $f(10) = 1000$

3. $f(x) = \frac{x}{2}$

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f(x)$	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5

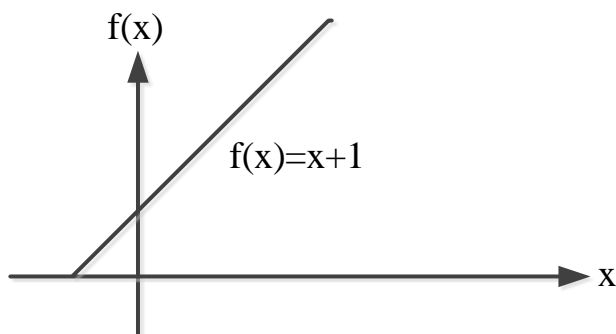
$f(x) = \frac{x}{2}$ 的圖形如下：



因為 $a < 1$ ， $f(x) = ax$ 的增加就小了很多。

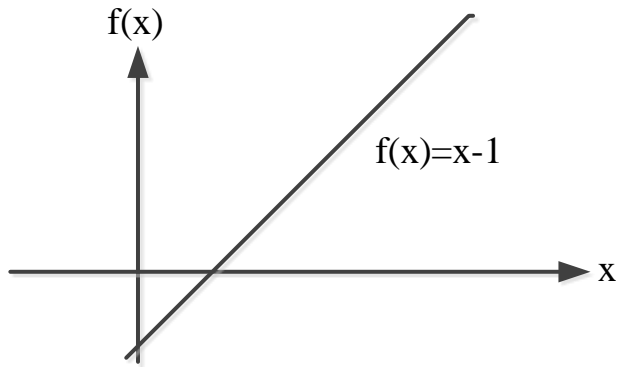
4. $f(x) = x + 1$

這條直線的圖形如下：

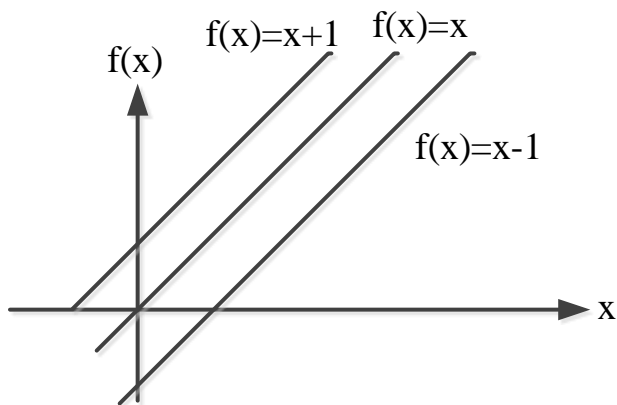


5. $f(x) = x - 1$

這條直線的圖形如下



我們可以將 $f(x) = x + 1$, $f(x) = x$ 和 $f(x) = x - 1$ 畫在一起，如下圖



從以上的例子中，假設 $a > 0$ 我們可以對 $f(x) = ax + b$ 做以下的結論

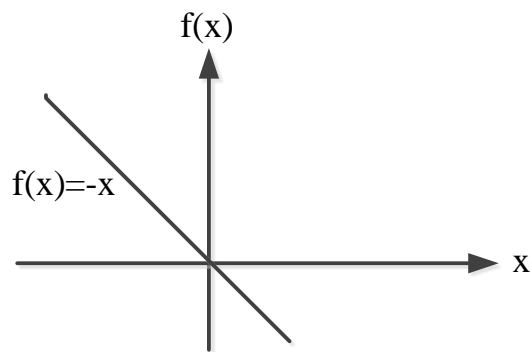
(1) $f(x) = ax + b$ 一定和 x 軸相交，相交角的大小和 a 有關，和 a 越大， θ 越大，

因此 $\tan \theta$ 被稱為 $f(x) = ax + b$ 的斜率， θ 和 a 的關係是 $\tan \theta = a$ 。

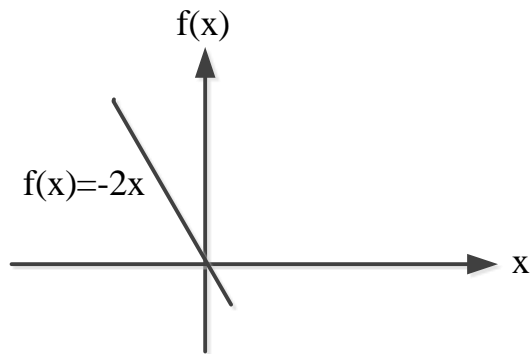
(2) x 增加， $f(x)$ 會增加， a 越大， $f(x)$ 增加得越快。

如果 $a < 0$ ， $f(x) = ax + b$ 的性質和以上所講得差不多，但是當 x 增加時， $f(x)$ 越減少，我們在下面用圖形顯示幾個例子。

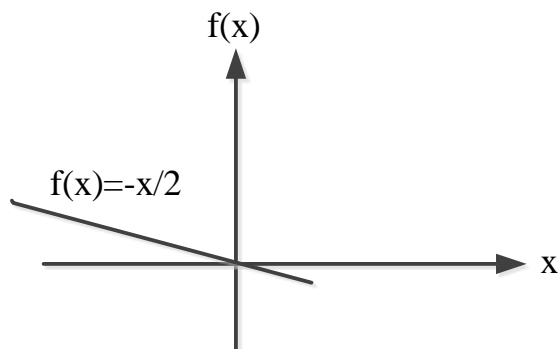
6. $f(x) = -x$



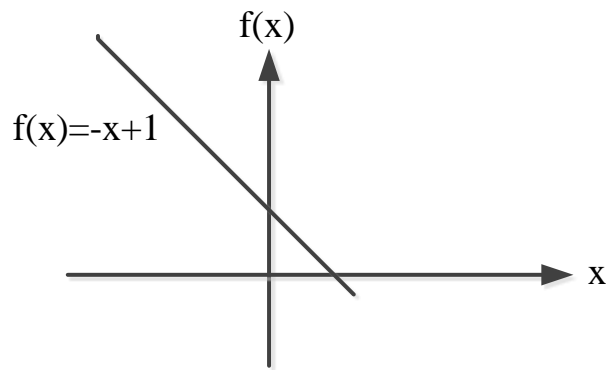
7. $f(x) = -2x$



8. $f(x) = \frac{x}{2}$



9. $f(x) = -x + 1$



10. $f(x) = -x - 1$

