習題 6.1

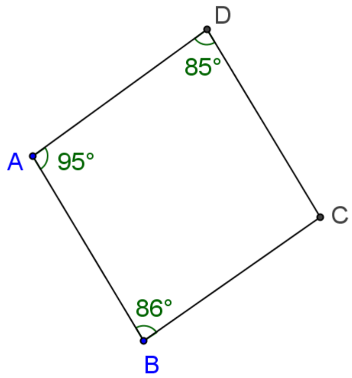
習題 6.1-1

下圖四邊形 ABCD 中，∠D＝85°、∠A＝95°、∠B＝86°，則：

(1) $\overline{AB}$與$\overline{CD}$是否平行？為什麼？

(2) $\overline{AD}$與$\overline{BC}$是否平行？為什麼？

(3) 四邊形 ABCD 是哪一種四邊形？為什麼？



想法：(1) 兩直線平行的條件為：1. 同位角相等

2. 內錯角相等

3. 同側內角互補

(2) 梯形為一組對邊平行的四邊形

解：

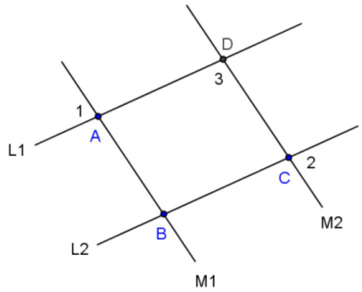
敘述	理由
(1) $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$	已知∠D＝85°、∠A＝95° & ∠A＋∠D＝95°＋85°＝180°(同側內角互補)
(2) $\overline{AD}$與$\overline{BC}$不平行	已知∠A＝95°、∠B＝86° & ∠A＋∠B＝95°＋86°＝181°(同側內角不互補)
(3) 四邊形 ABCD 是梯形	梯形定義

習題 6.1-2

如下圖，$L_1 \parallel L_2$，$M_1 \parallel M_2$，四條直線互相交於 A、B、C、D 四點，已知 $\angle 1 = 65°$，則

(1) ABCD 是哪一種四邊形？

(2) 求 $\angle 2$、$\angle 3$。



想法：(1) 二組對邊都平行的四邊形為平行四邊形

(2) 若兩直線平行，則：1. 同位角相等

2. 內錯角相等

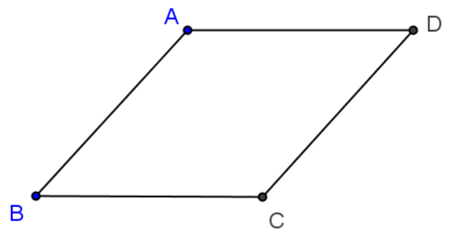
3. 同側內角互補

解：

敘述	理由
(1) ABCD 是平行四邊形	已知 $L_1 \parallel L_2$，$M_1 \parallel M_2$ & 平行四邊形定義
(2) $\angle DAB = \angle 1 = 65°$	對頂角相等 & 已知 $\angle 1 = 65°$
(3) $\angle DAB + \angle 3 = 180°$	已知 $M_1 \parallel M_2$ & 同側內角互補
(4) $\angle 3 = 180° - \angle DAB = 115°$	由(3)移項 & (2) $\angle DAB = 65°$
(5) $\angle DCB + \angle 3 = 180°$	已知 $L_1 \parallel L_2$ & 同側內角互補
(6) $\angle DCB = 180° - \angle 3 = 65°$	由(5)移項 & (4) $\angle 3 = 115°$
(7) $\angle 2 = \angle DCB = 65°$	對頂角相等 & (6) $\angle DCB = 65°$

習題 6.1-3

已知：四邊形 ABCD 中，$\angle A=135°$，$\angle B=45°$，$\angle C=135°$，$\angle D=45°$
求證：ABCD 為平行四邊形



想法：(1) 兩直線平行的條件為：1. 同位角相等
2. 內錯角相等
3. 同側內角互補

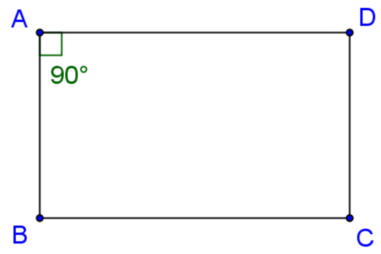
(2) 二組對邊都平行的四邊形為平行四邊形

證明：

敘述	理由
(1) $\angle B+\angle C=45°+135°=180°$	已知 $\angle B=45°$，$\angle C=135°$
(2) $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$	由(1) & 同側內角互補則兩直線互相平行
(3) $\angle A+\angle B=135°+45°=180°$	已知 $\angle A=135°$，$\angle B=45°$
(4) $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$	由(3) & 同側內角互補則兩直線互相平行
(5) ABCD 是平行四邊形	由(2) & (4) & 平行四邊形定義(兩組對邊平行的四邊形為平行四邊形)

習題 6.1-4

試證明平行四邊形若有一角為直角，則為矩形。



已知：ABCD 為平行四邊形，$\angle A = 90°$

求證：ABCD 為矩形

想法：(1) 平行四邊形兩組對邊平行

(2) 若兩直線平行，則：1. 同位角相等
2. 內錯角相等
3. 同側內角互補

(3) 四個角都為直角的平行四邊形為矩行

證明：

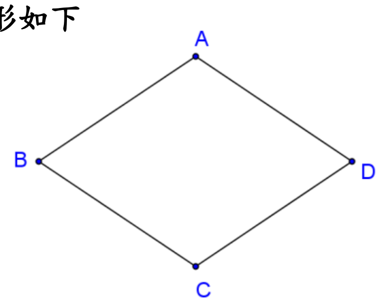
敘述	理由
(1) $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ & $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$	已知 ABCD 為平行四邊形 & 平行四邊形兩組對邊平行
(2) $\angle A + \angle B = 180°$	由(1) $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ & 同側內角互補
(3) $\angle B = 180° - \angle A = 180° - 90° = 90°$	由(2) 移項 & 已知$\angle A = 90°$
(4) $\angle A + \angle D = 180°$	由(1) $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ & 同側內角互補
(5) $\angle D = 180° - \angle A = 180° - 90° = 90°$	由(4) 移項 & 已知$\angle A = 90°$
(6) $\angle B + \angle C = 180°$	由(1) $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ & 同側內角互補
(7) $\angle C = 180° - \angle B = 180° - 90° = 90°$	由(6) 移項 & (3) $\angle B = 90°$ 已證
(8) 所以$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90°$	已知$\angle A = 90°$ & (3)、(5)、(7) 已證
(9) 所以 ABCD 為矩形	由(8) & 已知 ABCD 為平行四邊形 & 四個角都為直角的平行四邊形為矩行

習題 6.1-5

若一平行四邊形的兩鄰邊相等，試證明此四邊形為正方形或菱形。

本題分為以下兩種情況討論：

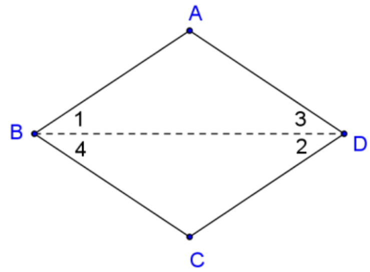
情況一：只考慮邊長，情形如下



已知：ABCD 為平行四邊形，$\overline{AB}=\overline{AD}$，

求證：ABCD 為菱形。

想法：四邊相等的平行四邊形為菱形

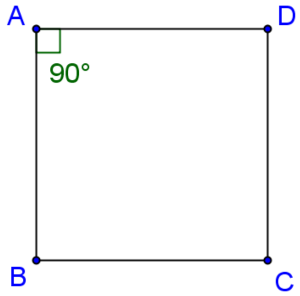


圖(a)

解：

敘述	理由
(1) 作$\overline{BD}$，如上圖(a)	作圖，兩點可作一線段
(2) $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ & $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$	已知 ABCD 為平行四邊形 & 平行四邊形兩組對邊平形
(3) 在△ABD 與△CDB 中 $\angle 1=\angle 2$ $\overline{BD}=\overline{DB}$ $\angle 3=\angle 4$	如圖所示 由(2) $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ & 內錯角相等 共同邊 由(2) $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ & 內錯角相等
(4) △ABD ≅ △CDB	由(3) & 根據 A.S.A.三角形全等定理
(5) $\overline{AB}=\overline{CD}$ & $\overline{AD}=\overline{CB}$	由(4) & 兩全等三角形之對應邊相等
(6) 所以$\overline{AB}=\overline{CD}=\overline{AD}=\overline{CB}$	由(5) & 已知$\overline{AB}=\overline{AD}$ 遞移律
(7) ABCD 為菱形	已知 ABCD 為平行四邊形 & (6) 已證 & 四邊相等的平行四邊形為菱形

情況二：考慮邊長及角度，情形如下



已知：ABCD 為平行四邊形，$\overline{AB}=\overline{AD}$且$\angle A=90°$，

求證：ABCD 為正方形。

想法：(1) 平行四邊形的四個角都是直角稱為長方形或矩形

(2) 四邊都相等的矩形就叫正方形

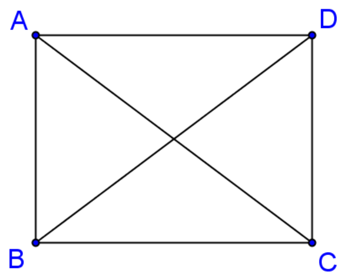
解：

敘述	理由
(1) $\overline{AB}\parallel\overline{CD}$ & $\overline{AD}\parallel\overline{BC}$	已知 ABCD 為平行四邊形 & 平行四邊形兩組對邊平行
(2) $\angle A+\angle D=180°$	由(1) $\overline{AB}\parallel\overline{CD}$ & 同側內角互補
(3) $\angle D=180°-\angle A=180°-90°=90°$	由(2) 移項 & 已知$\angle A=90°$
(4) $\angle A+\angle B=180°$	由(1) $\overline{AD}\parallel\overline{BC}$ & 同側內角互補
(5) $\angle B=180°-\angle A=180°-90°=90°$	由(4) 移項 & 已知$\angle A=90°$
(6) $\angle C+\angle B=180°$	由(1) $\overline{AB}\parallel\overline{CD}$ & 同側內角互補
(7) $\angle C=180°-\angle B=180°-90°=90°$	由(6) 移項 & (5) $\angle B=90°$ 已證
(8) $\angle A=\angle B=\angle C=\angle D=90°$	由(3)、(5)、(7) 已證 & 已知$\angle A=90°$
(9) 四邊形 ABCD 為矩形	已知 ABCD 為平行四邊形 & (8) & 平行四邊形的四個角都是直角稱為矩形
(10) $\overline{AB}=\overline{CD}=\overline{AD}=\overline{CB}$	由本題情況一可得知
(11) 所以 ABCD 為正方形	由(9)、(10) & 四邊都相等的矩形就叫正方形

由情況一與情況二的結果，證明了若一平行四邊形的兩鄰邊相等，則此四邊形為正方形或菱形。

習題 6.1-6

試證矩形的對角線相等。



已知：ABCD 為矩形，$\overline{AC}$與$\overline{DB}$為兩對角線，

求證：$\overline{AC}=\overline{DB}$。

想法：利用全等三角形之對應邊相等

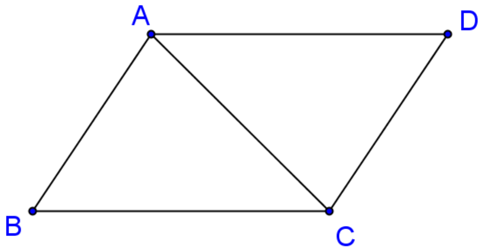
證明：

敘述	理由
(1) $\angle ABC=\angle CDA=\angle DCB$	已知 ABCD 為矩形 & 矩形四個角皆為直角
(2) $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ & $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$	已知 ABCD 為矩形 & 矩形為四個角皆為直角的平行四邊形 & 平行四邊形兩組對邊平行
(3) 在$\triangle ABC$與$\triangle CDA$中 $\angle ABC=\angle CDA$ $\angle BAC=\angle DCA$ $\overline{AC}=\overline{CA}$	如圖所示 由(1) $\angle ABC=\angle CDA$ 由(2) $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ & 內錯角相等 共同邊
(4) $\triangle ABC \cong \triangle CDA$	由(3) & 根據 A.A.S.三角形全等定理
(5) $\overline{AB}=\overline{CD}$	由(4) & 兩全等三角形對應邊相等
(6) 在$\triangle ABC$與$\triangle DCB$中 $\overline{AB}=\overline{DC}$ $\angle ABC=\angle DCB$ $\overline{BC}=\overline{CB}$	如圖所示 由(5) $\overline{AB}=\overline{CD}$ 已證 由(1) $\angle ABC=\angle DCB$ 已證 共同邊
(7) $\triangle ABC \cong \triangle DCB$	由(6) & 根據 S.A.S.三角形全等定理
(8) $\overline{AC}=\overline{DB}$	由(7) & 兩全等三角形對應邊相等

習題 6.2

習題 6.2-1

平行四邊形的對角線分原圖形為兩個全等的三角形。



已知：ABCD 為平行四邊形，$\overline{AC}$對角線
求證：△ABC ≅ △CDA

想法：平行四邊形兩組對邊相等且兩組對角相等
證明：

敘述	理由
(1) 在△ABC 與△CDA 中	如圖所示
$\overline{AB}=\overline{CD}$	已知 ABCD 為平行四邊形 & 對邊相等
∠B＝∠D	已知 ABCD 為平行四邊形 & 對角相等
$\overline{BC}=\overline{DA}$	已知 ABCD 為平行四邊形 & 對邊相等
(2) △ABC ≅ △CDA	由(1) & 根據 S.A.S.三角形全等定理

習題 6.2-2

若一平行四邊形的三邊長分別為 5、8、5，則第四個邊長為__________。

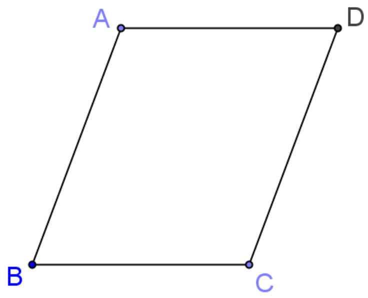
想法：利用平行四邊形兩組對邊等長，求出第四個邊

解：

敘述	理由
(1) 第四個邊長為 8	平行四邊形兩組對邊等長

習題 6.2-3

如下圖，平行四邊形 ABCD 中，若$\overline{AB}$＝3x＋1，$\overline{BC}$＝6，$\overline{CD}$＝7，求 x＝？



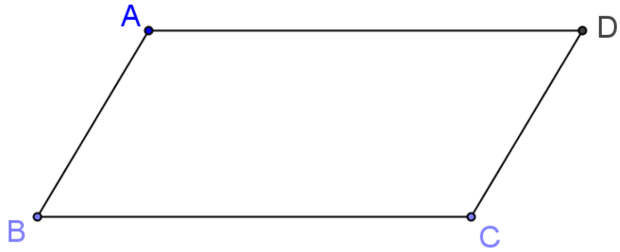
想法：利用平行四邊形兩組對邊等長，求 x 之值

解：

敘述	理由
(1) $\overline{CD}=\overline{AB}$	已知 ABCD 為平行四邊形 & 對邊相等
(2) 7＝3x＋1	由(1) & 已知$\overline{AB}$＝3x＋1，$\overline{CD}$＝7
(3) x＝2	由(2) & 解一元一次方程式

習題 6.2-4

如下圖，平行四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{AB}+\overline{CD}=10$，$\overline{BC}+\overline{DA}=20$，求$\overline{AB}+\overline{BC}$。



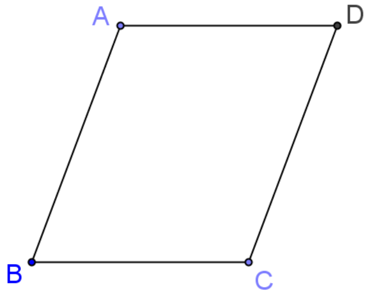
想法：利用平行四邊形兩組對邊等長，分別求出$\overline{AB}$與$\overline{BC}$，再算$\overline{AB}+\overline{BC}$之值

解：

敘述	理由
(1) $\overline{AB}=\overline{CD}$	已知 ABCD 為平行四邊形 & 對邊相等
(2) $\overline{AB}+\overline{CD}=10$	已知
(3) $\overline{AB}+\overline{AB}=10$	將(1) $\overline{CD}=\overline{AB}$ 代入(2)
(4) $\overline{AB}=5$	由(3) & 解一元一次方程式
(5) $\overline{DA}=\overline{BC}$	已知 ABCD 為平行四邊形 & 對邊相等
(6) $\overline{BC}+\overline{DA}=20$	已知
(7) $\overline{BC}+\overline{BC}=20$	將(5) $\overline{DA}=\overline{BC}$代入(6)
(8) $\overline{BC}=10$	由(7) &解一元一次方程式
(9) $\overline{AB}+\overline{BC}=5+10=15$	由(4) $\overline{AB}=5$ & (8) $\overline{BC}=10$

習題 6.2-5

如下圖，平行四邊形 ABCD 中，$\overline{AD}$＝6，$\overline{CD}$＝7，$\overline{AB}$＝3x＋1，$\overline{BC}$＝y－4，求 xy。



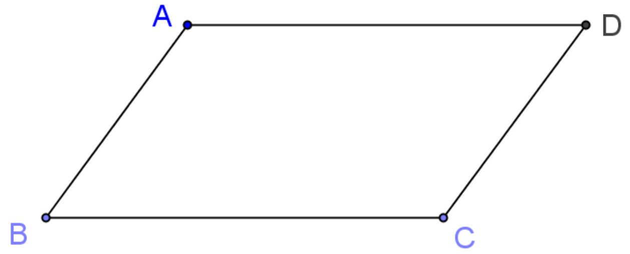
想法：利用平行四邊形兩組對邊等長，分別求出 x 與 y，再算 xy 之值

解：

敘述	理由
(1) $\overline{AB}=\overline{CD}$	已知 ABCD 為平行四邊形 ＆ 對邊相等
(2) $3x+1=7$	由(1) ＆ 已知 $\overline{AB}=3x+1$ ＆ $\overline{CD}=7$
(3) $x=2$	由(2) ＆ 解一元一次方程式
(4) $\overline{BC}=\overline{DA}$	已知 ABCD 為平行四邊形 ＆ 對邊相等
(5) $y-4=6$	由(4) ＆ 已知 $\overline{BC}=y-4$ ＆ $\overline{DA}=6$
(6) $y=10$	由(5) ＆解一元一次方程式
(7) $xy=2\times10=20$	由(3) ＆ (6)

習題 6.2-6

如下圖，平行四邊形 ABCD 中，$\overline{AB}+\overline{CD}+\overline{AD}+\overline{BC}=64$，$\overline{AB}=12$，求$\overline{AD}$。



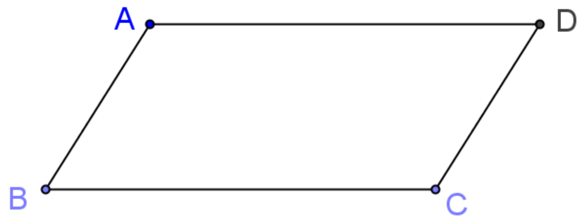
想法：利用平行四邊形兩組對邊相等，求$\overline{AD}$之值

解：

敘述	理由
(1) $\overline{CD}=\overline{AB}$ & $\overline{BC}=\overline{AD}$	已知 ABCD 為平行四邊形 & 對邊相等
(2) $\overline{AB}+\overline{CD}+\overline{AD}+\overline{BC}=64$	已知
(3) $\overline{AB}+\overline{AB}+\overline{AD}+\overline{AD}=64$	將 (1) $\overline{CD}=\overline{AB}$ &$\overline{BC}=\overline{AD}$代入 (2)
(4) $2(\overline{AB}+\overline{AD})=64$	由(3) 整理後提出 2
(5) $\overline{AB}+\overline{AD}=32$	由(4) 等量除法，等式兩邊同除以 2
(6) $12+\overline{AD}=32$	將已知$\overline{AB}=12$ 代入(5) $\overline{AB}+\overline{AD}=32$
(7) $\overline{AD}=32-12=20$	由(6) 移項

習題 6.2-7

如下圖，平行四邊形 ABCD 中，$2\overline{AB}=\overline{AD}$，且$\overline{AB}+\overline{CD}+\overline{AD}+\overline{BC}=24$，求$\overline{CD}$。



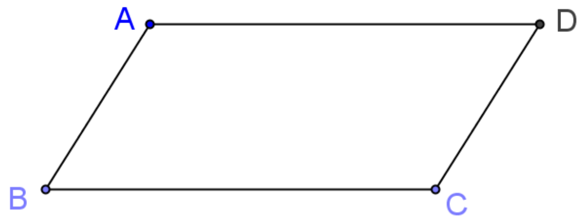
想法：利用平行四邊形兩組對邊相等，求$\overline{CD}$之值

解：

敘述	理由
(1) $\overline{CD}=\overline{AB}$ & $\overline{BC}=\overline{AD}$	已知 ABCD 為平行四邊形 & 對邊相等
(2) $\overline{AB}+\overline{CD}+\overline{AD}+\overline{BC}=24$	已知
(3) $\overline{AB}+\overline{AB}+\overline{AD}+\overline{AD}=24$	將 (1) $\overline{CD}=\overline{AB}$ & $\overline{BC}=\overline{AD}$代入 (2)
(4) $2(\overline{AB}+\overline{AD})=24$	由(3) 整理後提出 2
(5) $\overline{AB}+\overline{AD}=12$	由(4) 等量除法，等式兩邊同除以 2
(6) $\overline{AB}+2\overline{AB}=12$	將已知$\overline{AD}=2\overline{AB}$ 代入 (5)
(7) $\overline{AB}=4$	由(6) & 解一元一次方程式
(8) $\overline{CD}=\overline{AB}=4$	由(7) $\overline{AB}=4$ & (1) $\overline{CD}=\overline{AB}$

習題 6.2-8

如下圖，平行四邊形 ABCD 中，$2\overline{AB}=\overline{BC}$，且$\overline{AB}$和$\overline{BC}$的差為 5，求$\overline{AB}+\overline{CD}+\overline{AD}+\overline{BC}=$？



想法：(1) 利用已知條件求出$\overline{AB}$和$\overline{BC}$ 之值，

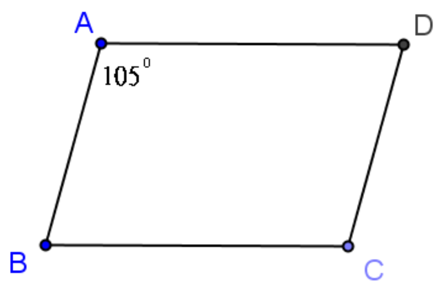
(2) 再利用平行四邊形兩組對邊相等，計算出$\overline{AB}+\overline{CD}+\overline{AD}+\overline{BC}$ 之值

解：

敘述	理由
(1) $\overline{CD}=\overline{AB}$ & $\overline{AD}=\overline{BC}$	已知 ABCD 為平行四邊形 & 對邊相等
(2) $2\overline{AB}=\overline{BC}$	已知
(3) $\overline{AB}=\frac{1}{2}\overline{BC}$	由(2) 等號兩邊同$\times\frac{1}{2}$
(4) $\overline{AB}<\overline{BC}$	由(3)
(5) $\overline{AB}=\overline{BC}-5$	已知$\overline{AB}$和$\overline{BC}$的差為 5 & (4) $\overline{AB}<\overline{BC}$
(6) $\frac{1}{2}\overline{BC}=\overline{BC}-5$	將(3) $\overline{AB}=\frac{1}{2}\overline{BC}$ 代入(5) $\overline{AB}=\overline{BC}-5$
(7) $\overline{BC}=10$	由(6) & 解一元一次方程式
(8) $\overline{AB}=\overline{BC}-5=10-5=5$	將(7) $\overline{BC}=10$ 代入 (5) $\overline{AB}=\overline{BC}-5$
(9) 所以$\overline{AB}+\overline{CD}+\overline{AD}+\overline{BC}$ $=\overline{AB}+\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{BC}$ $=5+5+10+10$ $=30$	題目所求列式 將(1) $\overline{CD}=\overline{AB}$ & $\overline{AD}=\overline{BC}$ 代入 將(7) $\overline{BC}=10$ & (8) $\overline{AB}=5$ 代入 加法運算

習題 6.2-9

如下圖，平行四邊形 ABCD 中，∠A＝105°，求∠B、∠C、∠D。



想法：(1) 先利用平行四邊形對邊互相平行 ＆ 同側內角互補的性質求出∠B 後，

(2) 再利用平行四邊形對角相等求出∠C 與∠D

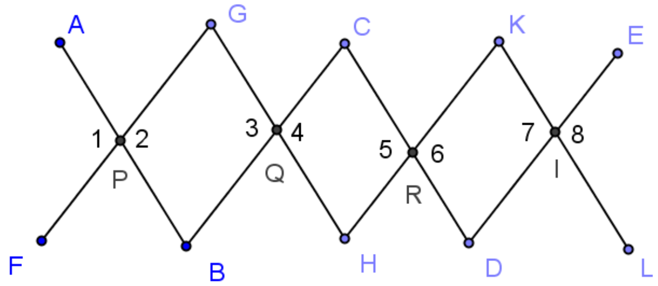
解：

敘述	理由
(1) $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$	已知 ABCD 為平行四邊形 ＆ 對邊互相平行
(2) ∠A＋∠B＝180°	由(1) $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ＆ 同側內角互補
(3) ∠B＝180°－∠A＝75°	由(2) 移項 ＆ ∠A＝105°
(4) ∠D＝∠B＝75°	ABCD 為平行四邊形 ＆ 對角相等 ＆ 由(3) ∠B＝75° 已證
(5) ∠C＝∠A＝105°	ABCD 為平行四邊形 ＆ 對角相等 ＆ 已知∠A＝105°

習題 6.2-10

如下圖，$\overline{AB} \parallel \overline{GH} \parallel \overline{CD} \parallel \overline{KL}$，$\overline{FG} \parallel \overline{BC} \parallel \overline{HK} \parallel \overline{DE}$，如果 $\angle G=65°$，則下列敘述何者正確？

(A) $\angle 1=65°$　　(B) $\angle H=115°$　　(C) $\angle K=115°$　　(D) $\angle 8=115°$



想法：(1) 利用平行線同側內角互補先求出 $\angle 2$ 的度數，

(2) 再利用對頂角相等求出 $\angle 1$ 的度數，

(3) 接著利用平行四邊形對角相等的性質求出 $\angle 3$ 的度數，

(4) 最後再反覆利用對頂角相等、同側內角互補與平行四邊形對角相等的性質，依序求出 $\angle 4$、$\angle H$、$\angle 5$、$\angle 6$、$\angle K$、$\angle 7$ 與 $\angle 8$ 之度數

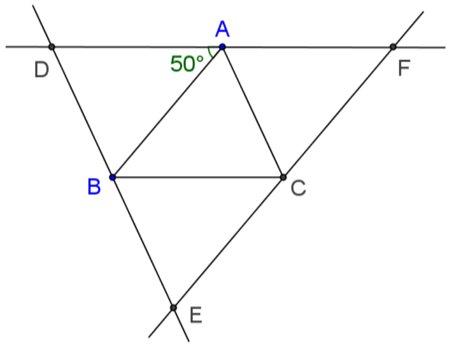
解：

敘述	理由
(1) $\overline{AB} \parallel \overline{GH} \parallel \overline{CD} \parallel \overline{KL}$	已知
(2) $\overline{FG} \parallel \overline{BC} \parallel \overline{HK} \parallel \overline{DE}$	已知
(3) PGQB、QCRH、RKID 皆為平行四邊形	由(1) & (2) 兩組對邊平行為平行四邊形
(4) 在平行四邊形 PGQB 中	如圖所示
(5) $\angle G+\angle 2=180°$	由(1) $\overline{AB} \parallel \overline{GH}$ & 同側內角互補
(6) $65°+\angle 2=180°$	將已知 $\angle G=65°$ 代入(5)中
(7) $\angle 2=180°-65°=115°$	由(6) 移項
(8) $\angle 1=\angle 2=115°$	對頂角相等 & 由(7) $\angle 2=115°$ 已證
(9) $\angle 3=\angle 2=115°$	由(3) PGQB 為平行四邊形 & 對角相等
(10) 在平行四邊形 QCRH 中	如圖所示
(11) $\angle 4=\angle 3=115°$	對頂角相等 & 由(9) $\angle 3=115°$ 已證

(12) $\angle 5 = \angle 4 = 115°$	由(3) QCRH 為平行四邊形 & 對角相等
(13) $\angle H = 180° - \angle 4$	由(2) $\overline{BC} \parallel \overline{HK}$ & 同側內角互補
(14) $\angle H = 180° - 115° = 65°$	將(11) $\angle 4 = 115°$ 代入 (13)
(15) 在平行四邊形 RKID 中	如圖所示
(16) $\angle 6 = \angle 5 = 115°$	對頂角相等 & 由(12) $\angle 5 = 115°$ 已證
(17) $\angle 7 = \angle 6 = 115°$	由(3) RKID 為平行四邊形 & 對角相等
(18) $\angle K = 180° - \angle 6$	由(1) $\overline{CD} \parallel \overline{KL}$ & 同側內角互補
(19) $\angle K = 180° - 115° = 65°$	將(16) $\angle 6 = 115°$ 代入 (18)
(20) $\angle 8 = \angle 7 = 115°$	對頂角相等 & 由(17) $\angle 7 = 115°$ 已證
(21) 所以答案選(D)$\angle 8 = 115°$	由(20) 已證

習題 6.2-11

如下圖，過△ABC 三頂點作對邊的平行線，三線交於 D、E、F 三點，若∠BAD＝50°，求∠DFE。



想法：(1) 兩組對邊平行為平行四邊形

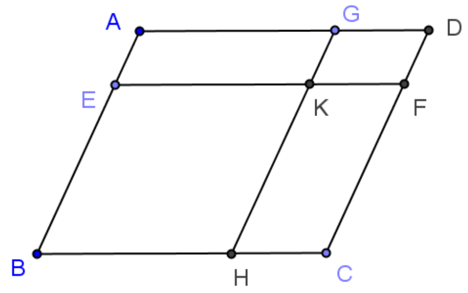
(2) 平行四邊形對角相等

解：

敘述	理由
(1) $\overline{DF} \parallel \overline{BC}$	已知過△ABC 三頂點作對邊的平行線
(2) ∠ABC＝∠BAD＝50°	由(1) 內錯角相等 & 已知∠BAD＝50°
(3) 四邊形 ABCF 中	如圖所示
(4) $\overline{AF} \parallel \overline{BC}$ & $\overline{CF} \parallel \overline{AB}$	已知過△ABC 三頂點作對邊的平行線
(5) 四邊形 ABCF 為平行四邊形	由(4) 兩組對邊平行為平行四邊形
(6) ∠DFE＝∠AFC＝∠ABC＝50°	由(5) 平行四邊形對角相等

習題 6.2-12

如下圖，$\overline{AB}//\overline{GH}//\overline{CD}$，$\overline{AD}//\overline{EF}//\overline{BC}$，若∠A＝110°，求∠GKF。



想法：(1) 兩組對邊平行為平行四邊形

(2) 平行四邊形對角相等

解：

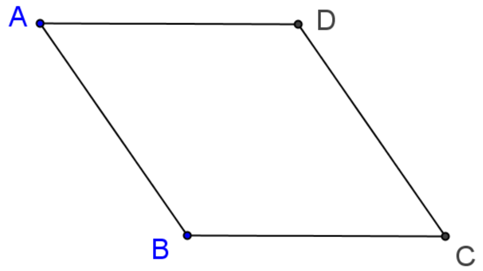
敘述	理由
(1) $\overline{AB} \parallel \overline{GH}$ & $\overline{AD} \parallel \overline{EF}$	已知
(2) AEKG 為平行四邊形	由(1) & 兩組對邊平行為平行四邊形
(3) ∠GKE＝∠A＝110°	由(2) & 平行四邊形對角相等
(4) ∠GKF＋∠GKE＝180°	如圖所示 ∠GKF 與∠GKE 互為補角
(5) ∠GKF＋110°＝180°	由(4) & (3)∠GKE＝110° 已證
(6) ∠GKF＝180°－110°＝70°	由(5) 移項

習題 6.2-13

如下圖，平行四邊形 ABCD 中，$\angle A=(3x+4)^\circ$，$\angle C=(4x-13)^\circ$，求：

(1) x 之值

(2) $\angle A$、$\angle B$、$\angle C$、$\angle D$



想法：(1) 平行四邊形兩組對角相等

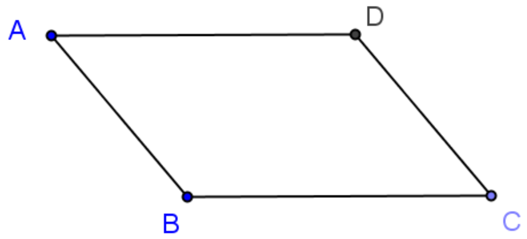
(2) 同側內角互補

解：

敘述	理由
(1) $\angle C=\angle A$	ABCD 為平行四邊形 & 對角相等
(2) $4x-13=3x+4$	由(1) & $\angle C=(4x-13)^\circ$ & $\angle A=(3x+4)^\circ$
(3) $x=17$	由(2) & 解一元一次方程式
(4) $\angle A=(3x+4)^\circ=(3\times17+4)^\circ=55^\circ$	將(3) 代入 $\angle A=(3x+4)^\circ$
(5) $\angle C=(4x-13)^\circ=(4\times17-13)^\circ=55^\circ$	將(3) 代入 $\angle C=(4x-13)^\circ$
(6) $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$	ABCD 為平行四邊形 & 對邊平行
(7) $\angle A+\angle B=180^\circ$	由(6) $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ & 同側內角互補
(8) $\angle B=180^\circ-\angle A=180^\circ-55^\circ=125^\circ$	由(7)移項 & (4) $\angle A=55^\circ$已證
(9) $\angle D=\angle B=125^\circ$	ABCD 為平行四邊形 & 對角相等 & 由(8) $\angle B=125^\circ$已證

習題 6.2-14

如下圖，平行四邊形 ABCD 中，∠B＝3∠A－20°，求∠A、∠B、∠C、∠D。



想法：(1) 同側內角互補

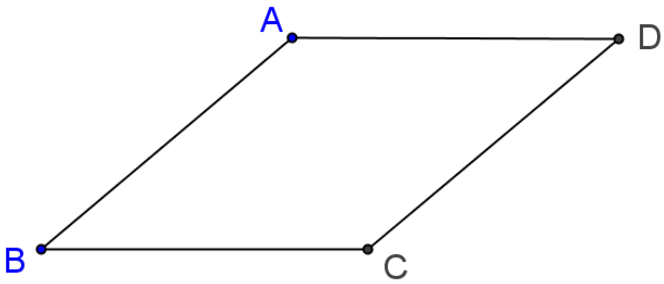
(2) 平行四邊形兩組對角相等

解：

敘述	理由
(1) $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$	ABCD 為平行四邊形 & 對邊平行
(2) ∠A＋∠B＝180°	$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ & 同側內角互補
(3) ∠A＋3∠A－20°＝180°	由(2) & 已知∠B＝3∠A－20°
(4) ∠A＝50°	由(3) & 解一元一次方程式
(5) ∠B＝3∠A－20°＝3×50°－20°＝130°	將(4)代入已知∠B＝3∠A－20°
(6)∠C＝∠A＝50°	ABCD 為平行四邊形 & 對角相等 & 由(4) ∠A＝50° 已證
(7) ∠D＝∠B＝130°	ABCD 為平行四邊形 & 對角相等 & 由(5) ∠B＝130° 已證

習題 6.2-15

如下圖，平行四邊形 ABCD 中，$\angle A=(5y+40)^\circ$，$\angle B=4x^\circ$， $\angle D=40^\circ$，求 $x+y$。



想法：(1) 同側內角互補

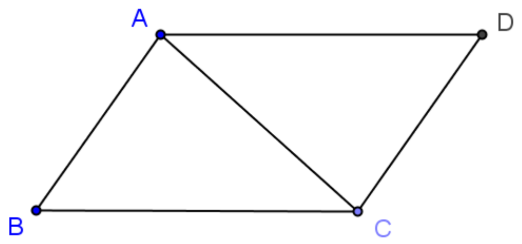
(2) 平行四邊形兩組對角相等

解：

敘述	理由
(1) $\angle B=\angle D$	已知 ABCD 為平行四邊形 & 對角相等
(2) $4x^\circ=40^\circ$	由(1) & 已知$\angle B=4x^\circ$ & $\angle D=40^\circ$
(3) $x=10$	由(2) & 解一元一次方程式
(4) $\overline{AB}\parallel\overline{CD}$	已知 ABCD 為平行四邊形 & 對邊平行
(5) $\angle A+\angle D=180^\circ$	由(4) $\overline{AD}\parallel\overline{BC}$ & 同側內角互補
(6) $(5y+40)^\circ+40^\circ=180^\circ$	由(5) & 已知$\angle A=(5y+40)^\circ$ & $\angle D=40^\circ$
(7) $y=20$	由(6) & 解一元一次方程式
(8) $x+y=10+20=30$	由(3) $x=10$ & (7) $y=20$ 已證

習題 6.2-16

如下圖，平行四邊形 ABCD 中，$\overline{AC}$為對角線，且∠D＝55°，∠ACD＝70°，求：(1)∠BAC (2)∠ACB



想法：(1) 內錯角相等

(2) 平行四邊形對角相等

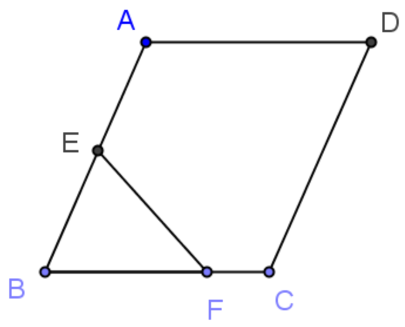
解：

敘述	理由
(1) $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$	已知 ABCD 為平行四邊形 & 對邊平行
(2)∠BAC＝∠ACD＝70°	由(1) $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ & 內錯角相等 & 已知∠ACD＝70°
(3) ∠B＝∠D＝55°	已知 ABCD 為平行四邊形 & 對角相等 & 已知∠D＝55°
(4) 三角形 ABC 中 ∠ACB＋∠B＋∠BAC＝180°	如圖所示 三角形內角和 180°
(5) ∠ACB＋55°＋70°＝180°	將(3) ∠B＝55°已證 & (2) ∠BAC＝70°已證 代入(4)得
(6) ∠ACB＝180°－55°－70° ＝55°	由(6) 移項

習題 6.2-17

如下圖，平行四邊形 ABCD 中，E、F 分別在$\overline{AB}$、$\overline{BC}$上，且$\angle$D＝66°，$\angle$EFB＝48°，$\overline{FC}$＝5，$\overline{AD}$＝18，求：

(1) $\angle$BEF。　　(2) $\overline{EF}$。



想法：(1) 利用已知$\angle$D＝66°＆ 平行四邊形對角相等，可得知$\angle$B＝$\angle$D＝66°

(2) 利用$\angle$EFB＝48°、$\angle$B＝66° ＆ 三角形內角和 180°，可得知$\angle$BEF＝66°

(3) 利用上述所得$\angle$B＝$\angle$BEF＝66° ＆ 兩底角相等為等腰三角形，可得知三角形 BFE 為等腰三角形

(4) 利用三角形 BFE 為等腰三角形 ＆ 等腰三角形兩腰等長，可得知$\overline{EF}$＝$\overline{BF}$

(5) 利用已知$\overline{AD}$＝18 ＆ 平行四邊形對邊相等，可得知$\overline{BC}$＝$\overline{AD}$＝18

(6) 利用上述$\overline{BC}$＝18 ＆ 已知$\overline{FC}$＝5，可得知$\overline{BF}$＝$\overline{BC}$－$\overline{FC}$＝18－5＝13

(7) 最後利用上述$\overline{EF}$＝$\overline{BF}$ ＆ $\overline{BF}$＝13，可得知$\overline{EF}$＝$\overline{BF}$＝13

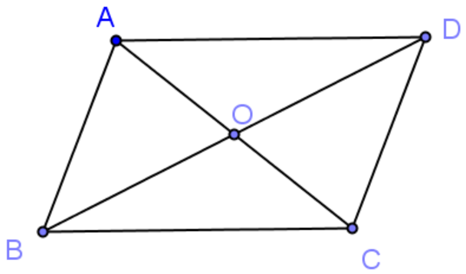
解：

敘述	理由
(1) $\angle$B＝$\angle$D＝66°	ABCD 為平行四邊形 ＆ 對角相等 ＆ 已知$\angle$D＝66°
(2) 三角形 BFE 中	如圖所示
(3)$\angle$BEF＋$\angle$B＋$\angle$EFB＝180°	三角形內角和 180°
(4) $\angle$BEF＋66°＋48°＝180°	由(3) ＆ (1)$\angle$B＝66°已證 ＆ 已知$\angle$EFB＝48°
(5) $\angle$BEF＝180°－66°－48°＝66°	由(4)移項
(6) 三角形 BFE 中	如圖所示

(7) $\angle$BEF＝$\angle$B＝66°	由(1) & (5) 已證
(8) 三角形 BFE 為等腰三角形	由(7) & 等底角三角形為等腰三角形
(9) $\overline{EF}=\overline{BF}$	由(8) & 等腰三角形兩腰等長
(10) 平行四邊形 ABCD 中	如圖所示
(11) $\overline{BC}=\overline{AD}=18$	ABCD 為平行四邊形 & 對邊等長 & 已知$\overline{AD}=18$
(12) $\overline{BF}=\overline{BC}-\overline{FC}=18-5=13$	如圖所示 & (11) $\overline{BC}=18$ & 已知$\overline{FC}=5$
(13) $\overline{EF}=\overline{BF}=13$	由(9) $\overline{EF}=\overline{BF}$ & (12) $\overline{BF}=13$ 已證

習題 6.2-18

ABCD 為平行四邊形，兩對角線交於 O 點。如果$\overline{BD}=6$，$\overline{AC}=4.2$，則$\overline{BO}=$______，$\overline{AO}=$______。



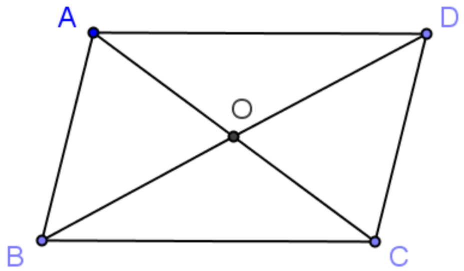
想法：平行四邊形對角線互相平分

解：

敘述	理由
(1) ABCD 為平行四邊形	已知
(2) $\overline{AC}$與$\overline{BD}$為對角線且相交於 O 點	已知
(3) $\overline{OA}=\overline{OC}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times4.2=2.1$	由(1)、(2) & 平行四邊形對角線互相平分 & 已知$\overline{AC}=4.2$
(4) $\overline{OD}=\overline{OB}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times6=3$	由(1)、(2) & 平行四邊形對角線互相平分 & 已知$\overline{BD}=6$

習題 6.2-19

如下圖，平行四邊形 ABCD 中，對角線$\overline{AC}$和$\overline{BD}$相交於 O 點，
若$\overline{AO}$＝2y－2，$\overline{OC}$＝x＋2，$\overline{BO}$＝－x＋7，$\overline{DO}$＝3y－4，求：
(1) $\overline{AC}$ (2) $\overline{BD}$



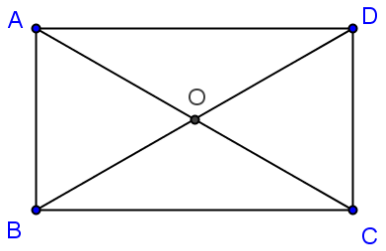
想法：平行四邊形對角線互相平分

解：

敘述	理由
(1) ABCD 為平行四邊形	已知
(2) $\overline{AC}$與$\overline{BD}$為對角線且相交於 O 點	已知
(3) $\overline{OA}=\overline{OC}=\frac{1}{2}\overline{AC}$	由(1)、(2) & 平行四邊形對角線互相平分$\overline{OA}=\overline{OC}$
(4) 2y－2＝x＋2	由(3) & 已知$\overline{OA}$＝2y－2，$\overline{OC}$＝x＋2
(5) $\overline{OD}=\overline{OB}=\frac{1}{2}\overline{BD}$	由(1)、(2) & 平行四邊形對角線互相平分$\overline{OD}=\overline{OB}$
(6) －x＋7＝3y－4	由(5) & 已知$\overline{OD}$＝－x＋7，$\overline{OB}$＝3y－4
(7) x＝2，y＝3	由(4) & (6) 解二元一次聯立方程式
(8) $\overline{AC}=\overline{OA}+\overline{OC}$ ＝2y－2＋x＋2 ＝2y＋x＝2×3＋2＝8	全量等於分量之和 & $\overline{OA}$＝2y－2，$\overline{OC}$＝x＋2 & (7) x＝2，y＝3 已證
(9) $\overline{BD}=\overline{OD}+\overline{OB}$ ＝－x＋7＋3y－4 ＝－x＋3y＋3＝－2＋3×3＋3 ＝10	全量等於分量之和 & $\overline{OD}$＝－x＋7，$\overline{OB}$＝3y－4 & x＝2，y＝3 已證

習題 6.2-20

如下圖所示，ABCD 為長方形，對角線$\overline{AC}$和$\overline{BD}$相交於 O 點，若$\overline{DB}$＝10，則$\overline{AC}$＝？



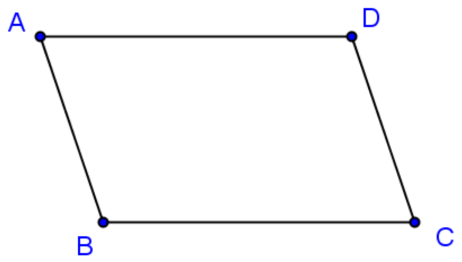
想法：長方形兩對角線等長

解：

敘述	理由
(1) $\overline{AC}=\overline{DB}=10$	已知 ABCD 為長方形，對角線$\overline{AC}$和$\overline{BD}$相交於 O 點 & 長方形兩對角線等長 & 已知$\overline{DB}$＝10

習題 6.2-21

如下圖，四邊形 ABCD 中，$\overline{AB}\parallel\overline{CD}$，且$\overline{AB}$＝10，$\overline{CD}$＝10，則 ABCD 是否為平行四邊形？



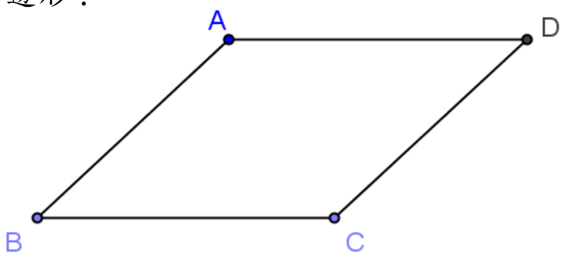
想法：一組對邊平行且相等的四邊形為平行四邊形

解：

敘述	理由
(1) 四邊形 ABCD 中 $\overline{AB}\parallel\overline{CD}$ $\overline{AB}=\overline{CD}$	如圖所示 已知$\overline{AB}\parallel\overline{CD}$ 已知$\overline{AB}$＝10，$\overline{CD}$＝10
(2) ABCD 為平行四邊形	由(1) & 一組對邊平行且相等的四邊形為平行四邊形定理

習題 6.2-22

如下圖，四邊形 ABCD 中，$\overline{AB}$＝24，$\overline{BC}$＝27，$\overline{CD}$＝24，$\overline{AD}$＝27，則 ABCD 是否為平行四邊形？



想法：兩組對邊相等的四邊形為平行四邊形

解：

敘述	理由
(1) 四邊形 ABCD 中 $\overline{AB}$＝$\overline{CD}$＝24 $\overline{BC}$＝$\overline{DA}$＝27	如圖所示 已知 已知
(2) 四邊形 ABCD 為平行四邊形	由(1) & 兩組對邊相等的四邊形為平行四邊形定理

習題 6.2-23

下列哪一組邊長<u>不可以</u>拼成平行四邊形？

(A) 7，8，7，8　　(B) 4，5，5，4

(C) 6，7，9，7　　(D) 1，2，2，1

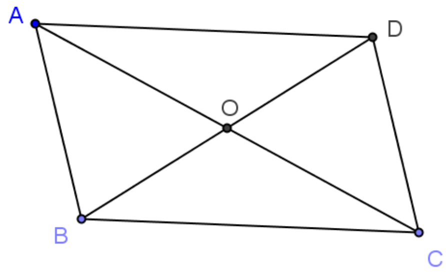
想法：兩組對邊相等的四邊形為平行四邊形

解：

敘述	理由
(1) 四邊長分別為 7，8，7，8 可拼成平行四邊形	兩組對邊相等的四邊形為平行四邊形定理
(2) 四邊長分別為 4，5，5，4 可拼成平行四邊形	兩組對邊相等的四邊形為平行四邊形定理
(3) 四邊長分別為 1，2，2，1 可拼成平行四邊形	兩組對邊相等的四邊形為平行四邊形定理
(4) 所以答案選(C) 四邊長分別為 6，7，9，7 不可拼成平行四邊形	兩組對邊相等的四邊形為平行四邊形定理

習題 6.2-24

如下圖，四邊形 ABCD 中，$\overline{AO}=28$，$\overline{BO}=22$，$\overline{CO}=28$，$\overline{DO}=22$，則 ABCD 是否為平行四邊形？



想法：對角線互相平分的四邊形為平行四邊形

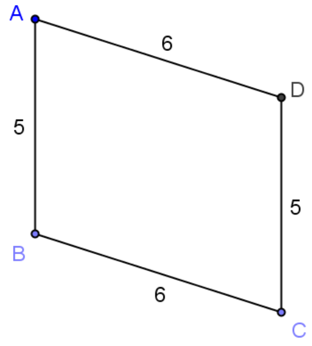
解：

敘述	理由
(1) 四邊形 ABCD 中	如圖所示
$\overline{OA}=\overline{OC}=28$	已知
$\overline{OB}=\overline{OD}=22$	已知
(2) ABCD 為平行四邊形	由(1) & 對角線互相平分的四邊形為平行四邊形定理

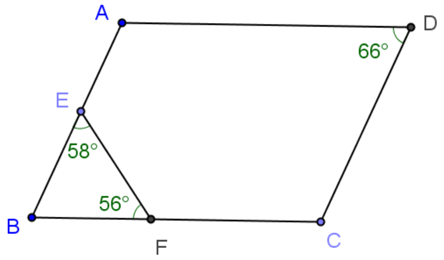
習題 6.2-25

利用平行四邊形的判別方法，檢查下列各四邊形 ABCD 是否為平行四邊形。若是，說明其判別方法。

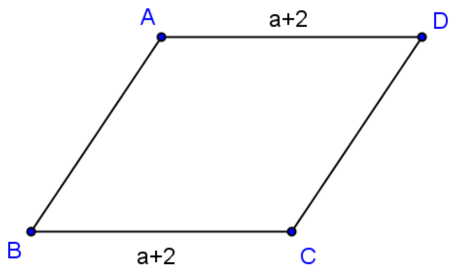
(1)



(2) $\angle A = \angle C$



(3) $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$



想法：可以判斷平行四邊形之方法有：

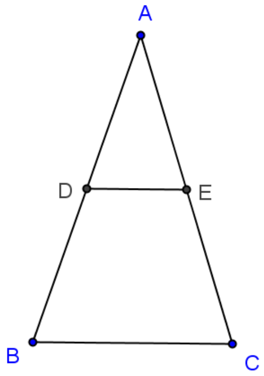
1. 根據平行四邊形之定義：兩組對邊平行的四邊形為平行四邊形
2. 兩組對邊相等的四邊形為平行四邊形
3. 一組對邊平行且相等的四邊形為平行四邊形
4. 兩組對角相等的四邊形為平行四邊形
5. 對角線互相平分的四邊形為平行四邊形

解：

敘述	理由
(1) 四邊形 ABCD 中，如圖所示	如圖所示
$\overline{AB}=\overline{CD}=5$	如圖所示
$\overline{AD}=\overline{BC}=6$	如圖所示
所以四邊形 ABCD 為平行四邊形	兩組對邊平行的四邊形為平行四邊形定理
(2) 三角形 BEF 中	如圖所示
$\angle$B＋$\angle$BEF＋$\angle$BFE＝180°	三角形內角和 180°
$\angle$B＋58°＋56°＝180°	$\angle$BEF＝58° ＆ $\angle$BFE＝56°
$\angle$B＝180°－58°－56°＝66°	移項
四邊形 ABCD 中，如圖所示	如圖所示
$\angle$A＝$\angle$C	已知
$\angle$B＝$\angle$D＝66°	已知$\angle$D＝66° ＆ 已證$\angle$B＝66°
所以四邊形 ABCD 為平行四邊形	兩組對角相等的四邊形為平行四邊形定理
(3) 四邊形 ABCD 中，如圖所示	如圖所示
$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$	已知
$\overline{AD}=\overline{BC}$	已知
所以四邊形 ABCD 為平行四邊形	一組對邊平行且相等的四邊形為平行四邊形定理

習題 6.2-26

如下圖，△ABC 中，D、E 分別是 $\overline{AB}$ 及 $\overline{AC}$ 的中點。若 $\overline{DE}=8$，則 $\overline{BC}=$____。



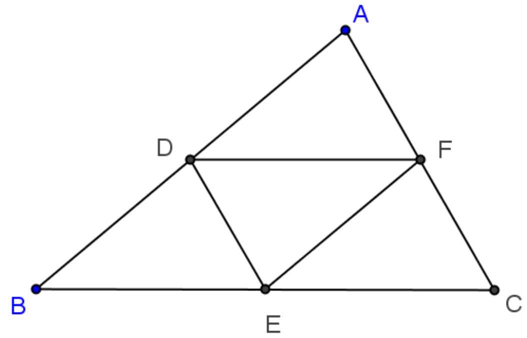
想法：三角形的兩邊中點連線等於第三邊的一半

解：

敘述	理由
(1) △ABC 中，$\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{BC}$	已知△ABC 中，D、E 分別是 $\overline{AB}$ 及 $\overline{AC}$ 的中點 & 三角形的兩邊中點連線等於第三邊的一半
(2) $8=\frac{1}{2}\overline{BC}$	將已知 $\overline{DE}=8$ 代入(1) $\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{BC}$
(3) $\overline{BC}=8\times2=16$	由(2) & 等量乘法公理(等式兩邊同乘以 2)

習題 6.2-27

下圖△ABC 中，已知$\overline{AB}=7$，$\overline{BC}=9$，$\overline{AC}=8$，且 D、E、F 分別是$\overline{AB}$、$\overline{BC}$、$\overline{AC}$的中點，則$\overline{DF}+\overline{DE}+\overline{EF}=$？



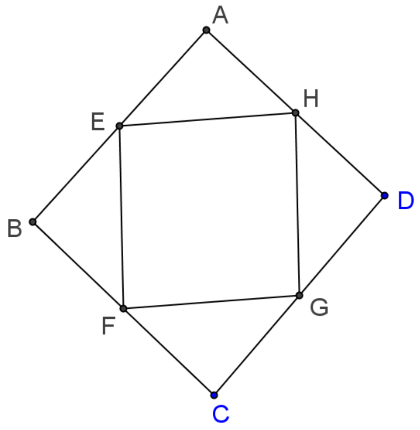
想法：三角形的兩邊中點連線等於第三邊的一半

解：

敘述	理由
(1) △ABC 中 D、F 分別是$\overline{AB}$、$\overline{AC}$的中點	如圖所示 已知
(2) $\overline{DF}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 9=\frac{9}{2}$	由(1) & 三角形的兩邊中點連線等於第三邊的一半 & 已知$\overline{BC}=9$
(3) D、E 分別是$\overline{AB}$、$\overline{BC}$的中點	已知
(4) $\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 8=4$	由(3) & 三角形的兩邊中點連線等於第三邊的一半 & 已知$\overline{AC}=8$
(5) F、E 分別是$\overline{AC}$、$\overline{BC}$的中點	已知
(6) $\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 7=\frac{7}{2}$	由(5) & 三角形的兩邊中點連線等於第三邊的一半 & 已知$\overline{AB}=7$
(7) $\overline{DF}+\overline{DE}+\overline{EF}=\frac{9}{2}+4+\frac{7}{2}=12$	由(3) & (5) &(7) 加法

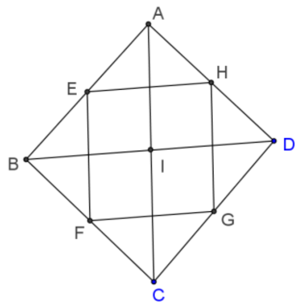
習題 6.2-28

如下圖，ABCD 為任意四邊形，E、F、G、H 分別為$\overline{AD}$、$\overline{DC}$、$\overline{BC}$、$\overline{AB}$的中點。若四邊形 ABCD 兩對角線之和為 50 公分，$\overline{EF}+\overline{FG}+\overline{GH}+\overline{EH}=$？



想法：三角形的兩邊中點連線必平行第三邊且等於第三邊的一半

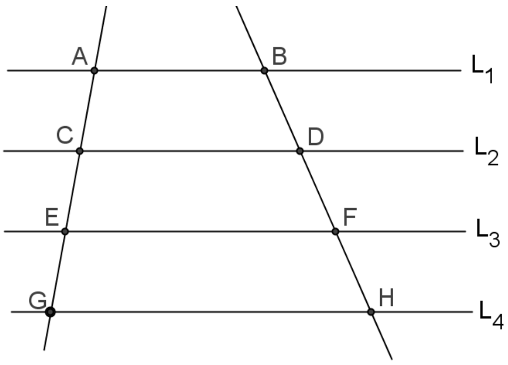
解：

敘述	理由
(1) 連接 A 點與 C 點，連接 B 點與 D 點，且$\overline{AC}$與$\overline{BD}$相交於 I 點，如右圖所示	
(2) $\overline{AC}+\overline{BD}=50$	已知四邊形 ABCD 的對角線和為 50
(3) △ABD 中 $\overline{EH}=\frac{1}{2}\overline{BD}$	如圖所示 已知 E、H 分別是$\overline{AB}$、$\overline{AD}$的中點 & 三角形的兩邊中點連線必平行第三邊且等於第三邊的一半
(4) △CBD 中 $\overline{FG}=\frac{1}{2}\overline{BD}$	如圖所示 已知 F、G 分別是$\overline{CB}$、$\overline{CD}$的中點 & 三角形的兩邊中點連線必平行第三邊且等於第三邊的一半
(5) △ABC 中 $\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{AC}$	如圖所示 已知 E、F 分別是$\overline{BA}$、$\overline{BC}$的中點 & 三角形的兩邊中點連線必平行第三邊且等於第三邊的一半

(6) △ACD 中 $\overline{GH}=\frac{1}{2}\overline{AC}$	如圖所示 已知 G、H 分別是$\overline{DC}$、$\overline{DA}$的中點 & 三角形的兩邊中點連線必平行第三邊且等於第三邊的一半
(7) 所以$\overline{EF}+\overline{FG}+\overline{GH}+\overline{EH}$ $=\frac{1}{2}\overline{AC}+\frac{1}{2}\overline{BD}+\frac{1}{2}\overline{AC}+\frac{1}{2}\overline{BD}$ $=\overline{AC}+\overline{BD}=50$	題目所求 由(3) $\overline{EH}=\frac{1}{2}\overline{BD}$、(4) $\overline{FG}=\frac{1}{2}\overline{BD}$ (5) $\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{AC}$、(6) $\overline{GH}=\frac{1}{2}\overline{AC}$ & (2) $\overline{AC}+\overline{BD}=50$

習題 6.2-29

如下圖，$L_1 \parallel L_2 \parallel L_3 \parallel L_4$ 且$\overline{AC}=\overline{CE}=\overline{EG}$，若$\overline{BH}=21$，則$\overline{FH}=$？



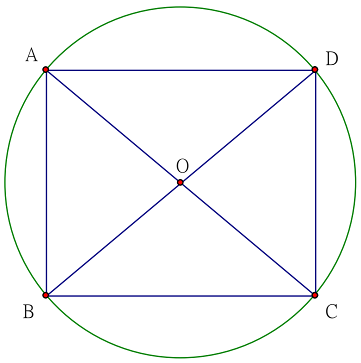
想法：平行線截等線段定理

解：

敘述	理由
(1) $\overline{BD}=\overline{DF}=\overline{FH}$	已知 $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3 \parallel L_4$ 且$\overline{AC}=\overline{CE}=\overline{EG}$ & 平行線截等線段定理
(2) $\overline{BH}=\overline{BD}+\overline{DF}+\overline{FH}$	全量等於分量之和
(3) $21=\overline{FH}+\overline{FH}+\overline{FH}$	由(2) & 已知$\overline{BH}=21$ & (1) $\overline{BD}=\overline{DF}=\overline{FH}$
(4) $\overline{FH}=21\div3=7$	由(3) 解一元一次方程式

習題 6.2-30

下圖中，$\overline{AC}$及$\overline{BD}$皆為圓 O 的直徑，試證 ABCD 為一矩形。



想法：(1) 同圓半徑等長

(2) 對角線互相平分的四邊形為平行四邊形

(3) 等腰三角形兩腰等長且兩底角相等

(4) 三角形三內角和為 180°

(5) 四個角都是直角的平行四邊形為矩形

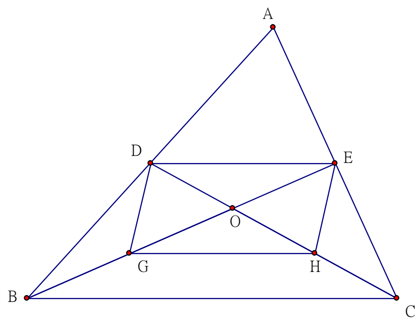
證明：

敘述	理由
(1) $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{OD}$皆為圓 O 半徑	已知$\overline{AC}$及$\overline{BD}$皆為圓 O 的直徑 & 同圓半徑等長
(2) ABCD 為平行四邊形	由(1) & 對角線互相平分的四邊形為平行四邊形
(3) △AOB 為等腰三角形	由(1) $\overline{OA}=\overline{OB}$ & 等腰三角形定義
(4) ∠OBA＝∠OAB	由(3) & 等腰三角形兩底角相等
(5) △COB 為等腰三角形	由(1) $\overline{OB}=\overline{OC}$ & 等腰三角形定義
(6) ∠OBC＝∠OCB	由(5) & 等腰三角形兩底角相等
(7) △ABC 中， ∠CAB＋∠ABC＋∠ACB＝180°	如圖所示 三角形內角和為 180°
(8) ∠OAB＋(∠OBA＋∠OBC)＋∠OCB ＝180°	由(7) & ∠CAB＝∠OAB、 ∠ABC＝∠OBA＋∠OBC、 ∠ACB＝∠OCB

(9) $\angle OBA+\angle OBA+\angle OBC+\angle OBC=180°$	由(8) & (4)$\angle OBA=\angle OAB$ 已證 & (6) $\angle OBC=\angle OCB$ 已證
(10) $2(\angle OBA+\angle OBC)=180°$	由(9) 整理提出公因數 2
(11) $\angle OBA+\angle OBC=180°\div 2=90°$	由(10) 等量除法公理
(12) 所以$\angle ABC=90°$	由(11)& $\angle OBA+\angle OBC=\angle ABC$
(13) 同理可證： $\angle BCD=\angle ADC=\angle DAB=90°$	△AOD、△COD 亦為等腰三角形 & 由(3)~(12)
(14) $\angle ABC=\angle BCD=\angle ADC=\angle DAB=90°$	由(12) & (13)
(15) 所以 ABCD 為一矩形	由(2) & (14) 四個角都是直角的平行四邊形為矩形

習題 6.2-31

三角形 ABC 中，D 為$\overline{AB}$中點，E 為$\overline{AC}$中點，$\overline{BE}$及$\overline{CD}$兩線相交於 O 點，G 為$\overline{BO}$中點，H 為$\overline{CO}$中點，試證 DEHG 為平行四邊形。



想法：(1) 三角形的兩邊中點連線平行的三邊且等於第三邊的一半

(2) 可以判斷平行四邊形之方法有：

1. 根據平行四邊形之定義：兩組對邊平行的四邊形為平行四邊形
2. 兩組對邊相等的四邊形為平行四邊形
3. 一組對邊平行且相等的四邊形為平行四邊形
4. 兩組對角相等的四邊形為平行四邊形
5. 對角線互相平分的四邊形為平行四邊形

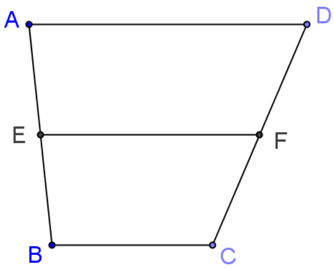
證明：

敘述	理由
(1) △ABC 中 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ & $\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{BC}$	如圖所示 已知 D 為$\overline{AB}$中點，E 為$\overline{AC}$中點 & 三角形的兩邊中點連線平行的三邊且等於第三邊的一半
(2) △OBC 中 $\overline{GH} \parallel \overline{BC}$ & $\overline{GH}=\frac{1}{2}\overline{BC}$	如圖所示 已知 G 為$\overline{BO}$中點，H 為$\overline{CO}$中點 & 三角形的兩邊中點連線平行的三邊且等於第三邊的一半
(3) $\overline{DE} \parallel \overline{GH}$	由(1)$\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ & (2)$\overline{GH} \parallel \overline{BC}$ 遞移律
(4) $\overline{DE}=\overline{GH}$	由(1)$\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{BC}$ & (2)$\overline{GH}=\frac{1}{2}\overline{BC}$ 遞移律
(5) 四邊形 DEHG 為平行四邊形	由(3) & (4) 一組對邊平行且相等的四邊形為平行四邊形

習題 6.3

習題 6.3-1：

如下圖，梯形 ABCD 中，$\overline{AD}=19$，$\overline{BC}=11$，求中線$\overline{EF}$的長。



想法：梯形的兩腰中點連線等於兩底和的一半

解：

敘述	理由
(1) $\overline{EF}=(\overline{AD}+\overline{BC})\div 2$ $=(19+11)\div 2=15$	已知$\overline{EF}$為梯形 ABCD 的中線 & 梯形的兩腰中點連線等於兩底和的一半

習題 6.3-2：

已知一梯形的下底比上底長 18 公分，且中線長為 20 公分，求：
(1)上底的長
(2)下底的長

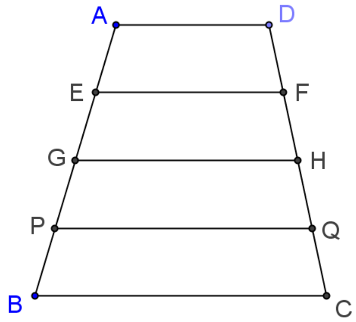
想法：梯形的兩腰中點連線等於兩底和的一半

解：

敘述	理由
(1) 假設上底為 x 公分、下底為 x＋18 公分	已知下底比上底長 18 公分 & 假設
(2) $20=[x+(x+18)]\div 2$	由(1) & 已知中線長為 20 公分 & 梯形的中線等於兩底和的一半
(3) $x=11$	由(2) 解一元一次方程式
(4) 上底為 $x=11$ 公分	由(1) 上底為 x 公分 & (3) $x=11$
(5) 下底為 $x+18=11+18=29$ 公分	由(2) 下底為 x＋18 公分 & (4) $x=11$

習題 6.3-3：

如下圖，梯形 ABCD 中，E、G、P 四等分$\overline{AB}$，F、H、Q 四等分$\overline{CD}$，已知$\overline{AD}=31$，$\overline{BC}=59$，求$\overline{AD}+\overline{EF}+\overline{GH}+\overline{PQ}+\overline{BC}$。



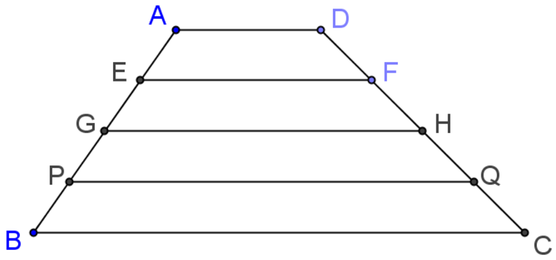
想法：梯形的兩腰中點連線必平行兩底且等於兩底和的一半

解：

敘述	理由
(1) G 為$\overline{AB}$中點 & E 為$\overline{AG}$中點 & P 為$\overline{GB}$中點	已知 E、G、P 四等分$\overline{AB}$
(2) H 為$\overline{CD}$中點 & F 為$\overline{DH}$中點 & Q 為$\overline{HC}$中點	已知 F、H、Q 四等分$\overline{CD}$
(3) 梯形 ABCD 中，$\overline{GH}$為梯形中線	由(1) G 為$\overline{AB}$中點 & (2) H 為$\overline{CD}$中點
(4) $\overline{GH}=(\overline{AD}+\overline{BC})\div 2$ $=(31+59)\div 2=45$	梯形的兩腰中點連線等於兩底和的一半 & 已知 $\overline{AD}=31$ & $\overline{BC}=59$
(5) $\overline{GH} \parallel \overline{BC} \parallel \overline{AD}$	梯形的兩腰中點連線必平行兩底
(6) 四邊形 ADHG 為梯形	由(5) $\overline{GH} \parallel \overline{AD}$ & 梯形定義
(7) 梯形 ADHG 中，$\overline{EF}$為梯形中線	由(1) E 為$\overline{AG}$中點 & (2)F 為$\overline{DH}$中點
(8) $\overline{EF}=(\overline{AD}+\overline{GH})\div 2$ $=(31+45)\div 2=38$	梯形的兩腰中點連線等於兩底和的一半 & 已知 $\overline{AD}=31$ & (4) $\overline{GH}=45$ 已證
(9) 四邊形 GHCB 為梯形	由(5) $\overline{GH} \parallel \overline{BC}$ & 梯形定義
(10) 梯形 GHCB 中，$\overline{PQ}$為梯形中線	由(1) P 為$\overline{GB}$中點 & (2) Q 為$\overline{HC}$中點
(11) $\overline{PQ}=(\overline{GH}+\overline{BC})\div 2$ $=(45+59)\div 2=52$	梯形的兩腰中點連線等於兩底和的一半 & (4) $\overline{GH}=45$ 已證 & 已知 $\overline{BC}=59$
(12) 所以$\overline{AD}+\overline{EF}+\overline{GH}+\overline{PQ}+\overline{BC}$ $=31+38+45+52+59$ $=225$	由已知$\overline{AD}=31$ & $\overline{BC}=59$ & (8) $\overline{EF}=38$ & (4) $\overline{GH}=45$ & (11) $\overline{PQ}=52$ 已證 加法運算

習題 6.3-4：

如下圖，梯形 ABCD 中，E、G、P 四等分$\overline{AB}$，F、H、Q 四等分$\overline{CD}$，已知$\overline{AD}$＝5，$\overline{EF}$＝8，求$\overline{BC}$。



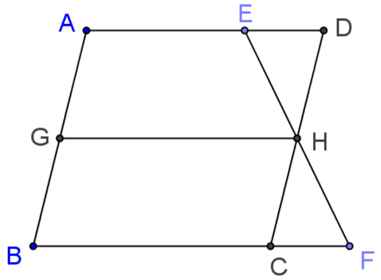
想法：梯形的兩腰中點連線必平行兩底且等於兩底和的一半

解：

敘述	理由
(1) G 為$\overline{AB}$中點 ＆ E 為$\overline{AG}$中點 ＆ P 為$\overline{GB}$中點	已知 E、G、P 四等分$\overline{AB}$
(2) H 為$\overline{CD}$中點 ＆ F 為$\overline{DH}$中點 ＆ Q 為$\overline{HC}$中點	已知 F、H、Q 四等分$\overline{CD}$
(3) 梯形 ABCD 中，$\overline{GH}$為梯形中線	由(1) G 為$\overline{AB}$中點 ＆ (2) H 為$\overline{CD}$中點
(4) $\overline{GH}$＝($\overline{AD}$＋$\overline{BC}$)÷2	梯形的兩腰中點連線等於兩底和的一半
(5) $\overline{GH} \parallel \overline{BC} \parallel \overline{AD}$	梯形的兩腰中點連線必平行兩底
(6) 四邊形 ADHG 為梯形	由(5) $\overline{GH} \parallel \overline{AD}$ ＆ 梯形定義
(7) 梯形 ADHG 中，$\overline{EF}$為梯形中線	由(1) E 為$\overline{AG}$中點 ＆ (2)F 為$\overline{DH}$中點
(8) $\overline{EF}$＝($\overline{AD}$＋$\overline{GH}$)÷2	梯形的兩腰中點連線等於兩底和的一半
(9) 8＝(5＋$\overline{GH}$)÷2	將已知$\overline{EF}$＝8 ＆ $\overline{AD}$＝5 代入(8)
(10) $\overline{GH}$＝11	由(9) ＆ 解一元一次方程式
(11) 11＝(5＋$\overline{BC}$)÷2	將(10) $\overline{GH}$＝11 已證 ＆ 已知$\overline{AD}$＝5 代入(4)
(12) $\overline{BC}$＝17	由(11) ＆ 解一元一次方程式

習題 6.3-5：

如下圖，梯形 ABFE 中，$\overline{AE} \parallel \overline{BF}$，$\overline{GH}$為其中線，且四邊形 ABCD 為平行四邊形，已知$\overline{AE}=5$，$\overline{BF}=11$，求$\overline{ED}$。



想法：(1)　梯形的兩腰中點連線必平行兩底且等於兩底和的一半

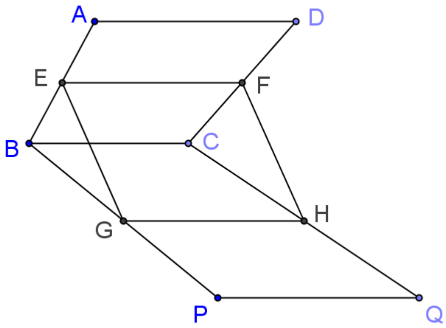
(2)　平行四邊形對邊等長

解：

敘述	理由
(1) $\overline{GH}=(\overline{AE}+\overline{BF})\div 2$ $=(5+11)\div 2$ $=8$	已知梯形 ABFE 中，$\overline{GH}$為梯形中線 ＆ 梯形的兩腰中點連線等於兩底和的一半 ＆ 已知$\overline{AE}=5$，$\overline{BF}=11$
(2) $\overline{GH} \parallel \overline{AE} \parallel \overline{BF}$	已知$\overline{GH}$為梯形中線 ＆ 梯形的兩腰中點連線必平行兩底
(3) $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ＆ $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$	已知 ABCD 為平行四邊形＆兩組對邊平行
(4) 四邊形 ADHG 為平行四邊形	由(2) $\overline{GH} \parallel \overline{AE}$ ＆ (3) $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 兩組對邊平行為平行四邊形
(5) $\overline{AD}=\overline{GH}=8$	由(4) 平行四邊形對邊等長 ＆ (1) $\overline{GH}=8$
(6) $\overline{AD}=\overline{ED}+\overline{AE}$	全量等於分量之和
(7) $\overline{ED}=\overline{AD}-\overline{AE}=8-5=3$	由(6) 移項 ＆ (5)$\overline{AD}=8$ ＆ 已知$\overline{AE}=5$

習題 6.3-6：

已知$\overline{EF}$、$\overline{GH}$分別為梯形 ABCD 與梯形 BPQC 的中線，若$\overline{AD}=\overline{PQ}$，$\overline{EG}=10$，則$\overline{FH}=$？



想法：(1) 梯形的兩腰中點連線必平行兩底且等於兩底和的一半

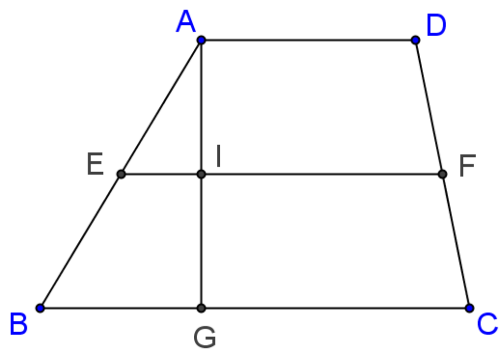
(2) 一組對邊平行且相等為平行四邊形

證明：

敘述	理由
(1) $\overline{EF}=(\overline{AD}+\overline{BC})\div 2$ 且 $\overline{EF} \parallel \overline{BC}$	已知梯形 ABCD 中，$\overline{EF}$為梯形中線 & 梯形的兩腰中點連線必平行兩底且等於兩底和的一半
(2) $\overline{GH}=(\overline{PQ}+\overline{BC})\div 2$ 且 $\overline{GH} \parallel \overline{BC}$	已知梯形 BPQC 中，$\overline{GH}$為梯形中線 & 梯形的兩腰中點連線必平行兩底且等於兩底和的一半
(3) 四邊形 EGHF 中 $\overline{EF}=(\overline{AD}+\overline{BC})\div 2$ $=(\overline{PQ}+\overline{BC})\div 2=\overline{GH}$	如圖所示 由(1) $\overline{EF}=(\overline{AD}+\overline{BC})\div 2$ & 已知$\overline{AD}=\overline{PQ}$ & (2) $\overline{GH}=(\overline{PQ}+\overline{BC})\div 2$
(4) $\overline{EF} \parallel \overline{BC} \parallel \overline{GH}$	由(1) $\overline{EF} \parallel \overline{BC}$ & (2) $\overline{GH} \parallel \overline{BC}$ 遞移律
(5) 所以 EGHF 是平行四邊形	由(3) $\overline{EF}=\overline{GH}$ & (4) $\overline{EF} \parallel \overline{GH}$ & 一組對邊平行且相等為平行四邊形
(6) $\overline{FH}=\overline{EG}=10$	由(5) 平行四邊形對邊等長 & 已知$\overline{EG}=10$

習題 6.3-7

已知：如下圖，梯形 ABCD 中，$\overline{EF}$為其中線，$\overline{AG}\perp\overline{BC}$
求證：$\overline{AI}=\overline{IG}$



想法：(1)　梯形的兩腰中點連線必平行兩底且等於兩底和的一半

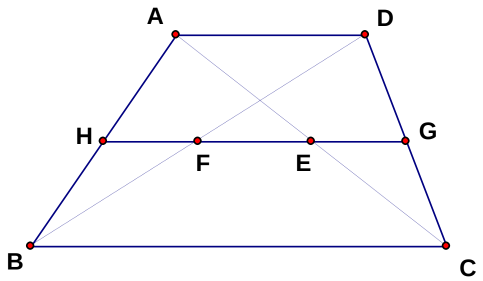
(2)　平行線截等線段定理

解：

敘述	理由
(1)　$\overline{AD}\parallel\overline{EF}\parallel\overline{BC}$	已知梯形 ABCD 中，$\overline{EF}$為其中線 ＆ 梯形的兩腰中點連線必平行兩底
(2)　$\overline{AE}=\overline{EB}$	已知梯形 ABCD 中，$\overline{EF}$為其中線
(3)　所以$\overline{AI}=\overline{IG}$	由(1) ＆ (2) 平行線截等線段定理

習題 6.3-8 （梯形的中線平分其對角線）

已知：如下圖，梯形 ABCD 中，$\overline{HG}$為其中線，$\overline{AC}$及$\overline{BD}$為其對角線。
求證：$\overline{AE}=\overline{EC}$ 且 $\overline{DF}=\overline{FB}$



想法：(1) 梯形的兩腰中點連線必平行兩底且等於兩底和的一半

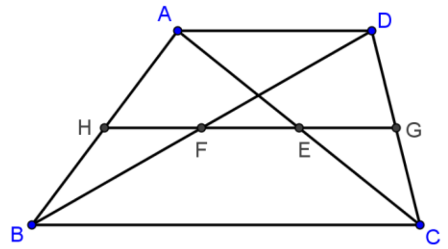
(2) 平行線截等線段定理

解：

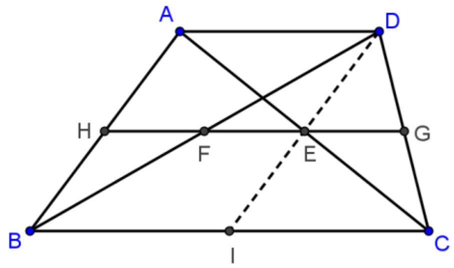
敘述	理由
(1) $\overline{AD} \parallel \overline{HG} \parallel \overline{BC}$	已知梯形 ABCD 中，$\overline{HG}$為其中線 & 梯形的兩腰中點連線必平行兩底
(2) $\overline{AH}=\overline{HB}$	已知梯形 ABCD 中，$\overline{HG}$為其中線
(3) 所以$\overline{AE}=\overline{EC}$ 且 $\overline{DF}=\overline{FB}$	由(1) & (2) 平行線截等線段定理

習題 6.3-9 （過梯形兩對角線中點的直線，必平分兩腰）

已知：梯形 ABCD 中，E 為對角線$\overline{AC}$的中點，F 為對角線$\overline{BD}$的中點。
求證：$\overline{AH}=\overline{BH}$ 且 $\overline{DG}=\overline{CG}$



想法：平行線截等線段定理



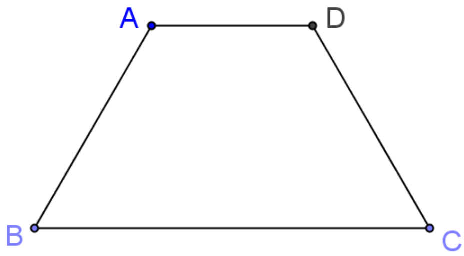
圖(a)

證明：

敘述	理由
(1) 作$\overline{DE}$並延長$\overline{DE}$交$\overline{BC}$於 I 點，如上圖(a)所示	作圖，兩點可決定一直線
(2) $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$	已知 ABCD 為梯形 & 梯形一組對邊平行
(3) 在△ADE 與△CIE 中 ∠DAE＝∠ICE $\overline{AE}=\overline{CE}$ ∠AED＝∠CEI	如圖所示 由(2) $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ & 兩平行線間內錯角相等 已知 E 為對角線$\overline{AC}$的中點 對頂角相等
(4) △ADE ≅ △CIE (ASA)	由(3) & 根據 A.S.A.三角形全等定理
(5) $\overline{DE}=\overline{IE}$（即 E 為$\overline{ID}$中點）	由(4) & 兩全等三角形之對應邊相等
(6) △BDI 中， $\overline{EF} \parallel \overline{BI}$（即$\overline{HG} \parallel \overline{BC}$）	如圖所示 已知 F 為$\overline{BD}$的中點 & (5) E 為$\overline{ID}$中點 & 三角形兩邊中點連線必平行第三邊
(7) 所以$\overline{HG} \parallel \overline{AD} \parallel \overline{BC}$	由(2) $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ & (6) $\overline{HG} \parallel \overline{BC}$ 遞移律
(8) $\overline{AH}=\overline{BH}$ 且 $\overline{DG}=\overline{CG}$	由(7) $\overline{HG} \parallel \overline{AD} \parallel \overline{BC}$ & (5) $\overline{DE}=\overline{IE}$ & 平行線截等線段定理

習題 6.3-10：

已知四邊形 ABCD 為等腰梯形，$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$，若 $\angle B=50°$，則：
(1) $\angle C=$？　　(2) $\angle D=$？



想法：(1) 等腰梯形兩底角相等

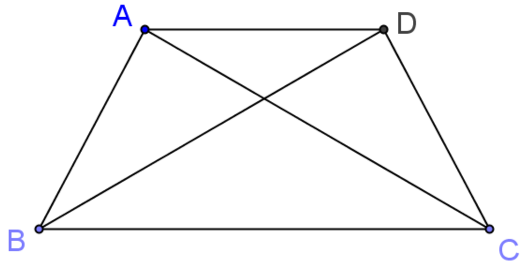
(2) 等腰梯形對角互補

解：

敘述	理由
(1) $\angle C=\angle B=50°$	已知四邊形 ABCD 為等腰梯形 & 等腰梯形兩底角相等 & 已知 $\angle B=50°$
(2) $\angle D+\angle B=180°$	已知四邊形 ABCD 為等腰梯形 & 等腰梯形對角互補
(3) $\angle D=180°-\angle B$ $=180°-50°$ $=130°$	由(2) 移項 & 已知 $\angle B=50°$

習題 6.3-11：

已知四邊形 ABCD 為等腰梯形，$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$，$\overline{BD}$與$\overline{AC}$為兩對角線，若$\overline{AC}=5$，則$\overline{BD}=$？



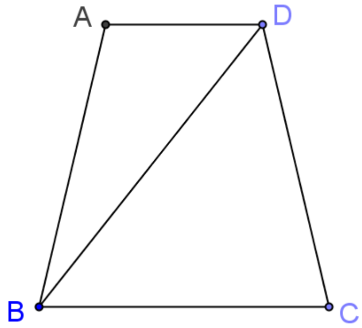
想法：等腰梯形兩對角線相等

解：

敘述	理由
(1) $\overline{BD}=\overline{AC}=5$	已知四邊形 ABCD 為等腰梯形，$\overline{BD}$與$\overline{AC}$為兩對角線 & 等腰梯形兩對角線相等 & 已知$\overline{AC}=5$

習題 6.3-12：

等腰梯形 ABCD 中，$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$，$\angle C=80°$，$\angle ABD=30°$，若$\overline{BC}=6$，求：
(1) $\angle CBD$　　(2) $\angle CDB$　　(3) $\overline{AB}$。



想法：(1) 等腰梯形兩底角及兩腰相等

(2) 兩底角相等的三角形為等腰三角形

解：

敘述	理由
(1) $\angle ABC=\angle C=80°$	已知 ABCD 為等腰梯形 & 兩底角相等
(2) $\angle ABC=\angle CBD+\angle ABD$	全量等於分量之和
(3) $\angle CBD=\angle ABC-\angle ABD$ $=80°-30°=50°$	由(2) 移項 & (1) $\angle ABC=80°$ & 已知$\angle ABD=30°$
(4) $\angle ADB=\angle CBD=50°$	已知$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ & 內錯角相等 & (3) $\angle CBD=50°$
(5) $\triangle BCD$ 中 $\angle CDB+\angle CBD+\angle C=180°$	如圖所示 三角形內角和 180°
(6) $\angle CDB=180°-\angle CBD-\angle C$ $=180°-50°-80°$ $=50°$	由(5) 移項 & (3) $\angle CBD=50°$ & 已知$\angle C=80°$
(7) $\angle CDB=\angle CBD=50°$	由(3) & (6) 遞移律
(8) $\triangle BCD$ 為等腰三角形	由(7) & 兩底角相等為等腰三角形定理
(9) $\overline{CD}=\overline{BC}=6$	由(8) & 等腰三角形兩腰等長 & 已知$\overline{BC}=6$
(10) $\overline{AB}=\overline{CD}=6$	已知 ABCD 為等腰梯形 & 兩腰等長 & (9) $\overline{CD}=6$

習題 6.4

習題 6.4-1：

七邊形的內角和為＿＿＿＿＿＿＿度。

想法：n 多邊形內角和$(n-2)\times 180^\circ$
解：

敘述	理由
(1) 七邊形的內角和為$(7-2)\times 180^\circ=900^\circ$	已知 n 多邊形內角和$(n-2)\times 180^\circ$

習題 6.4-2：

有一 n 邊形，其內角和為 720°，則 n＝＿＿＿＿＿＿＿。

想法：n 多邊形內角和$(n-2)\times 180^\circ$
解：

敘述	理由
(1) $(n-2)\times 180^\circ=720^\circ$	已知 n 邊形，其內角和為 720° ＆ n 多邊形內角和$(n-2)\times 180^\circ$
(2) $n=(720^\circ\div 180^\circ)+2=6$	由(1) ＆ 解一元一次方程式

習題 6.4-3：

有一個六邊形的內角分別為 120°、95°、130°、115°、100°、x°，則 x＝______________。

想法：n 多邊形內角和(n－2)×180°
解：

敘述	理由
(1) 六邊形的內角和為(6－2)×180°＝720°	已知 n 多邊形內角和為(n－2)×180°
(2) 120°＋95°＋130°＋115°＋100°＋x°＝720°	由(1) ＆ 已知六邊形的內角分別為 120°、95°、130°、115°、100°、x°
(3) x＝160	由(2) 移項

習題 6.4-4：

有一個五邊形的內角分別是 130°、150°、（x＋40）°、（2x＋15）°、115°，則 x＝______________。

想法：n 多邊形內角和(n－2)×180°
解：

敘述	理由
(1) 五邊形的內角和為(5－2)×180°＝540°	已知 n 多邊形內角和為(n－2)×180°
(2) 130°＋150°＋（x＋40）°＋（2x＋15）°+115°＝540°	由(1) ＆ 已知五邊形的內角分別是 130°、150°、（x＋40）°、（2x＋15）°、115°
(3) x＝30	由(3) ＆ 解一元一次方程式

例題 6.4-5：

有一 n 邊形的一個內角為 100°，其餘內角皆為 110°，則 n＝＿＿＿＿＿。

想法： n 多邊形內角和$(n-2)\times180°$

解：

敘述	理由
(1) n 邊形的內角中，有一個內角為 100°，有$(n-1)$個內角為 110°	已知 n 邊形的一個內角為 100°，其餘內角皆為 110°
(2) $(n-2)\times180°=100°+(n-1)\times110°$	由(1) & n 多邊形內角和$(n-2)\times180°$
(3) $n=5$	由(2) & 解一元一次方程式

例題 6.4-6：

已知某四邊形有兩個內角分別為 80°、90°，另外兩個內角相差 40°，則此四邊形的最大內角為＿＿＿＿＿＿度。

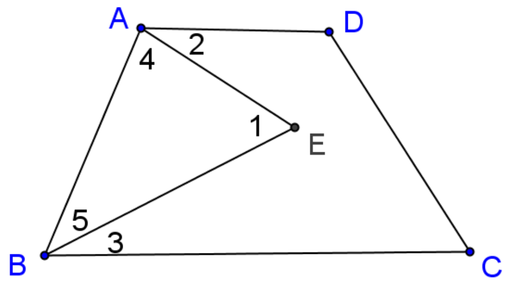
想法： n 多邊形內角和$(n-2)\times180°$

解：

敘述	理由
(1) 四邊形的內角和為$(4-2)\times180°=360°$	n 多邊形內角和$(n-2)\times180°$
(2) 假設四邊行四個內角分別為 80°、90°、x°、$(x+40)°$	已知四邊形有兩個內角分別為 80°、90°，另外兩個內角相差 40°
(3) $80°+90°+x°+(x+40)°=360°$	由(1) & (2) 全量定理
(4) $x=75$	由(3) & 解一元一次方程式
(5) 所以四邊行四個內角分別為 80°、90°、75°、115°	將(4) $x=75$ 代入(2)四邊行四個內角分別為 80°、90°、x°、$(x+40)°$
(6) 此四邊形的最大內角為 115°	由(5) & $115°>90°>80°>75°$

例題 6.4-7：

如下圖，$\angle 1=80°$，則$\angle 2+\angle 3+\angle C+\angle D=$________度。



想法：(1)　一個三角形內角和 180°

(2)　n 多邊形內角和$(n-2)\times 180°$

解：

敘述	理由
(1) 三角形 ABE 中，$\angle 1+\angle 4+\angle 5=180°$	已知三角形內角和 180°
(2) $\angle 4+\angle 5=180°-\angle 1=180°-80°=100°$	由(1) 移項 & 已知$\angle 1=80°$
(3) ABCD 為四邊形， 四邊形的內角和為$(4-2)\times 180°=360°$	如圖所示 已知 n 多邊形內角和為 $(n-2)\times 180°$
(4) $\angle BAD+\angle ABC+\angle C+\angle D=360°$	由(3) & 全量定理
(5) $(\angle 2+\angle 4)+(\angle 5+\angle 3)+\angle C+\angle D=360°$	由(4) & $\angle BAD=\angle 2+\angle 4$ 、$\angle ABC=\angle 5+\angle 3$
(6) $\angle 2+\angle 3+\angle C+\angle D+\angle 4+\angle 5=360°$	由(5) & 加法交換律
(7) $(\angle 2+\angle 3+\angle C+\angle D)+(\angle 4+\angle 5)=360°$	由(6) & 加法結合律
(8) $\angle 2+\angle 3+\angle C+\angle D=360°-(\angle 4+\angle 5)$ $=360-100°=260°$	由(7) 移項 & (2) $\angle 4+\angle 5°=100°$
(9) 所以$\angle 2+\angle 3+\angle C+\angle D=260°$	由(8)

習題 6.4-8：

已知有一個正 n 邊形可分成 4 個三角形，則：

(1) n＝______________。

(2) 此正 n 邊形的內角和為______________度。

(3) 此正 n 邊形的一個內角為______________度。

想法：(1) n 邊形可分割成(n－2)個三角形

(2) n 多邊形內角和(n－2)×180°

(3) 正 n 邊形的 n 個內角皆相等

解：

敘述	理由
(1) n 邊形可分割成(n－2)個三角形	多邊形內角和定理-想法二
(2) n－2＝4	由(1) & 已知 n 邊形可分成 n 個三角形
(3) n＝6	由(2) 移項
(4) 此正 n 邊形的內角和為 (6－2) ×180°＝4×180°＝720°	由(3) & n 多邊形內角和(n－2)×180°
(5) 此正 n 邊形的一個內角為 720°÷6＝120°	由(4) & 正 n 邊形的 n 個內角皆相等

習題 6.4-9：

有一正 n 邊形的每一個內角為 108°，求 n。

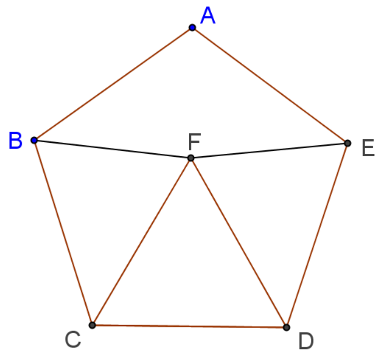
想法：正 n 多邊形一個內角的度數為(n－2)×180°÷n

解：

敘述	理由
(1) (n－2)×180°÷n＝108°	已知正 n 邊形的每一個內角為 108° & 正 n 多邊形一個內角的度數為(n－2)×180°÷n
(2) n＝5	由(2) & 解一元一次方程式

習題 6.4-10：

如下圖，正五邊形 ABCDE 中，F 為內部一點，使得△CDF 為正三角形，則∠BFC＝____度，∠BFE＝____度。



想法：(1) 正 n 多邊形一個內角的度數為$(n-2)\times180°\div n$

(2) 等腰三角形兩腰相等且兩底角相等

(3) 周角為 360°

解：

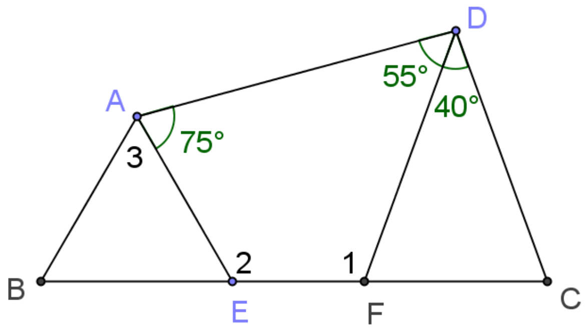
敘述	理由
(1) 正五邊形 ABCDE 中 $\angle BCD=\angle EDC$ $=(5-2)\times180°\div5=108°$ & $\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DE}$	如圖所示 正 n 多邊形一個內角的度數為 $(n-2)\times180°\div n$ & 正五邊形五個邊等長
(2) 正三角形 CDF 中 $\angle FCD=\angle CDF=\angle CFD$ $=(3-2)\times180°\div3=60°$ & $\overline{FC}=\overline{CD}=\overline{DF}$	如圖所示 正 n 多邊形一個內角的度數為 $(n-2)\times180°\div n$ & 正三角形三個邊等長
(3) 三角形 BCF 中 $\overline{FC}=\overline{BC}$	如圖所示 由(2) $\overline{FC}=\overline{CD}$ & (1) $\overline{BC}=\overline{CD}$ 遞移律
(4) 所以三角形 BCF 為等腰三角形	由(3) & 兩腰等長為等腰三角形
(5) $\angle BCD=\angle BCF+\angle FCD$	如圖所示，全量等於分量之和
(6) $\angle BCF=\angle BCD-\angle FCD$ $=108°-60°=48°$	由(5) 移項 & (1) $\angle BCD=108°$ & (2) $\angle FCD=60°$
(7) $\angle BFC=(180°-\angle BCF)\div2$ $=(180°-48°)\div2=66°$	由(4) & 等腰三角形底角與頂角之關係 & (6) $\angle BCF=48°$

(8) 三角形 DEF 中 $\overline{DF}=\overline{DE}$	如圖所示 由(2) $\overline{DF}=\overline{CD}$ ＆ (1) $\overline{CD}=\overline{DE}$ 遞移律
(9) 所以三角形 DEF 為等腰三角形	由(8) ＆ 兩腰等長為等腰三角形
(10) $\angle CDE=\angle FDE+\angle CDF$	如圖所示，全量等於分量之和
(11) $\angle FDE=\angle CDE-\angle CDF$ $=108°-60°=48°$	由(10) 移項 ＆ (1) $\angle CDE=108°$ ＆ (2) $\angle CDF=60°$
(12) $\angle EFD=(180°-\angle FDE)\div 2$ $=(180°-48°)\div 2=66°$	由(9) ＆ 等腰三角形底角與頂角之關係 ＆ (11) $\angle FDE=66°$
(13) $360°=\angle BFE+\angle EFD+\angle DFC$ $+\angle CFB$	如圖所示，全量等於分量之和 ＆ 周角為 360°
(14) $\angle BFE=360°-\angle EFD-\angle DFC$ $-\angle CFB$ $=360°-66°-60°-66°$ $=168°$	由(13) 移項 ＆ (12) $\angle EFD=66°$ ＆ (2) $\angle DFC=60°$ ＆ (7) $\angle BFC=66°$

習題 6.4-11：

如下圖，四邊形 ABCD 中，$\overline{AB}=\overline{AE}$，$\overline{DC}=\overline{DF}$，求：

(1)∠1。　　(2)∠2。　　(3)∠3。



想法：(1) 四邊形內角和 360°

(2) 等腰三角形兩腰相等且兩底角相等

(3) 等腰三角形底角與頂角的關係

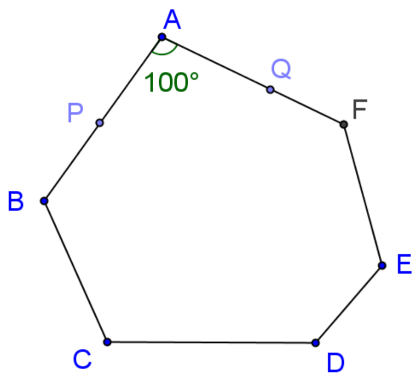
解：

敘述	理由
(1) 三形 CDF 為等腰三角形	已知$\overline{DC}=\overline{DF}$
(2) ∠DFC＝(180°－∠FDC)÷2	等腰三角形底角與頂角的關係
(3) ∠DFC＝(180°－40°)÷2＝70°	將已知∠FDC＝40°代入(2)
(4) ∠1＝180°－∠DFC	外角定義
(5) ∠1＝180°－70°＝110°	將已知∠DFC＝70°代入(4)
(6) 四邊形 ABCD 中，	如圖所示
(7) ∠1＋∠2＋∠EAD＋∠ADF＝360°	四邊形內角和 360°
(8) 110°＋∠2＋75°＋55°＝360°	將已知∠EAD＝75°、∠ADF＝55° & (5) ∠1＝110° 代入 (7)
(9) ∠2＝360°－110°－75°－55°＝120°	由(8) 移項
(10) ∠AEB＝180°－∠2	外角定義
(11) ∠AEB＝180°－120°＝60°	將(9) ∠2＝120°代入(10)
(12) 三形 ABE 為等腰三角形	已知$\overline{AB}=\overline{AE}$
(13) ∠3＝(180°－∠AEB)÷2	等腰三角形底角與頂角的關係

(14) $\angle 3=(180°-60°)\div 2=60°$	將(11) $\angle AEB=60°$代入(13)
(15) 所以$\angle 1=110°$、$\angle 2=120°$、$\angle 3=60°$	由(5) & (9) & (14) 已證

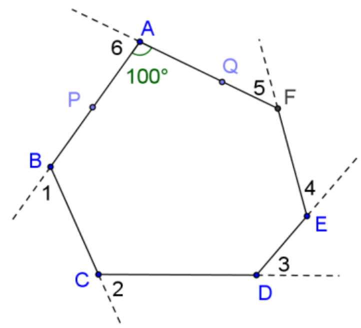
習題 6.4-12：

如下圖，有一個六邊形的公園，其中$\angle FAB=100°$，小明從 P 點依逆時針方向繞公園行走，最後到達 Q 點，則小明共轉了______________度。



想法：任意凸多邊行一組外角和 360°

解：

敘述	理由
(1) 小明所轉的度數如右圖所示，為($\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4+\angle 5$)	
(2) $\angle 1$、$\angle 2$、$\angle 3$、$\angle 4$、$\angle 5$、$\angle 6$ 為六邊形 ABCDEF 的一組外角	
(3) $\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4+\angle 5+\angle 6=360°$	如上圖所示
(4) $\angle 6=180°-\angle FAB=180°-100°=80°$	任意凸多邊行一組外角和 360°
(5) $\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4+\angle 5+80°=360°$	如圖$\angle 6$ 為$\angle FAB$ 的外角 & $\angle FAB=100°$
(6) $\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4+\angle 5=360°-80°=280°$	將(4) $\angle 6=80°$代入(3)
	由(5) 移項

習題 6.4-13：

有一個四邊形，其外角分別為 x°、(x＋5)°、(2x－7)°、42°，則 x＝＿＿＿＿＿，最大外角為＿＿＿＿＿度。

想法：任意凸多邊行一組外角和 360°

解：

敘述	理由
(1) 四邊行一組外角和 360°	任意凸多邊行一組外角和 360°
(2) x°＋（x＋5）°＋（2x－7）°＋42°＝360°	由(1) ＆ 已知外角分別為 x°、(x＋5)°、(2x－7)°、42°
(3) x＝80	由(2) ＆ 解一元一次方程式
(4) 四個外角分別為 80°、85°、153°、42°	將(3) x＝80 代入已知外角分別為 x°、(x＋5)°、(2x－7)°、42°
(5) 最大外角為 153°	由(4) ＆ 153°＞85°＞80°＞42°

習題 6.4-14：

若某六邊形的一組外角成等差數列，且最小外角為 10°，則最小內角為？

想法：(1) 任意凸多邊行一組外角和 360°

(2) 外角定義

解：

敘述	理由
(1) 假設六邊形的 6 個外角分別為 10°、(10＋d)°、(10＋2d)°、(10＋3d)°、(10＋4d)°、(10＋5d)°	已知某六邊形的一組外角成等差數列，且最小外角為 10° ＆ 假設外角的公差為 d
(2) 10°＋(10＋d)°＋(10＋2d)°＋(10＋3d)°＋(10＋4d)°＋(10＋5d)°＝360°	任意凸多邊行一組外角和 360° ＆ 由(1) 假設
(3) d＝20	由(2) ＆ 解一元一次方程式
(4) 六邊形的 6 個外角分別為 10°、30°、50°、70°、90°、110°	將(3) d＝20 代入(1)
(5) 六邊形的 6 個內角分別為 170°、150°、130°、110°、90°、70°	由(4) ＆ 外角定義
(6) 六邊形最小內角為 70°	由(5) 170°＞150°＞130°＞110°＞90°＞70°

習題 6.4-15：

若某 n 邊形的內角和為其一組外角和的 5 倍，則此 n 邊形的內角和為____度。

想法：(1) 任意凸多邊行一組外角和 360°

(2) n 邊形的內角和為(n－2)×180°

解：

敘述	理由
(1) (n－2)×180°＝5×360°	已知 n 邊形的內角和為其一組外角和的 5 倍 & n 邊形的內角和(n－2)×180° & 任意凸多邊行一組外角和 360°
(2) n＝12	由(1) & 解一元一次方程式
(3) 12 邊形的內角和為 (12－2)×180°＝10×180° ＝1800°	n 邊形的內角和為(n－2)×180° & (2) n＝12

習題 6.4-16：

正十邊形的一個外角為______________度。

想法：正 n 邊形的一個外角度數為 360°÷n

解：

敘述	理由
(1) 正十邊形的一個外角為 360°÷10＝36°	正 n 邊形的一個外角度數為 360°÷n

習題 6.4-17：

有一正 n 邊形，其每一個外角為 36°，則 n＝______________。

想法：正 n 邊形的一個外角度數為 360°÷n

解：

敘述	理由
(1) 360°÷n＝36°	正 n 邊形的一個外角度數為 360°÷n & 已知正 n 邊形的一個外角為 36°
(2) n＝360°÷36°＝10	由(1) 移項

習題 6.4-18：

若有一正 n 邊形的一個內角為 108°，則 n＝______________。

想法：正 n 邊形的一個內角度數為(180°－360°÷n)

解：

敘述	理由
(1) 108°＝180°－360°÷n	正 n 邊形的一個內角度數為(180°－360°÷n) & 已知正 n 邊形的一個內角為 108°
(2) n＝360°÷(180°－108°)＝5	由(1) & 解一元一次方程式

習題 6.4-19：

有一正 n 邊形，其一個外角度數的 6 倍等於一個內角度數，則此正 n 邊形的內角和為______________度。

想法：(1) 正 n 邊形的一個外角度數為 360°÷n

(2) 正 n 邊形的一個內角度數為(180°－360°÷n)

(3) 正 n 邊形的內角和為(n－2)×180°

解：

敘述	理由
(1) (360°÷n)×6＝180°－360°÷n	已知一個外角度數的 6 倍等於一個內角度數 & 正 n 邊形的一個外角度數為 360°÷n & 正 n 邊形的一個內角度數為(180°－360°÷n)
(2) n＝14	由(1) & 解一元一次方程式
(3) 所以正 14 邊形的內角和為 (14－2)×180°＝2160°	由(2) & 正 n 邊形的內角和為(n－2)×180°