

習題 3.1

習題 3.1-1

圖 3.1-8 中， $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{AD}$ ，試證 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 。

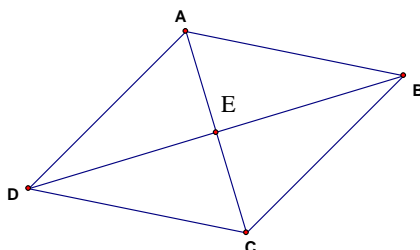


圖 3.1-8

已知： $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{AD}$

求證： $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

想法：(1) 若證得 $\angle AED = \angle AEB = 90^\circ$ ，則可知 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ ；

(2) 若證得 $\triangle ADE \cong \triangle ABE$ ，則可知 $\angle AED = \angle AEB$ ；

(3) 已知判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S. 三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱 A.S.A. 三角形全等定理
3. 三邊相等三角形全等定理，又稱 S.S.S. 三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 如圖 3.1-8， $\triangle ACD$ 及 $\triangle ACB$ 中， $\overline{AD} = \overline{AB}$ $\overline{CD} = \overline{CB}$ $\overline{AC} = \overline{AC}$	如圖 3.1-8 所示 已知 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{AD}$ 已知 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{AD}$ 兩三角形共用此邊
(2) $\triangle ACD \cong \triangle ACB$	由(1) S.S.S. 三角形全等定理
(3) $\angle DAC = \angle BAC$	由(2) 兩全等三角形的對應角相等
(4) 假設 \overline{AC} 直線與 \overline{BD} 線相交於 E 點	兩直線交點公理
(5) $\triangle ADE$ 及 $\triangle ABE$ 中， $\angle DAE = \angle BAE$ $\overline{AD} = \overline{AB}$ $\overline{AE} = \overline{AE}$	如圖 3.1-8 所示 由(3) $\angle DAC = \angle BAC$ 已知 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{AD}$ 兩三角形共用此邊

(6) $\triangle ADE \cong \triangle ABE$

(7) $\angle AED = \angle AEB$

(8) $\angle AED + \angle AEB = 180^\circ$

(9) $\angle AED = \angle AEB = 90^\circ$

(10) 所以 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

由(5) S.A.S. 三角形全等定理

由(6) 兩全等三角形的對應角相等

如圖 3.1-8 (\overline{DEB} 為一直線)

由(7) & (8)

由(9)

習題 3.1-2

圖 3.1-9 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\overline{BD} = \overline{CD}$ ，試證 $\overline{AE} \perp \overline{BC}$ 。

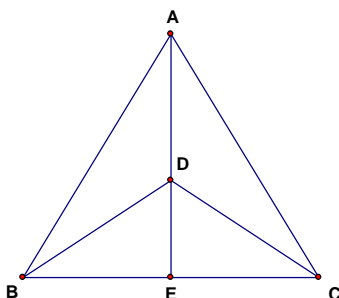


圖 3.1-9

已知： $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\overline{BD} = \overline{CD}$

求證： $\overline{AE} \perp \overline{BC}$

想法：(1) 若證得 $\triangle ABC$ 為等腰三角形，且 \overline{AE} 為 $\angle BAC$ 的角平分線，根據等腰三角形頂角平分線垂直底邊的性質，即可得知 $\overline{AE} \perp \overline{BC}$ ；

(2) 若證得 $\triangle ADB \cong \triangle ADC$ ，即可得知 $\angle BAD = \angle CAD$ ， \overline{AE} 為 $\angle BAC$ 的角平分線；

(3) 已知判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S. 三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱 A.S.A. 三角形全等定理
3. 三邊相等三角形全等定理，又稱 S.S.S. 三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) 如圖 3.1-9， $\triangle ADB$ 及 $\triangle ADC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ $\overline{BD} = \overline{CD}$ $\overline{AD} = \overline{AD}$	如圖 3.1-9 所示 已知 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 已知 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 兩三角形共用此邊
(2) $\triangle ADB \cong \triangle ADC$	由(1) S.S.S. 三角形全等定理
(3) $\angle BAD = \angle CAD$	由(2) 兩全等三角形的對應角相等
(4) $\triangle ABC$ 為等腰三角形	已知 $\overline{AB} = \overline{AC}$
(5) \overline{AE} 為 $\angle BAC$ 的角平分線	由(3) $\angle BAD = \angle CAD$ 已證
(6) 所以 $\overline{AE} \perp \overline{BC}$	由(4)&(5) 等腰三角形頂角平分線垂直底邊

習題 3.1-3

圖 3.1-10 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， \overline{BD} 為 $\angle ABC$ 的平分線， \overline{CD} 為 $\angle ACB$ 的平分線， \overline{BD} 與 \overline{CD} 相交於 D，試證 $\overline{AE} \perp \overline{BC}$ 。

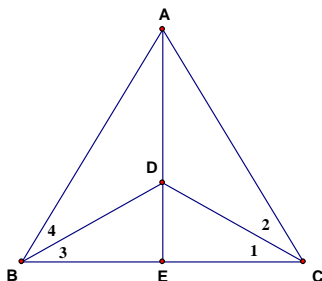


圖 3.1-10

已知： $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， \overline{BD} 為 $\angle ABC$ 的平分線， \overline{CD} 為 $\angle ACB$ 的平分線， \overline{BD} 與 \overline{CD} 相交於 D

求證： $\overline{AE} \perp \overline{BC}$

想法：(1) 若證得 $\triangle ABC$ 為等腰三角形，且 \overline{AE} 為 $\angle BAC$ 的角平分線，根據等腰三角形頂角平分線垂直底邊的性質，即可得知 $\overline{AE} \perp \overline{BC}$ ；

(2) 若證得 $\triangle ADB \cong \triangle ADC$ ，即可得知 $\angle BAD = \angle CAD$ ， \overline{AE} 為 $\angle BAC$ 的角平分線；

(3) 已知判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S. 三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱 A.S.A. 三角形全等定理
3. 三邊相等三角形全等定理，又稱 S.S.S. 三角形全等定理

證明：

敘述	理由
(1) $\triangle ABC$ 為等腰三角形 $\angle ABC = \angle ACB$	已知 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 等腰三角形兩底角相等
(2) $\angle 3 = \angle 4 = \frac{1}{2} \angle ABC$ $= \frac{1}{2} \angle ACB = \angle 1 = \angle 2$	已知 \overline{BD} 為 $\angle ABC$ 的平分線， \overline{CD} 為 $\angle ACB$ 的平分線 & 由(1) $\angle ABC = \angle ACB$
(3) $\triangle DBC$ 為等腰三角形 $\overline{BD} = \overline{CD}$	由(2)已證 $\angle 1 = \angle 3$ 等腰三角形兩腰等長
(4) $\triangle ADB$ 及 $\triangle ADC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ $\angle 4 = \angle 2$	如圖(3.1-10)所示 已知 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 由(2)已證 $\angle 4 = \angle 2$

$\overline{BD} = \overline{CD}$	由(3)已證
(5) $\triangle ADB \cong \triangle ADC$	由(4) S.A.S.三角形全等定理
(6) $\angle BAD = \angle CAD$ 。	由(5) 兩全等三角形的對應角相等
(7) $\triangle ABC$ 為等腰三角形	已知 $\overline{AB} = \overline{AC}$
(8) \overline{AE} 為 $\angle BAC$ 的角平分線	由(6) $\angle BAD = \angle CAD$ 已證
(9) 所以 $\overline{AE} \perp \overline{BC}$	由(7) & (8) 等腰三角形頂角平分線垂直底邊

習題 3.1-4

圖 3.1-11 中， $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ ， \overline{CD} 為 $\angle ECF$ 的角平分線，試證 $\angle ACE = \angle BCF$ 。

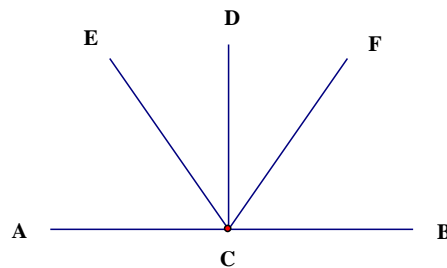


圖 3.1-11

已知： $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ ， \overline{CD} 為 $\angle ECF$ 的角平分線

求證： $\angle ACE = \angle BCF$

想法：利用等量公理

證明：

敘述	理由
(1) $\angle ACD = \angle BCD = 90^\circ$	已知 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$
(2) $\angle ECD = \angle FCD$	已知 \overline{CD} 為 $\angle ECF$ 的角平分線
(3) $\angle ACD - \angle ECD = \angle BCD - \angle FCD$	由(1)式 - (2)式
(4) $\angle ACE = \angle BCF$	如圖 3.2-11 所示， $\angle ACE = \angle ACD - \angle ECD$ $\angle BCF = \angle BCD - \angle FCD$ & (3)

習題 3.1-5

圖 3.1-12 中， $\angle BAC$ 與 $\angle BCA$ 互為餘角， $\angle DEC$ 與 $\angle DCE$ 互為餘角，試證 $\angle BAC = \angle DEC$ 。

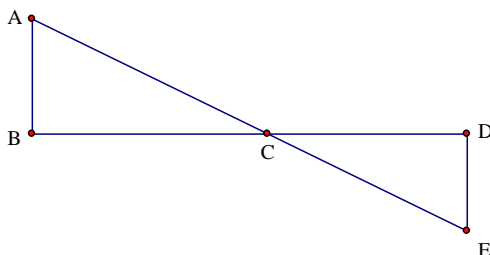


圖 3.1-12

已知： $\angle BAC$ 與 $\angle BCA$ 互為餘角， $\angle DEC$ 與 $\angle DCE$ 互為餘角

求證： $\angle BAC = \angle DEC$

想法：利用等量公理

證明：

敘述	理由
(1) $\angle BCA = \angle DCE$	如圖 3.1-12，對頂角相等
(2) $\angle BAC + \angle BCA = 90^\circ$	已知 $\angle BAC$ 與 $\angle BCA$ 互為餘角
(3) $\angle DEC + \angle DCE = 90^\circ$	已知 $\angle DEC$ 與 $\angle DCE$ 互為餘角
(4) $\angle BAC + \angle BCA = \angle DEC + \angle DCE$	由(2)&(3)遞移律
(5) $\angle BAC + \angle DCE = \angle DEC + \angle DCE$	將(1) $\angle BCA = \angle DCE$ 代入 (4)
(6) $\angle BAC = \angle DEC$	由(5) 等量減法公理

習題 3.2

習題 3.2-1：

如圖 3.2-43， L 是 L_1 和 L_2 的截線，則：

- (1) $\angle 1$ 的同位角為 _____。
- (2) $\angle 3$ 的同側內角為 _____。
- (3) $\angle 4$ 的內錯角為 _____。

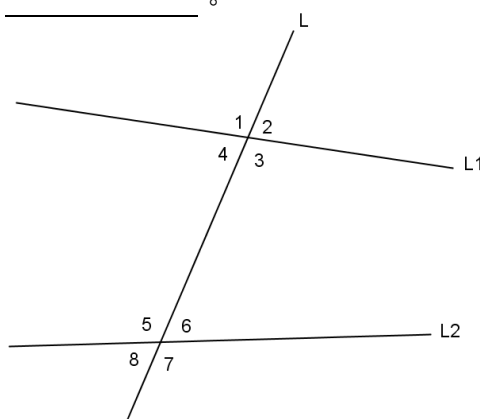


圖 3.2-43

想法：(1) 位居於截線兩側且不相鄰的內角，叫做內錯角。

(2) 位居於截線同側且不相鄰的內角與外角，叫做同位角。

(3) 位居於截線同側的內角，叫做同側內角。

解：

敘述	理由
(1) $\angle 1$ 的同位角為 $\angle 5$	同位角的定義
(2) $\angle 3$ 的同側內角為 $\angle 6$	同側內角的定義
(3) $\angle 4$ 的內錯角為 $\angle 6$	內錯角的定義

習題 3.2-2 :

如圖 3.2-44， $L_1//L_2$ ， L 為截線， $\angle 4=100^\circ$ ，則：

- (1) $\angle 6 =$ _____ 度 (2) $\angle 5 =$ _____ 度

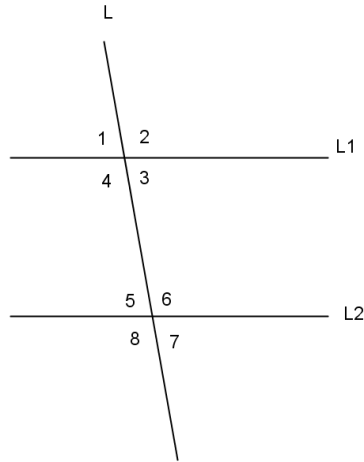


圖 3.2-44

想法：一截線與兩平行線相交所造成的一組內錯角相等

解：

敘述	理由
(1) $\angle 6$ 與 $\angle 4$ 互為內錯角	已知 L 為截線
(2) $\angle 6 = \angle 4 = 100^\circ$	已知 $L_1//L_2$ ，內錯角相等 & 已知 $\angle 4 = 100^\circ$
(3) $\angle 5 + \angle 6 = 180^\circ$	$\angle 5 + \angle 6$ 為平角 180°
(4) $\angle 5 = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$	由(3) 等量減法公理 & 由(2) $\angle 6 = 100^\circ$ 已證

習題 3.2-3 :

如圖 3.2-45， $L_1//L_2$ ， L 為截線，求：

- (1) $x =$ _____ 。
- (2) $\angle 1 =$ _____ 度。
- (3) $\angle 2 =$ _____ 度。

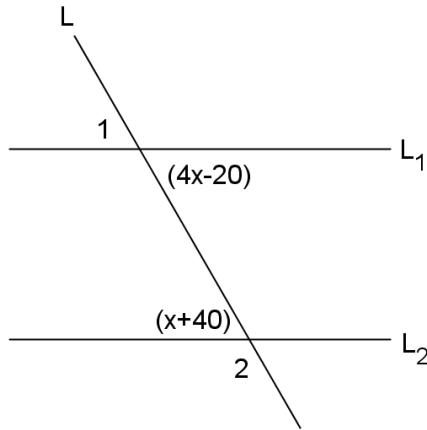


圖 3.2-45

想法：一截線與兩平行線相交所造成的一組內錯角相等

解：

敘述	理由
(1) $(4x - 20)^\circ = (x + 40)^\circ$	已知 $L_1//L_2$ ，內錯角相等
(2) $x = 20$	由(1) 解一元一次方程式
(3) $\angle 1 = (4x - 20)^\circ = 60^\circ$	對頂角相等 & 由(2) $x = 20$ 已證
(4) $\angle 2 = 180^\circ - (x + 40)^\circ = 120^\circ$	$\angle 2$ 與 $(x + 40)^\circ$ 互補 & 由(2) $x = 20$ 已證

習題 3.2-4 :

如圖 3.2-46，已知 $L_1 \parallel L_2$ ，M 是 L_1 、 L_2 的一條截線，若 $\angle 1 = 125^\circ$ ，求 $\angle 2$ 。

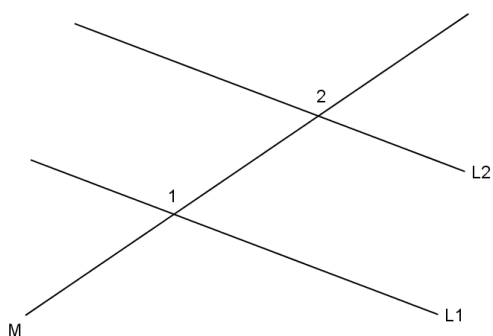


圖 3.2-46

想法：已知一截線與兩平行線相交，則：

1. 內錯角相等
2. 同位角相等

解：

敘述	理由
(1) $\angle 1$ 的同位角為 $\angle 2$	已知 M 是 L_1 、 L_2 的一條截線
(2) $\angle 2 = \angle 1$	已知 $L_1 \parallel L_2$ & 同位角相等
(3) $\angle 2 = 125^\circ$	由(2) & 已知 $\angle 1 = 125^\circ$

習題 3.2-5 :

如圖 3.2-47, $\overline{AD} \parallel \overline{BC} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{PQ}$ 。連接 \overline{AQ} , 且 $\angle 1 = 60^\circ$, 求 :

- (1) $\angle 2$ 至 $\angle 8$ 各截角的度數。
- (2) 同側內角 $\angle 3$ 與 $\angle 5$ 的和。

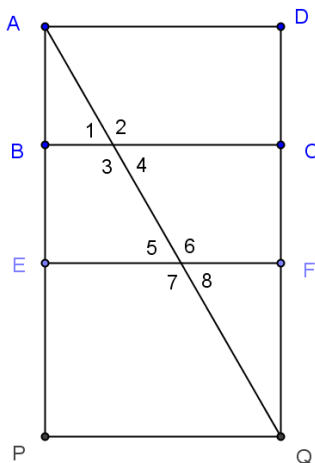


圖 3.2-47

想法：已知一截線與兩平行線相交，則：

1. 內錯角相等
2. 同位角相等

解：

敘述	理由
(1) $\angle 2 = 180^\circ - \angle 1 = 120^\circ$	$\angle 2$ 與 $\angle 1$ 互補 & $\angle 1 = 60^\circ$
(2) $\angle 3 = \angle 2 = 120^\circ$	對頂角相等 & $\angle 2 = 120^\circ$
(3) $\angle 4 = \angle 1 = 60^\circ$	對頂角相等 & $\angle 1 = 60^\circ$
(4) $\angle 5 = \angle 1 = 60^\circ$	$\overline{BC} \parallel \overline{EF}$, 同位角相等
(5) $\angle 6 = \angle 2 = 120^\circ$	$\overline{BC} \parallel \overline{EF}$, 同位角相等
(6) $\angle 7 = \angle 6 = 120^\circ$	對頂角相等 & $\angle 6 = 120^\circ$
(7) $\angle 8 = \angle 5 = 60^\circ$	對頂角相等 & $\angle 5 = 60^\circ$
(8) $\angle 3 + \angle 5 = 120^\circ + 60^\circ = 180^\circ$	由(2) & (4)

習題 3.2-6：

如圖 3.2-48， $L_1 \parallel L_2$ ， $L_3 \parallel L_4$ ，則：

- (1) $\angle 1 =$ _____ 度。 (2) $\angle 2 =$ _____ 度。
 (3) $\angle 3 =$ _____ 度。 (4) $\angle 4 =$ _____ 度。

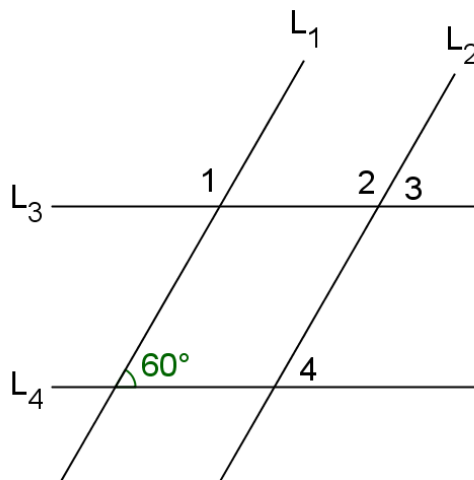


圖 3.2-48

想法：已知一截線與兩平行線相交，則：

1. 內錯角相等
2. 同位角相等

解：

敘述	理由
(1) $\angle 4 = 60^\circ$	$L_1 \parallel L_2$ ，同位角相等
(2) $\angle 3 = \angle 4 = 60^\circ$	$L_3 \parallel L_4$ ，同位角相等 & $\angle 4 = 60^\circ$
(3) $\angle 2 = 180^\circ - \angle 3$	$\angle 3$ 與 $\angle 2$ 互補， $\angle 3 + \angle 2 = 180^\circ$
(4) $\angle 2 = 180^\circ - \angle 3 = 120^\circ$	由(3) & $\angle 3 = 60^\circ$
(5) $\angle 1 = \angle 2 = 120^\circ$	$L_1 \parallel L_2$ ，同位角相等 & $\angle 2 = 120^\circ$

習題 3.2-7 :

如圖 3.2-49, $L_1 \parallel L_2$, M 是 L_1 、 L_2 的一條截線, 若 $\angle 1 = 135^\circ$, 求 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 。

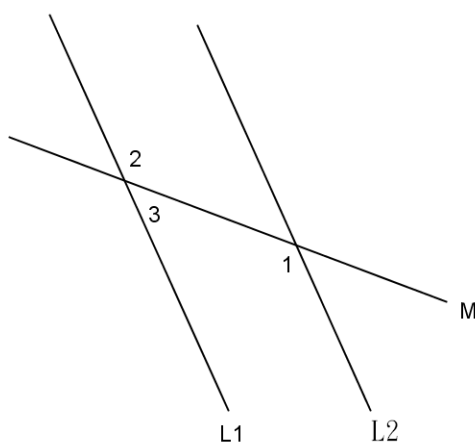


圖 3.2-49

想法：一截線與兩平行線相交，則：

1. 內錯角相等
2. 同位角相等
3. 同側內角互補

解：

敘述	理由
(1) $\angle 3$ 與 $\angle 1$ 互為同側內角	M 是 L_1 、 L_2 的一條截線
(2) $\angle 3 + \angle 1 = 180^\circ$	$L_1 \parallel L_2$, 同側內角互補
(3) $\angle 3 = 180^\circ - \angle 1$	由(2)
(4) $\angle 3 = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$	由(3) & $\angle 1 = 135^\circ$
(5) $\angle 2$ 與 $\angle 1$ 互為內錯角	M 是 L_1 、 L_2 的一條截線
(6) $\angle 2 = \angle 1 = 135^\circ$	$L_1 \parallel L_2$, 內錯角相等 & $\angle 1 = 135^\circ$

習題 3.2-8：

如圖 3.2-50， $L_1 \parallel L_2$ ， M 是 L_1 和 L_2 的截線， $\angle 1 = 57^\circ$ ，則：

- (1) $\angle 2$ 和 _____ 是同側內角。
- (2) $\angle 3$ 和 _____ 是同位角。
- (3) $\angle 6 =$ _____ 度。
- (4) $\angle 8 =$ _____ 度。

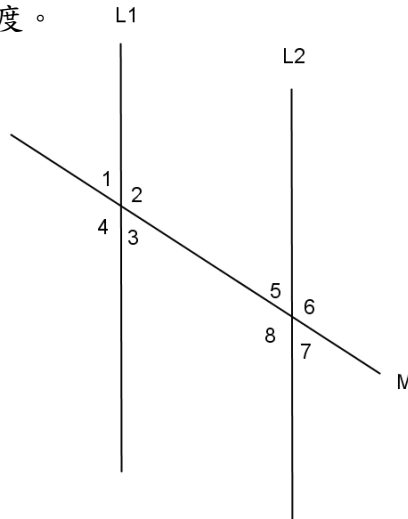


圖 3.2-50

想法：一截線與兩平行線相交，則：

1. 內錯角相等
2. 同位角相等
3. 同側內角互補

解：

敘述	理由
(1) $\angle 2$ 與 $\angle 5$ 互為同側內角	M 是 L_1 、 L_2 的一條截線
(2) $\angle 3$ 與 $\angle 7$ 互為同位角	M 是 L_1 、 L_2 的一條截線
(3) $\angle 5$ 與 $\angle 1$ 互為同位角	M 是 L_1 、 L_2 的一條截線
(4) $\angle 5 = \angle 1 = 57^\circ$	$L_1 \parallel L_2$ ，同位角相等 & $\angle 1 = 57^\circ$
(5) $\angle 6 = 180^\circ - \angle 5 = 123^\circ$	$\angle 5 + \angle 6 = 180^\circ$ & $\angle 5 = 57^\circ$
(6) $\angle 8 = \angle 6 = 123^\circ$	對頂角相等 & $\angle 6 = 123^\circ$

習題 3.2-9：

如圖 3.2-51， $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3$ ， L 為截線， $\angle 1 = 75^\circ$ ，則：

(1) $\angle 2 =$ _____ 度。

(2) $\angle 3 =$ _____ 度。

(3) $\angle 4 =$ _____ 度。

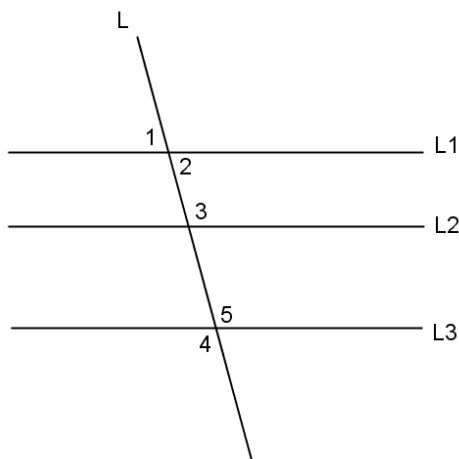


圖 3.2-51

想法：一截線與兩平行線相交，則：

1. 內錯角相等
2. 同位角相等
3. 同側內角互補

解：

敘述	理由
(1) $\angle 2 = \angle 1 = 75^\circ$	對頂角相等
(2) $\angle 3$ 與 $\angle 2$ 互為同側內角	L 是 L_1 、 L_2 的一條截線
(3) $\angle 3 + \angle 2 = 180^\circ$	$L_1 \parallel L_2$ ，同側內角互補
(4) $\angle 3 = 180^\circ - \angle 2 = 105^\circ$	由(3) 等量減法公理 & $\angle 2 = 75^\circ$
(5) $\angle 5$ 與 $\angle 3$ 互為同位角	L 是 L_2 、 L_3 的一條截線
(6) $\angle 5 = \angle 3 = 105^\circ$	$L_2 \parallel L_3$ ，同位角相等 & $\angle 3 = 105^\circ$
(7) $\angle 4 = \angle 5 = 105^\circ$	對頂角相等 & $\angle 5 = 105^\circ$

習題 3.2-10

如圖 3.2-52，回答下列問題：

- (1) L_1 和哪一條直線平行？_____。
- (2) L_2 和哪一條直線平行？_____。

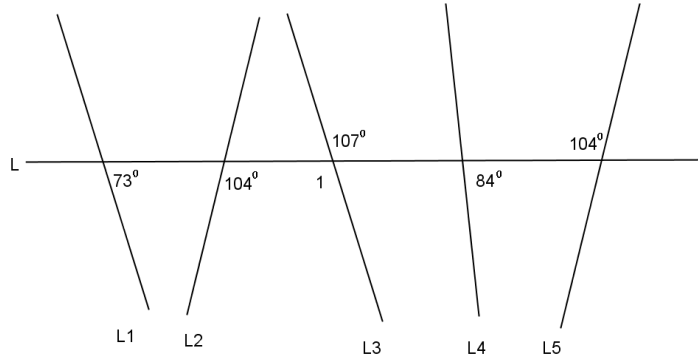


圖 3.2-52

想法：判斷兩直線平行的方法有：

1. 內錯角相等的兩線平行
2. 同位角相等的兩線平行
3. 同側內角互補的兩線平行

解：

敘述	理由
(1) $\angle 1 = 107^\circ$	對頂角相等
(2) $L_1 \parallel L_3$	$\angle 1 + 73^\circ = 180^\circ$ ，同側內角互補的兩線平行定理
(3) $L_2 \parallel L_5$	$104^\circ = 104^\circ$ ，內錯角相等的兩線互相平行定理

習題 3.2-11

圖 3.2-53 中， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， \overline{HE} 平分 $\angle BEF$ ， \overline{GF} 平分 $\angle CFE$ ，試證 $\overline{EH} \parallel \overline{GF}$ 。

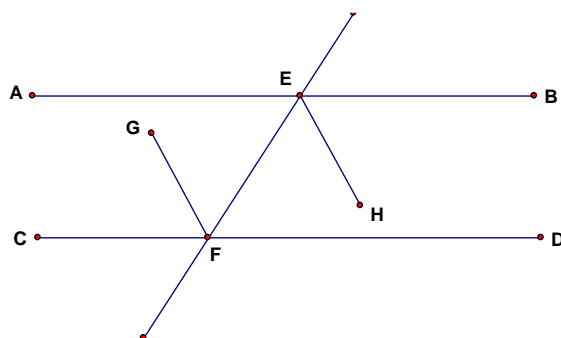


圖 3.2-53

已知： $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， \overline{HE} 平分 $\angle BEF$ ， \overline{GF} 平分 $\angle CFE$

求證： $\overline{EH} \parallel \overline{GF}$

想法：(1) 一截線與兩平行線相交，則：

1. 內錯角相等
2. 同位角相等
3. 同側內角互補

(2) 判斷兩直線平行的方法有：

1. 內錯角相等的兩線平行
2. 同位角相等的兩線平行
3. 同側內角互補的兩線平行

證明：

敘述	理由
(1) $\angle BEF = \angle CFE$	已知 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，內錯角相等
(2) $\angle BEF = 2\angle HEF$	已知 \overline{HE} 平分 $\angle BEF$
(3) $\angle CFE = 2\angle GFE$	已知 \overline{GF} 平分 $\angle CFE$
(4) $2\angle HEF = 2\angle GFE$	將(2) & (3)代入(1)
(5) $\angle HEF = \angle GFE$	由(4) 等量除法公理(等式兩邊同除以 2)
(6) 所以 $\overline{EH} \parallel \overline{GF}$	由(5) $\angle HEF = \angle GFE$ & 內錯角相等， 兩直線互相平行定理

習題 3.2-12

圖 3.2-54 中， $\overline{AB} \parallel \overline{A'B'}$ ， $\overline{CD} \parallel \overline{BD'}$ ，試證 $\angle ACD = \angle A'B'D'$ 。

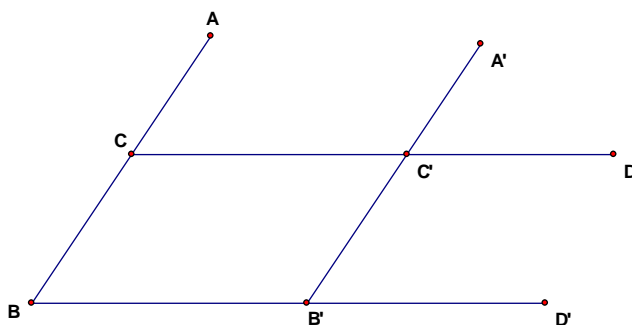


圖 3.2-54

已知： $\overline{AB} \parallel \overline{A'B'}$ ， $\overline{CD} \parallel \overline{BD'}$

求證： $\angle ACD = \angle A'B'D'$

想法：一截線與兩平行線相交，則：

1. 內錯角相等
2. 同位角相等
3. 同側內角互補

證明：

敘述	理由
(1) $\angle ACD = \angle A'C'D$	已知 $\overline{AB} \parallel \overline{A'B'}$ ，同位角相等
(2) $\angle A'C'D = \angle A'B'D'$	已知 $\overline{CD} \parallel \overline{BD'}$ ，同位角相等
(3) $\angle ACD = \angle A'C'D = \angle A'B'D'$	由(1)&(2)遞移律
(4) 所以 $\angle ACD = \angle A'B'D'$	由(3)

習題 3.2-13

圖 3.2-55 中， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ ， $\overline{AB} = \overline{CD}$ ，試證 $\overline{AC} = \overline{DE}$ 。

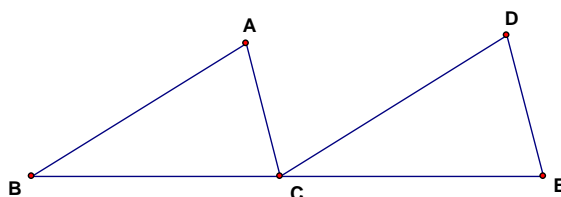


圖 3.2-55

已知： $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ ， $\overline{AB} = \overline{CD}$

求證： $\overline{AC} = \overline{DE}$

想法：(1) 若證得 $\triangle ABC \cong \triangle DCE$ ，則可得知 $\overline{AC} = \overline{DE}$

(2) 判斷兩個三角形全等的方法有：

1. 兩邊夾一角三角形全等定理，又稱 S.A.S. 三角形全等定理
2. 兩角夾一邊三角形全等定理，又稱 A.S.A. 三角形全等定理
3. 三邊相等三角形全等定理，又稱 S.S.S. 三角形全等定理

(3) 一截線與兩平行線相交，則：

1. 內錯角相等
2. 同位角相等
3. 同側內角互補

證明：

敘述	理由
(1) $\triangle ABC$ 與 $\triangle DCE$ 中， $\angle ABC = \angle DCE$ $\overline{AB} = \overline{DC}$ $\angle ACB = \angle DEC$	如圖 3.2-55 所示 已知 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，同位角相等 已知 $\overline{AB} = \overline{DC}$ 已知 $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ ，同位角相等
(2) 所以 $\triangle ABC \cong \triangle DCE$	由(1) & A.S.A. 全等三角形定理
(3) 所以 $\overline{AC} = \overline{DE}$	由(2) 對應邊相等

習題 3.2-14

圖 3.2-56 中， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$ ，試證 $\angle A = \angle D$ ， $\angle C = \angle B$ 。

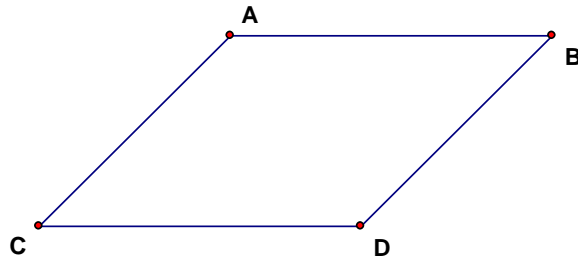


圖 3.2-56

已知： $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$

求證： $\angle A = \angle D$ ， $\angle C = \angle B$

想法：一截線與兩平行線相交，則：

1. 內錯角相等
2. 同位角相等
3. 同側內角互補

證明：

敘述	理由
(1) $\angle A + \angle C = 180^\circ$	已知 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，同側內角互補
(2) $\angle A + \angle B = 180^\circ$	已知 $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$ ，同側內角互補
(3) $\angle A + \angle C = \angle A + \angle B$	由(1)&(2)遞移律
(4) $\angle C = \angle B$	由(3) 等量減法公理(等式兩邊同減 $\angle A$)
(5) 同理可證 $\angle A = \angle D$	由(1)~(4)

習題 3.3

習題 3.3-1

下列各圖形中，哪些是線對稱圖形？_____

(A)

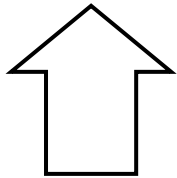


圖 3.3-13(a)

(B)



圖 3.3-13(b)

(C)

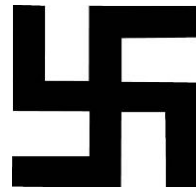


圖 3.3-13(c)

(D)



圖 3.3-13(d)

(E)



圖 3.3-13(e)

(F)



圖 3.3-13(f)

(G)

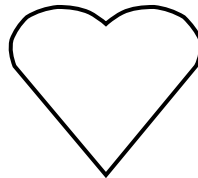


圖 3.3-13(g)

(H)



圖 3.3-13(h)

(I)

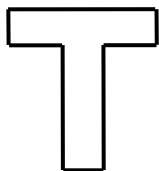


圖 3.3-13(i)

(J)



圖 3.3-13(j)

(K)

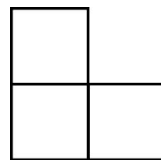


圖 3.3-13(k)

(L)

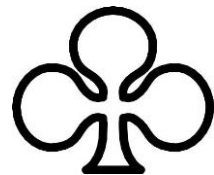


圖 3.3-13(l)

想法：若一個圖形是線對稱圖形，則沿著對稱軸對折，圖形會完全重疊

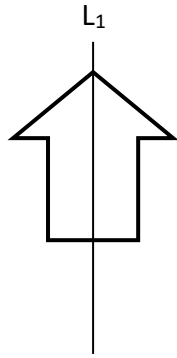


圖 3.3-13(a-1)



圖 3.3-13(b-1)

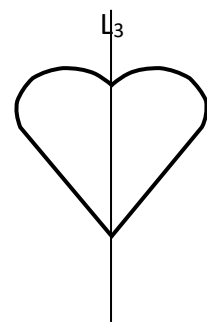


圖 3.3-13(g-1)

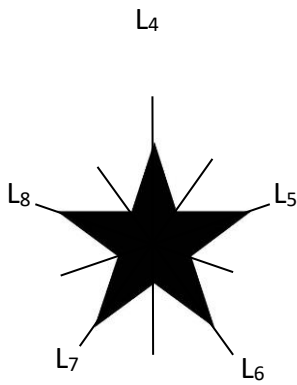


圖 3.3-13(h-1)

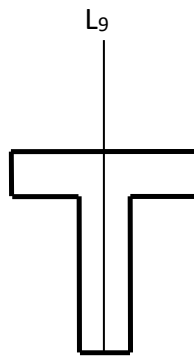


圖 3.3-13(i-1)

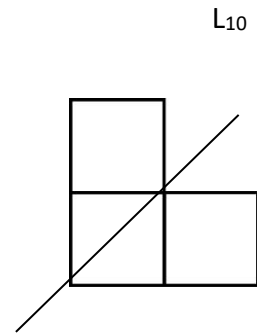


圖 3.3-13(k-1)

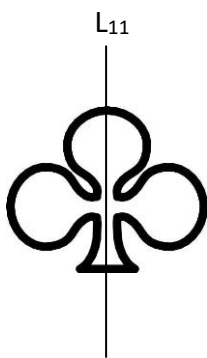


圖 3.3-13(l-1)

解：

敘述

理由

(1) 選項(A)為線對稱圖形，如圖 3.3-13(a-1)， L_1 為其對稱軸	圖 3.3-13(a-1)中，沿著 L_1 對折，圖形完全重疊
(2) 選項(B)為線對稱圖形，如圖 3.3-13(b-1)， L_2 為其對稱軸	圖 3.3-13(b-1)中，沿著 L_2 對折，圖形完全重疊
(3) 選項(C)不是線對稱圖形	找不到對稱軸
(4) 選項(D)不是線對稱圖形	找不到對稱軸
(5) 選項(E)不是線對稱圖形	找不到對稱軸
(6) 選項(F)不是線對稱圖形	找不到對稱軸
(7) 選項(G) 為線對稱圖形，如圖 3.3-13(g-1)， L_3 為其對稱軸	圖 3.3-13(g-1)中，沿著 L_3 對折，圖形完全重疊
(8) 選項(H) 為線對稱圖形，如圖 3.3-13(h-1)， L_4 、 L_5 、 L_6 、 L_7 、 L_8 為其對稱軸	圖 3.3-13(h-1)中，分別沿著 L_4 、 L_5 、 L_6 、 L_7 、 L_8 對折，圖形完全重疊
(9) 選項(I) 為線對稱圖形，如圖 3.3-13(i-1)， L_9 為其對稱軸	圖 3.3-13(i-1)中，沿著 L_9 對折，圖形完全重疊
(10) 選項(J)不是線對稱圖形	找不到對稱軸
(11) 選項(K)為線對稱圖形，如圖 3.3-13(k-1)， L_{10} 為其對稱軸	圖 3.3-13(k-1)中，沿著 L_{10} 對折，圖形完全重疊
(12) 選項(L)為線對稱圖形，如圖 3.3-13(l-1)， L_{11} 為其對稱軸	圖 3.3-13(l-1)中，沿著 L_{11} 對折，圖形完全重疊
(13) 所以本題選(A)、(B)、(G)、(H)、(I)、(K)、(L)	由(1)~(12)

習題 3.3-2

下列各圖形哪一個的對稱軸超過一條？_____

(A)

(B)

(C)

(D)

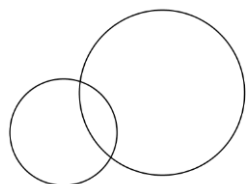


圖 3.3-14(a)

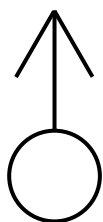


圖 3.3-14(b)

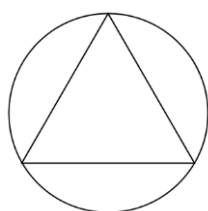


圖 3.3-14(c)

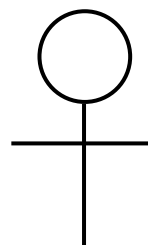


圖 3.3-14(d)

想法：若一個圖形是線對稱圖形，則沿著對稱軸對折，圖形會完全重疊

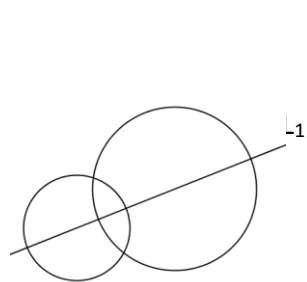


圖 3.3-14(a-1)

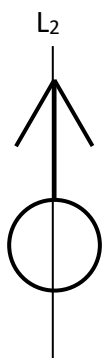


圖 3.3-14(b-1)

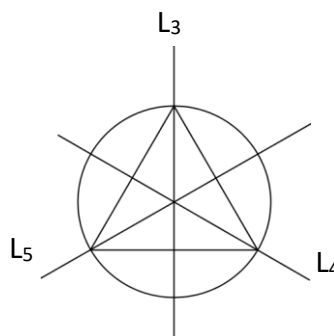


圖 3.3-14(c-1)

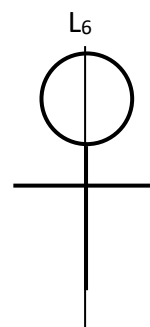


圖 3.3-14(d-1)

解：

敘述	理由
(1) 選項(A)為線對稱圖形，如圖 3.3-14(a-1)， L_1 為其對稱軸，有 1 條對稱軸	圖 3.3-14(a-1)中，沿著 L_1 對折，圖形完全重疊
(2) 選項(B)為線對稱圖形，如圖 3.3-14(b-1)， L_2 為其對稱軸，有 1 條對稱軸	圖 3.3-14(b-1)中，沿著 L_2 對折，圖形完全重疊
(3) 選項(C)為線對稱圖形，如圖 3.3-14(c-1)， L_3 、 L_4 、 L_5 為其對稱軸，有 3 條對稱軸	圖 3.3-14(c-1)中，分別沿著 L_3 、 L_4 、 L_5 對折，圖形完全重疊
(4) 選項(D)為線對稱圖形，如圖 3.3-14(d-1)， L_6 為其對稱軸，有 1 條對稱軸	圖 3.3-14(d-1)中，沿著 L_6 對折，圖形完全重疊
(5) 所以本題選(C)	由(1)~(4)

習題 3.3-3

畫出下列圖形的所有對稱軸：



圖 3.3-15(a)

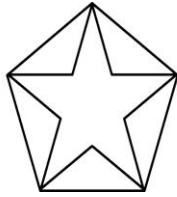


圖 3.3-15(b)

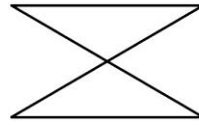


圖 3.3-15(c)



圖 3.3-15(d)

想法：若一個圖形是線對稱圖形，則沿著對稱軸對折，圖形會完全重疊

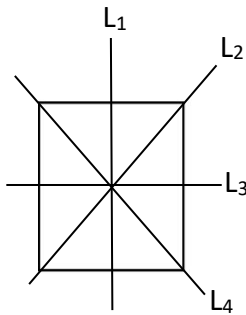


圖 3.3-15(a-1)

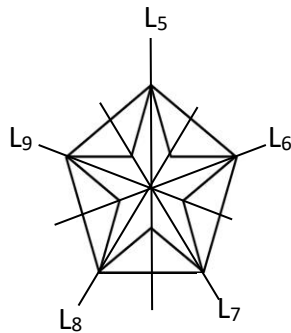


圖 3.3-15(b-1)

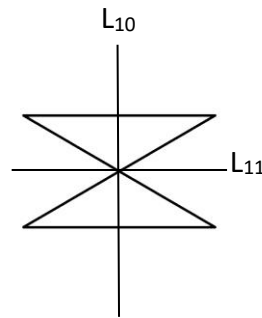


圖 3.3-15(c-1)



圖 3.3-15(d-1)

解：

敘述	理由
(1) 圖 3.3-15(a-1) 中， L ₁ ~L ₄ 為對稱軸	圖 3.3-15(a-1) 中， 沿著 L ₁ ~L ₄ 對折，圖形完全重疊
(2) 圖 3.3-15(b-1) 中， L ₅ ~L ₉ 為對稱軸	圖 3.3-15(b-1) 中， 沿著 L ₅ ~L ₉ 對折，圖形完全重疊
(3) 圖 3.3-15(c-1) 中， L ₁₀ 、L ₁₁ 為對稱軸	圖 3.3-15(c-1) 中， 沿著 L ₁₀ 、L ₁₁ 對折，圖形完全重疊
(4) 圖 3.3-15(d-1) 中， L ₁₂ 為對稱軸	圖 3.3-15(d-1) 中， 沿著 L ₁₂ 對折，圖形完全重疊

習題 3.3-4

直角三角形都是線對稱圖形嗎？哪一種直角三角形是線對稱圖形？

想法：若一個圖形是線對稱圖形，則沿著對稱軸對折，圖形會完全重疊

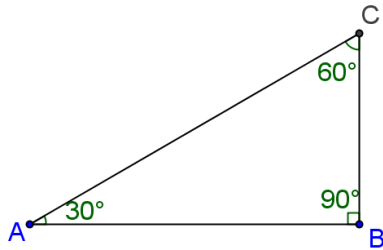


圖 3.3-17(a)

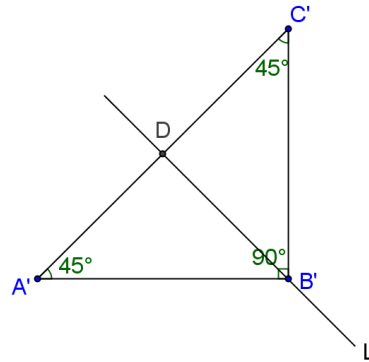


圖 3.3-17(b)

解：

敘述	理由
(1) 圖 3.3-17(a)中， $\triangle ABC$ 為直角三角形，但 $\triangle ABC$ 並非線對稱圖形	圖 3.3-17(a)中，找不到對稱軸
(2) 圖 3.3-17(b)中， $\triangle A'B'C'$ 為等腰直角三角形，L 為 $\triangle A'B'C'$ 的對稱軸，因此等腰直角三角形為線對稱圖形	圖 3.3-17(b)中，沿著 L 對折，會使得 $\triangle A'B'D \cong \triangle C'B'D$ ，圖形完全重疊

習題 3.3-5

如圖 3.3-16，將一張長方形色紙對摺後，剪出一個字母 F，則展開後的圖形為下列何者？

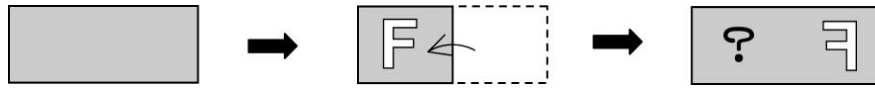


圖 3.3-16

- (A)  (B) 
- (C)  (D) 

想法：若一個圖形是線對稱圖形，則沿著對稱軸對折，圖形會完全重疊

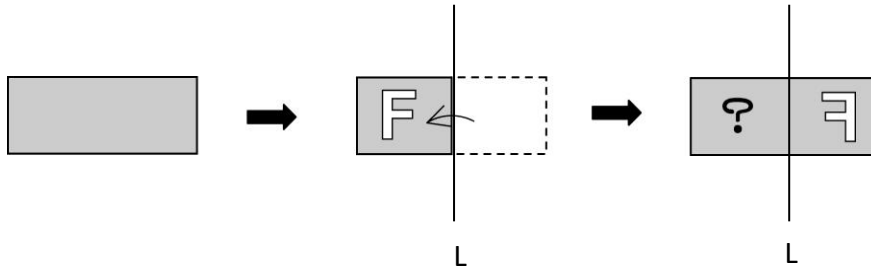


圖 3.3-16(a)

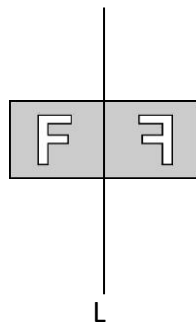


圖 3.3-16(b)

解：

敘述	理由
(1) 圖 3.3-16(a)中，L 為長方形色紙的對稱軸	已知將一張長方形色紙對摺
(2) 圖 3.3-16(b)為線對稱圖形，L 為其對稱軸	圖 3.3-16(b)中，沿著 L 對折，會使得圖形完全重疊
(3) 因此本題選(A)	由(1) & (2)

進階思考題

1: 已知：如圖 3.1， $L_1 \parallel L_2$ ， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 。

證明： $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 360^\circ$ 。

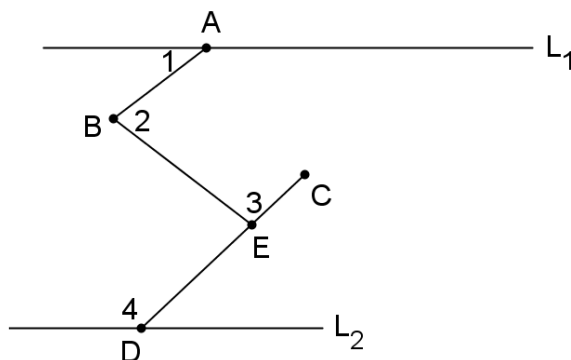
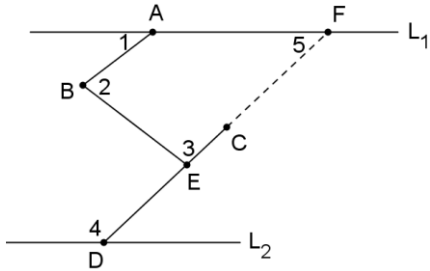


圖 3.1

想法：一截線與兩平行線相交，則：

1. 內錯角相等
2. 同位角相等
3. 同側內角互補

證明：

敘述	理由
(1) 延長 \overline{DC} 與 L_1 交於F點， 如圖 3.1(a)所示	作圖， 
(2) $\overline{AB} \parallel \overline{FD}$	由(1)作圖 & 已知 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$
(3) $\angle 5 = \angle 1$	由(2) $\overline{AB} \parallel \overline{FD}$ 已證 & 同位角相等
(4) $\angle 5 + \angle 4 = 180^\circ$	已知 $L_1 \parallel L_2$ ，同側內角互補
(5) $\angle 1 + \angle 4 = 180^\circ$	將(3) $\angle 5 = \angle 1$ 代入 (4) $\angle 5 + \angle 4 = 180^\circ$
(6) $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$	已知 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，同側內角互補
(7) 所以 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 360^\circ$	由(5)式+(6)式

2：如圖 3.2， $L_1 \parallel L_2$ ，求：

- (1) $\angle 1 =$ _____ 度。 (2) $\angle 2 =$ _____ 度。 (3) $\angle 3 =$ _____ 度。

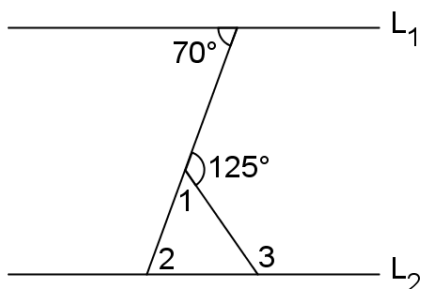
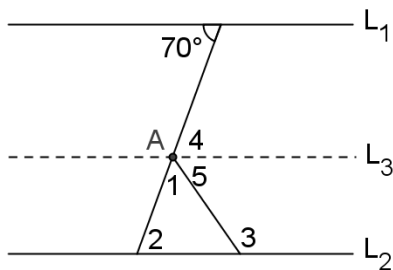


圖 3.2

想法：一截線與兩平行線相交，則：

1. 內錯角相等
2. 同位角相等
3. 同側內角互補

解：

敘述	理由
(1) $\angle 1 = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$	如圖 3.2 所示 & 補角定義
(2) $\angle 2 = 70^\circ$	已知 $L_1 \parallel L_2$ & 內錯角相等
(3) 過 A 點作直線 L_3 平行直線 L_1 如圖 3.2(a)	作圖 
(4) $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3$	由(3)作圖 $L_3 \parallel L_1$ & 已知 $L_1 \parallel L_2$
(5) $\angle 4 + \angle 5 = 125^\circ$	如圖 3.2(a)，分量和等於全量
(6) $\angle 4 = 70^\circ$	由(4) $L_1 \parallel L_3$ & 內錯角相等
(7) $70^\circ + \angle 5 = 125^\circ$ $\angle 5 = 125^\circ - 70^\circ = 55^\circ$	將(6) $\angle 4 = 70^\circ$ 代入(5) $\angle 4 + \angle 5 = 125^\circ$ 得 等量減法公理
(8) $\angle 3 + \angle 5 = 180^\circ$	由(4) $L_2 \parallel L_3$ & 同側內角互補
(9) $\angle 3 = 180^\circ - \angle 5$ $= 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$	由(8) 等量減法公理 將(7) $\angle 5 = 55^\circ$ 代入

3：如圖 3.3， $L_1 \parallel L_2$ ，則 $\angle 1 =$ _____ 度。

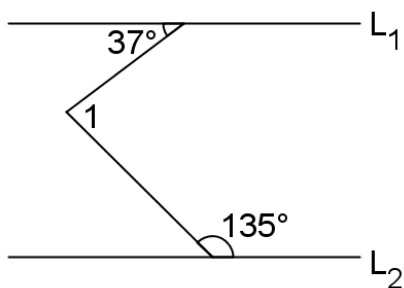
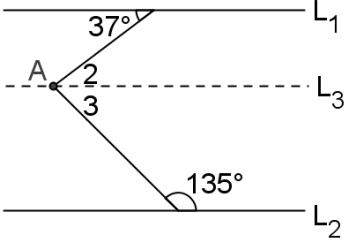


圖 3.3

想法：一截線與兩平行線相交，則：

1. 內錯角相等
2. 同位角相等
3. 同側內角互補

解：

敘述	理由
(1) 過 A 點作直線 L_3 平行直線 L_1 ， 如圖 3.3(a) 所示	作圖 
(2) $\angle 1 = \angle 2 + \angle 3$	如圖 3.3(a)，全量等於分量和
(3) $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3$	由(1)作圖 $L_3 \parallel L_1$ & 已知 $L_1 \parallel L_2$
(4) $\angle 2 = 37^\circ$	由(1)作圖 $L_3 \parallel L_1$ & 內錯角相等
(5) $\angle 3 = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$	由(3) $L_3 \parallel L_2$ 已證 & 同側內角互補
(6) $\angle 1 = \angle 2 + \angle 3 = 82^\circ$	將(4) & (5)代入 (6)

4：如圖 3.4， $L_1 \parallel L_2$ ，若 $\overline{AB} \perp \overline{BC}$ ，則 $\angle BCD =$ _____ 度。

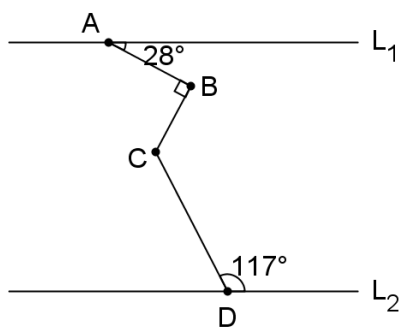
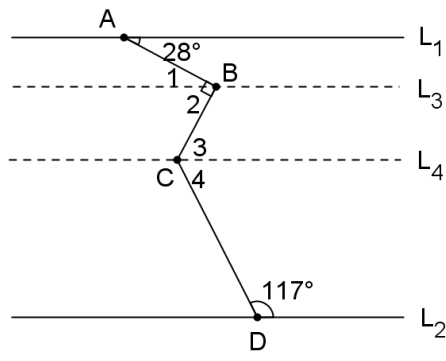


圖 3.4

想法：一截線與兩平行線相交，則：

1. 內錯角相等
2. 同位角相等
3. 同側內角互補

解：

敘述	理由
(1) 過 B 點作直線 L_3 平行直線 L_1 ； 過 C 點作直線 L_4 平行直線 L_1 ； 如圖 3.4(a)	作圖 
(2) $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3 \parallel L_4$	由(1) & $L_1 \parallel L_2$
(3) $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$	已知 $\overline{AB} \perp \overline{BC}$ & 全量等於分量和
(4) $\angle 1 = 28^\circ$	由(2) $L_1 \parallel L_3$ & 內錯角相等
(5) $28^\circ + \angle 2 = 90^\circ$ $\angle 2 = 90^\circ - 28^\circ = 62^\circ$	將(4) $\angle 1 = 28^\circ$ 代入(3) $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ 等量減法公理
(6) $\angle 3 = \angle 2 = 62^\circ$	由(2) $L_3 \parallel L_4$ & 內錯角相等
(7) $\angle 4 = 180^\circ - 117^\circ = 63^\circ$	由(2) $L_4 \parallel L_2$ & 同側內角互補
(8) $\angle BCD = \angle 3 + \angle 4$ $= 62^\circ + 63^\circ = 125^\circ$	如圖 3.4(a) $\angle BCD = \angle 3 + \angle 4$ 將(6) $\angle 3 = 62^\circ$ & (7) $\angle 4 = 63^\circ$ 代入

5: 如圖 3.5, $L_1 \parallel L_2$, $\angle 1 = (3x - 25)^\circ$, $\angle 2 = (4x - 13)^\circ$, 則 $x =$ _____。

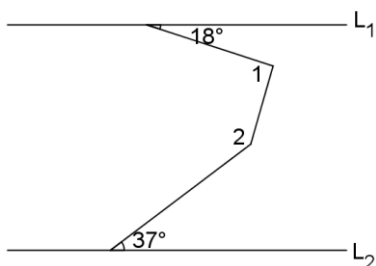


圖 3.5

想法：一截線與兩平行線相交，則：

1. 內錯角相等
2. 同位角相等
3. 同側內角互補

解：

敘述	理由
(1) 過 A 點作直線 L_3 平行直線 L_1 ； 過 B 點作直線 L_4 平行直線 L_1 ； 如圖 3.5(a)	作圖
(2) $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3 \parallel L_4$	由(1) & $L_1 \parallel L_2$
(3) $\angle 3 + \angle 4 = \angle 1$	如圖 3.5(a)，分量和等於全量
(4) $\angle 5 + \angle 6 = \angle 2$	如圖 3.5(a)，分量和等於全量
(5) $\angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6$ $= \angle 1 + \angle 2$ $= (3x - 25)^\circ + (4x - 13)^\circ$ $= (7x - 38)^\circ$	由(3)式 + (4)式 將已知 $\angle 1 = (3x - 25)^\circ$ & $\angle 2 = (4x - 13)^\circ$ 代入得 化簡
(6) $\angle 3 = 18^\circ$	由(2) $L_1 \parallel L_3$ & 內錯角相等
(7) $\angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$	由(2) $L_3 \parallel L_4$ & 同側內角互補
(8) $\angle 6 = 37^\circ$	由(2) $L_4 \parallel L_2$ & 內錯角相等
(9) $18^\circ + 180^\circ + 37^\circ = (7x - 38)^\circ$ $235^\circ = (7x - 38)^\circ$ $x = (235 + 38) \div 7 = 39$	將(6) & (7) & (8) 代入(5)得 化簡 解一元一次方程式
(10) 所以 $x = 39$	由(9)

6：如圖 3.6， $L \parallel M$ ，求 $y =$ _____ 度。

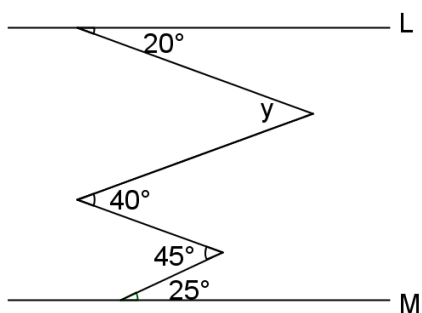


圖 3.6

想法：一截線與兩平行線相交，則：

1. 內錯角相等
2. 同位角相等
3. 同側內角互補

解：

敘述	理由
(1) 過 A 點作直線 L_1 平行直線 L ； 過 B 點作直線 L_2 平行直線 L ； 過 C 點作直線 L_3 平行直線 L ； 如圖 3.6(a)	作圖
(2) $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3 \parallel L \parallel M$	由(1) & $L \parallel M$
(3) $\angle 1 + \angle 2 = \angle y$	如圖 3.6(a)，分量和等於全量
(4) $\angle 3 + \angle 4 = 40^\circ$	如圖 3.6(a)，分量和等於全量
(5) $\angle 5 + \angle 6 = 45^\circ$	如圖 3.6(a)，分量和等於全量
(6) $\angle 6 = 25^\circ$	由(2) $L_3 \parallel M$ & 內錯角相等
(7) $\angle 5 + 25^\circ = 45^\circ$ $\angle 5 = 45^\circ - 25^\circ = 20^\circ$	將(6) $\angle 6 = 25^\circ$ 代入(5) $\angle 5 + \angle 6 = 45^\circ$ 等量減法公理
(8) $\angle 4 = \angle 5 = 20^\circ$	由(2) $L_2 \parallel L_3$ & 內錯角相等
(9) $\angle 3 + 20^\circ = 40^\circ$ $\angle 3 = 40^\circ - 20^\circ = 20^\circ$	將(8) $\angle 4 = 20^\circ$ 代入(4) $\angle 3 + \angle 4 = 40^\circ$ 等量減法公理

(10) $\angle 2 = \angle 3 = 20^\circ$

(11) $\angle 1 = 20^\circ$

(12) 所以 $\angle y = 20^\circ + 20^\circ = 40^\circ$

由(2) $L_1 \parallel L_2$ & 內錯角相等

由(2) $L_1 \parallel L$ & 內錯角相等

將(11) $\angle 1 = 20^\circ$ & (10) $\angle 2 = 20^\circ$

代入(3) $\angle 1 + \angle 2 = \angle y$

7: 如圖 3.7, $L \parallel M$, 且 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$, $\angle B = 40^\circ$, 求 $\angle ADC =$ _____ 度。

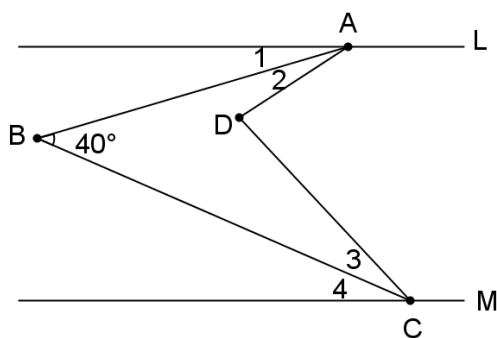
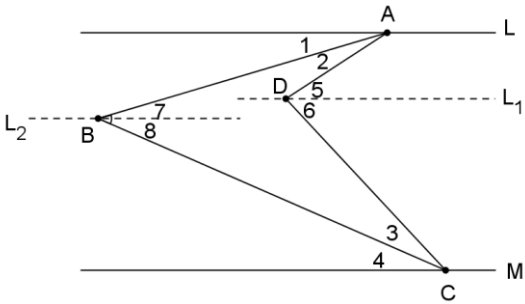


圖 3.7

想法：一截線與兩平行線相交，則：

1. 內錯角相等
2. 同位角相等
3. 同側內角互補

解：

敘述	理由
(1) 過 D 點作直線 L_1 平行直線 L; 過 B 點作直線 L_2 平行直線 L; 如圖 3.7(a)	作圖 
(2) $L_1 \parallel L_2 \parallel L \parallel M$	由(1) & $L \parallel M$
(3) $\angle ADC = \angle 5 + \angle 6$	如圖 3.7(a), 全量等於分量和
(4) $\angle 7 + \angle 8 = \angle ABC = 40^\circ$	如圖 3.7(a), 分量和等於全量 & 已知 $\angle ABC = 40^\circ$
(5) $\angle 1 = \angle 7$	由(2) $L_2 \parallel L$ & 內錯角相等
(6) $\angle 4 = \angle 8$	由(2) $L_2 \parallel M$ & 內錯角相等
(7) $\angle 1 + \angle 4 = \angle 7 + \angle 8$	由(5)式+(6)式
(8) $\angle 1 + \angle 4 = 40^\circ$	將(4) $\angle 7 + \angle 8 = 40^\circ$ 代入(7)
(9) $\angle 5 = \angle 1 + \angle 2$	由(2) $L_1 \parallel L$ & 內錯角相等
(10) $\angle 5 = \angle 1 + \angle 1 = 2\angle 1$	將已知 $\angle 2 = \angle 1$ 代入(9)

$$(11) \angle 6 = \angle 3 + \angle 4$$

$$(12) \angle 6 = \angle 4 + \angle 4 = 2\angle 4$$

$$\begin{aligned}(13) \angle ADC &= \angle 5 + \angle 6 \\ &= 2\angle 1 + 2\angle 4 \\ &= 2(\angle 1 + \angle 4) \\ &= 2 \times 40^\circ = 80^\circ\end{aligned}$$

$$(14) \text{ 所以 } \angle ADC = 80^\circ$$

由(2) $L_1 \parallel M$ & 內錯角相等

將已知 $\angle 3 = \angle 4$ 代入(11)

由(3)

將(10) $\angle 5 = 2\angle 1$ & (12) $\angle 6 = 2\angle 4$ 代入
提出公因數 2

將(8) $\angle 1 + \angle 4 = 40^\circ$ 代入

由(13)

8：如圖 3.8，已知 $L_1 \parallel L_2$ ，M 和 N 都是 L_1 和 L_2 的截線，且 $\angle 1 = (8x + 6)^\circ$ ， $\angle 2 = (2x + 19)^\circ$ ，則：

(1) $x =$ _____ $^\circ$ (2) $\angle 3 =$ _____ 度。

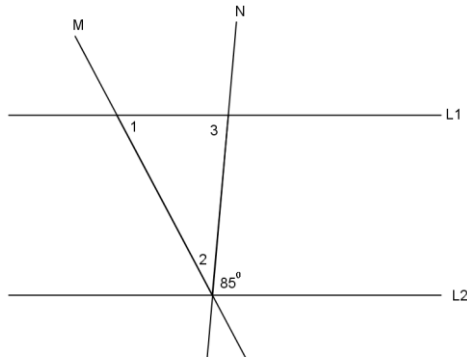


圖 3.8

想法：一截線與兩平行線相交，則：

1. 內錯角相等
2. 同位角相等
3. 同側內角互補

解：

敘述	理由
(1) $\angle 1 + \angle 2 + 85^\circ = 180^\circ$	已知 $L_1 \parallel L_2$ ，M 是 L_1 和 L_2 的截線 & 同側內角互補
(2) $(8x + 6)^\circ + (2x + 19)^\circ + 85^\circ = 180^\circ$ $10x + 110 = 180$ $x = (180 - 110) \div 10 = 7$	將已知 $\angle 1 = (8x + 6)^\circ$ ， $\angle 2 = (2x + 19)^\circ$ 代入(1) & 化簡 解一元一次方程式
(3) $\angle 3 = 85^\circ$	已知 $L_1 \parallel L_2$ ，N 是 L_1 和 L_2 的截線 & 內錯角相等

9: 如圖 3.9, $L_1 \parallel L_2$, $\triangle ABC$ 為正三角形, $\angle 1 = 80^\circ$, 則 $x =$ _____ 度, $y =$ _____ 度。

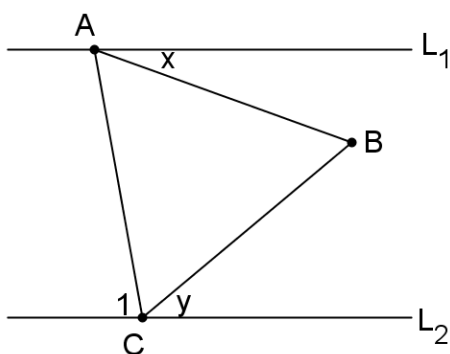


圖 3.9

想法：(1) 正三角形三內角皆為 60°

(2) 一截線與兩平行線相交，則：

1. 內錯角相等
2. 同位角相等
3. 同側內角互補

解：

敘述	理由
(1) $x + \angle CAB = \angle 1$	已知 $L_1 \parallel L_2$ & 內錯角相等
(2) $\angle CAB = \angle ACB = 60^\circ$	已知 $\triangle ABC$ 為正三角形
(3) $x + 60^\circ = 80^\circ$	將已知 $\angle 1 = 80^\circ$ & (2) $\angle CAB = 60^\circ$ 代入(1)
(4) $x = 80^\circ - 60^\circ = 20^\circ$	由(3) 等量減法公理
(5) $\angle 1 + \angle ACB + y = 180^\circ$	如圖 3.9, L_2 為一直線
(6) $80^\circ + 60^\circ + y = 180^\circ$	將已知 $\angle 1 = 80^\circ$ & (2) $\angle ACB = 60^\circ$ 代入(5)
(7) $y = 180^\circ - 80^\circ - 60^\circ = 40^\circ$	由(6) 等量減法公理

10：如圖 3.10， $L_1 \parallel L_2$ ， $\angle BAC = 18^\circ$ ， $\angle ABC = 20^\circ$ ，則 $x =$ _____ 度。

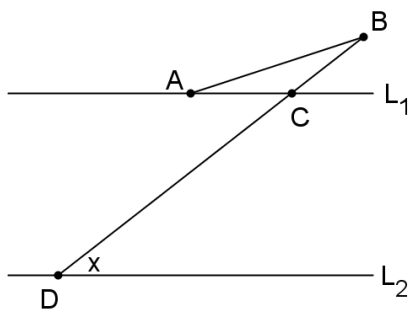


圖 3.10

想法：一截線與兩平行線相交，則：

1. 內錯角相等
2. 同位角相等
3. 同側內角互補

解：

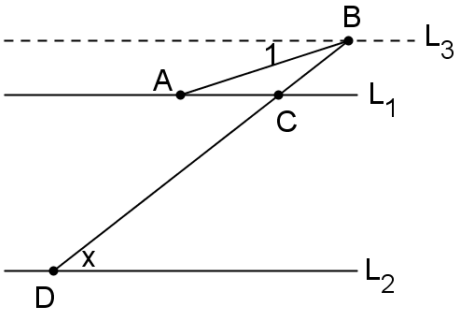
敘述	理由
(1) 過 B 點作直線 L_3 平行直線 L_1 如圖 3.10(a)	作圖 
(2) $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3$	由(1) & 已知 $L_1 \parallel L_2$
(3) $\angle 1 = \angle BAC = 18^\circ$	已知 $\angle BAC = 18^\circ$ & 由(2) $L_1 \parallel L_3$ & 內錯角相等
(4) $x = \angle 1 + \angle ABC$	由(2) $L_2 \parallel L_3$ & 內錯角相等
(5) $x = 18^\circ + 20^\circ = 38^\circ$	將已知 $\angle ABC = 20^\circ$ & (3) $\angle 1 = 18^\circ$ 代入(4)

圖 3.10(a)

11：如圖 3.11， $L_1 \parallel L_2$ ， $\angle ABC=95^\circ$ ， $\angle 1=28^\circ$ ， $\angle CDE=67^\circ$ ，則 $x=$ ___度，

$y=$ ___度。

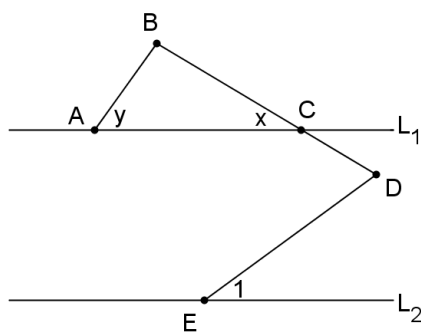
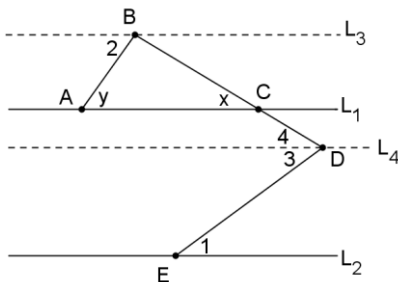


圖 3.11

想法：一截線與兩平行線相交，則：

1. 內錯角相等
2. 同位角相等
3. 同側內角互補

解：

敘述	理由
(1) 過 B 點作直線 L_3 平行直線 L_1 過 D 點作直線 L_4 平行直線 L_1 如圖 3.11(a)	作圖 
(2) $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3 \parallel L_4$	由(1) & 已知 $L_1 \parallel L_2$
(3) $\angle 3 + \angle 4 = \angle CDE$	如圖 3.11(a)，分量和等於全量
(4) $\angle 3 = \angle 1 = 28^\circ$	由(2) $L_2 \parallel L_4$ & 內錯角相等
(5) $28^\circ + \angle 4 = 67^\circ$	將(4) $\angle 3 = 28^\circ$ & 已知 $\angle CDE = 67^\circ$ 代入(3)
(6) $\angle 4 = 67^\circ - 28^\circ = 39^\circ$	由(5) 等量減法公理
(7) $x = \angle 4 = 39^\circ$	由(2) $L_1 \parallel L_4$ 同位角相等 & (6) $\angle 4 = 39^\circ$ 已證
(8) $\angle 2 + \angle ABC + x = 180^\circ$	由(2) $L_1 \parallel L_3$ & 同側內角互補
(9) $\angle 2 + 95^\circ + 39^\circ = 180^\circ$ $\angle 2 = 180^\circ - 95^\circ - 39^\circ = 46^\circ$	將已知 $\angle ABC = 95^\circ$ & (7) $x = 39^\circ$ 代入(8) 等量減法公理
(10) $y = \angle 2 = 46^\circ$	由(2) $L_1 \parallel L_3$ 內錯角相等 & (9) $\angle 2 = 46^\circ$ 已證

12：如圖 3.12， $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ ，則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $y = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\angle BEC = \underline{\hspace{2cm}}$ 度。

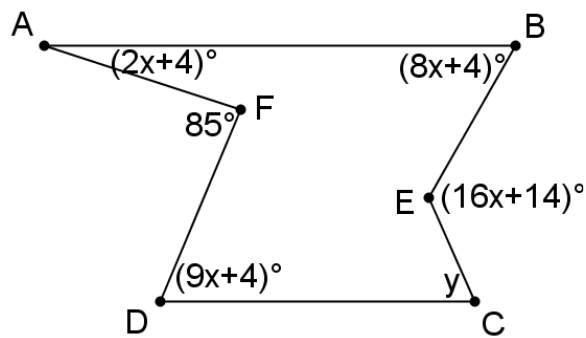


圖 3.12

想法：一截線與兩平行線相交，則：

1. 內錯角相等
2. 同位角相等
3. 同側內角互補

解：

敘述	理由
(1) 過 E 點作直線 M 平行直線 \overline{AB} 過 F 點作直線 L 平行直線 \overline{AB} 如圖 3.12(a)	作圖
(2) $M \parallel L \parallel \overline{AB} \parallel \overline{DC}$	由(1) & 已知 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$
(3) $\angle 1 + \angle 2 = 85^\circ$	如圖 3.12(a)，分量和等於全量
(4) $\angle 3 + \angle 4 = (16x + 14)^\circ$	如圖 3.12(a)，分量和等於全量
(5) $\angle 1 = (2x + 4)^\circ$	由(2) $L \parallel \overline{AB}$ & 內錯角相等
(6) $\angle 2 = (9x + 4)^\circ$	由(2) $L \parallel \overline{DC}$ & 內錯角相等
(7) $\angle 3 = (8x + 4)^\circ$	由(2) $M \parallel \overline{AB}$ & 內錯角相等
(8) $\angle 4 = y^\circ$	由(2) $M \parallel \overline{DC}$ & 內錯角相等
(9) $(2x + 4)^\circ + (9x + 4)^\circ = 85^\circ$ $11x + 8 = 85$ $x = (85 - 8) \div 11 = 7$	將(5) & (6) 代入 (3) 化簡 解一元一次方程式

$$(10) (8x + 4)^\circ + y^\circ = (16x + 14)^\circ$$

$$60 + y = 126$$

$$y = 126 - 60 = 66$$

$$(11) \angle BEC = (16x + 14)^\circ = 126^\circ$$

將(7) & (8) 代入 (4)

將(9) $x=7$ 代入化簡

解一元一次方程式

將(9) $x=7$ 代入已知 $\angle BEC = (16x + 14)^\circ$

13：如圖 3.13， $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3$ ，則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 度。

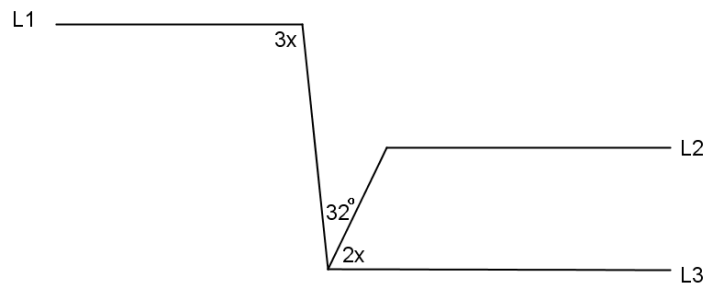


圖 3.13

想法：一截線與兩平行線相交，則：

1. 內錯角相等
2. 同位角相等
3. 同側內角互補

解：

敘述	理由
(1) $3x = 32^\circ + 2x$	已知 $L_1 \parallel L_3$ & 內錯角相等
(2) $x = 32^\circ$	由(1)解一元一次方程式

14：如圖 3.14， $L_1 \parallel L_2$ ，則 $\angle 1 =$ _____ 度。

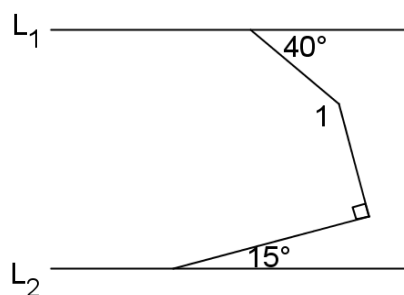


圖 3.14

想法：一截線與兩平行線相交，則：

1. 內錯角相等
2. 同位角相等
3. 同側內角互補

解：

敘述	理由
(1) 過 A 點作直線 L_3 平行直線 L_1 過 B 點作直線 L_4 平行直線 L_1 如圖 3.14(a)	作圖
(2) $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3 \parallel L_4$	由(1) & 已知 $L_1 \parallel L_2$
(3) $\angle 1 = \angle 2 + \angle 3$	如圖 3.14(a)，全量等於分量和
(4) $\angle 4 + \angle 5 = 90^\circ$	如圖 3.14(a)，分量和等於全量
(5) $\angle 5 = 15^\circ$	由(2) $L_2 \parallel L_4$ & 內錯角相等
(6) $\angle 4 + 15^\circ = 90^\circ$ $\angle 4 = 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$	將(5) $\angle 5 = 15^\circ$ 代入(4) $\angle 4 + \angle 5 = 90^\circ$ 等量減法公理
(7) $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$	由(2) $L_3 \parallel L_4$ & 同側內角互補
(8) $\angle 3 + 75^\circ = 180^\circ$ $\angle 3 = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$	將(6) $\angle 4 = 75^\circ$ 代入(7) $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$ 等量減法公理
(9) $\angle 2 = 40^\circ$	由(2) $L_1 \parallel L_3$ & 內錯角相等
(10) $\angle 1 = 40^\circ + 105^\circ = 145^\circ$	將(9) $\angle 2 = 40^\circ$ & (8) $\angle 3 = 105^\circ$ 已證 代入(3) $\angle 1 = \angle 2 + \angle 3$

15：如圖 3.15， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，E、F 分別在 \overline{AB} 與 \overline{BD} 上，求 $\angle 1$ 。

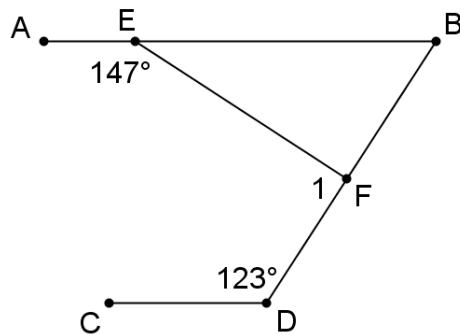
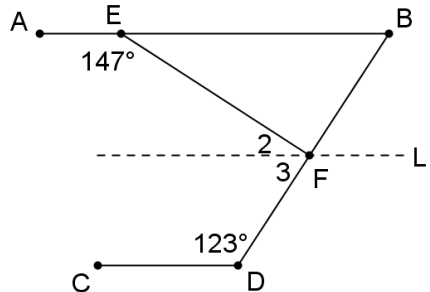


圖 3.15

想法：一截線與兩平行線相交，則：

1. 內錯角相等
2. 同位角相等
3. 同側內角互補

解：

敘述	理由
(1) 過 F 點作直線 L 平行直線 \overline{AB} 如圖 3.15(a)	作圖 
(2) $\overline{AB} \parallel \overline{CD} \parallel L$	由(1) & 已知 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$
(3) $\angle 1 = \angle 2 + \angle 3$	如圖 3.15(a)，全量等於分量和
(4) $\angle 2 + 147^\circ = 180^\circ$	由(2) $\overline{AB} \parallel L$ & 同側內角互補
(5) $\angle 2 = 180^\circ - 147^\circ = 33^\circ$	由(4) 等量減法公理
(6) $\angle 3 + 123^\circ = 180^\circ$	由(2) $\overline{CD} \parallel L$ & 同側內角互補
(7) $\angle 3 = 180^\circ - 123^\circ = 57^\circ$	由(6) 等量減法公理
(8) $\angle 1 = 33^\circ + 57^\circ = 90^\circ$	將(5) $\angle 2 = 33^\circ$ & (7) $\angle 3 = 57^\circ$ 已證 代入(3) $\angle 1 = \angle 2 + \angle 3$

16：如圖 3.16，直線 $L_1 \parallel L_2$ ，A、B 在 L_1 上，C、D、E 在 L_2 上，求 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 。

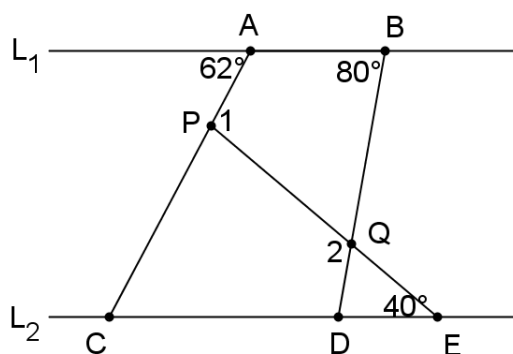


圖 3.16

想法：一截線與兩平行線相交，則：

1. 內錯角相等
2. 同位角相等
3. 同側內角互補

解：

敘述	理由
(1) 過 P 點作直線 \overline{PG} 平行直線 L_1 過 Q 點作直線 \overline{QH} 平行直線 L_1 如圖 3.16(a)	作圖
(2) $\overline{PG} \parallel \overline{QH} \parallel L_1 \parallel L_2$	由(1) & 已知 $L_1 \parallel L_2$
(3) $\angle 1 = \angle 3 + \angle 4$	如圖 3.16(a)，全量等於分量和
(4) $\angle 2 = \angle 5 + \angle 6$	如圖 3.16(a)，對頂角相等
(5) $\angle 3 = 62^\circ$	由(2) $\overline{PG} \parallel L_1$ & 內錯角相等
(6) $\angle 4 = 40^\circ$	由(2) $\overline{PG} \parallel L_2$ & 內錯角相等
(7) $\angle 1 = 62^\circ + 40^\circ = 102^\circ$	將(5) $\angle 3 = 62^\circ$ & (6) $\angle 4 = 40^\circ$ 已證 代入(3) $\angle 1 = \angle 3 + \angle 4$
(8) $\angle 5 = 80^\circ$	由(2) $\overline{QH} \parallel L_1$ & 內錯角相等
(9) $\angle 6 = 40^\circ$	由(2) $\overline{QH} \parallel L_2$ & 內錯角相等
(10) $\angle 2 = 80^\circ + 40^\circ = 120^\circ$	將(8) $\angle 5 = 80^\circ$ & (9) $\angle 6 = 40^\circ$ 已證 代入(4) $\angle 2 = \angle 5 + \angle 6$

17：如圖 3.17， $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ ， $\overline{BC} \parallel \overline{EF}$ ， $\angle B = 30^\circ$ ，則 $\angle E =$ _____ 度。

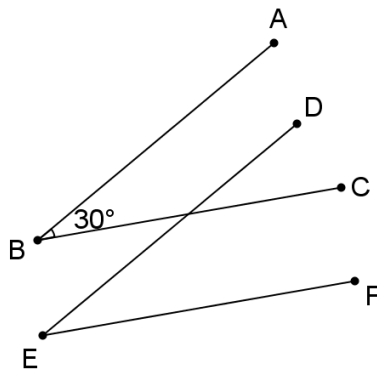
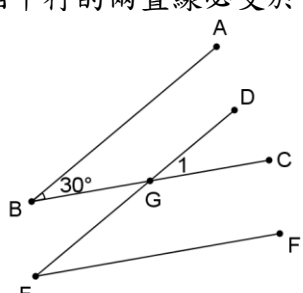


圖 3.17

想法：一截線與兩平行線相交，則：

1. 內錯角相等
2. 同位角相等
3. 同側內角互補

解：

敘述	理由
(1) 假設 \overline{BC} 交 \overline{DE} 於 G 點，如圖 3.17(a) 所示	不互相平行的兩直線必交於一點  圖 3.17(a)
(2) $\angle 1 = \angle B = 30^\circ$	已知 $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ ，同位角相等 & 已知 $\angle B = 30^\circ$
(3) $\angle E = \angle 1 = 30^\circ$	已知 $\overline{BC} \parallel \overline{EF}$ ，同位角相等 & 由(2) $\angle 1 = 30^\circ$ 已證

18：如圖 3.18， $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ ， $\overline{FE} \parallel \overline{BC}$ ， $\angle B = 42^\circ$ ，則 $\angle E =$ _____ 度。

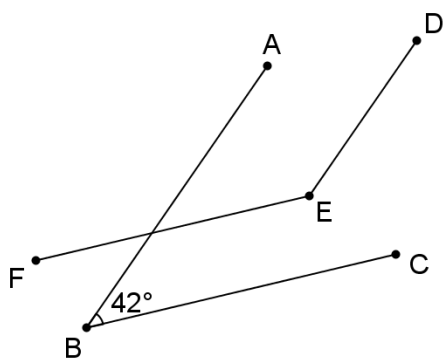


圖 3.18

想法：一截線與兩平行線相交，則：

1. 內錯角相等
2. 同位角相等
3. 同側內角互補

解：

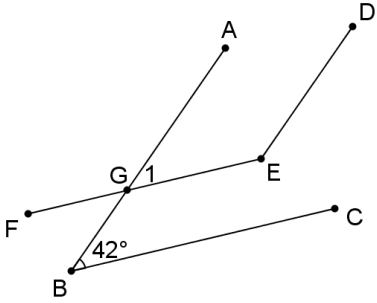
敘述	理由
(1) 假設 \overline{FE} 交 \overline{AB} 於 G 點，如圖 3.18(a) 所示	不互相平行的兩直線必交於一點 
(2) $\angle 1 = \angle B = 42^\circ$	已知 $\overline{FE} \parallel \overline{BC}$ ，同位角相等 & 已知 $\angle B = 42^\circ$
(3) $\angle E + \angle 1 = 180^\circ$	已知 $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ ，同側內角互補
(4) $\angle E + 42^\circ = 180^\circ$ $\angle E = 180^\circ - 42^\circ = 138^\circ$	將(2) $\angle 1 = 42^\circ$ 代入(3) 等量減法公理

圖 3.18(a)

19：如圖 3.19， $\overline{AB} \parallel \overline{EF}$ ， $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ ， $\angle E = 80^\circ$ ，則 $\angle B =$ _____ 度。

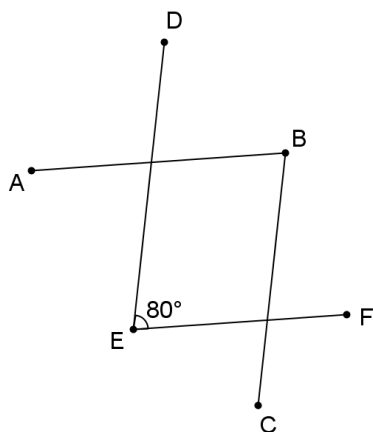


圖 3.19

想法：一截線與兩平行線相交，則：

1. 內錯角相等
2. 同位角相等
3. 同側內角互補

解：

敘述	理由
(1) 假設 \overline{AB} 交 \overline{DE} 於 G 點，如圖 3.19(a) 所示	不互相平行的兩直線必交於一點
(2) $\angle 1 + \angle E = 180^\circ$	已知 $\overline{AB} \parallel \overline{EF}$ ，同側內角互補
(3) $\angle 1 + 80^\circ = 180^\circ$ $\angle 1 = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$	將已知 $\angle E = 80^\circ$ 代入(2) 等量減法公理
(4) $\angle B + \angle 1 = 180^\circ$	已知 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ ，同側內角互補
(5) $\angle B + 100^\circ = 180^\circ$ $\angle B = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$	將(3) $\angle 1 = 100^\circ$ 代入(4) 等量減法公理

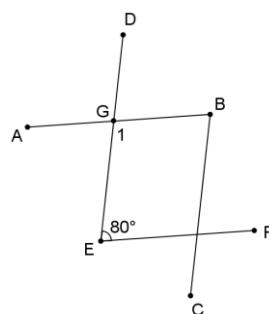


圖 3.19(a)

20：如圖 3.20， $\overline{AB} \perp \overline{DE}$ ， $\overline{BC} \perp \overline{EF}$ ， $\angle B = 37^\circ$ ，則 $\angle E =$ _____ 度。

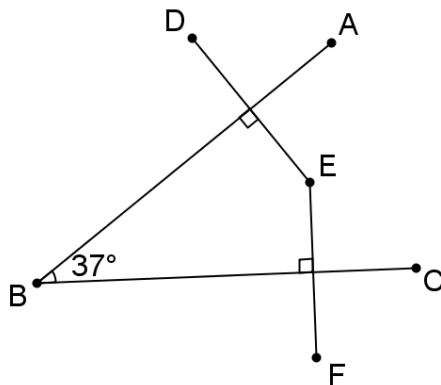


圖 3.20

想法：一截線與兩平行線相交，則：

1. 內錯角相等
2. 同位角相等
3. 同側內角互補

解：

敘述	理由
<p>(1) 過 E 點作直線 M 平行直線 \overline{AB} 且交 \overline{BC} 於 I 點</p> <p>過 E 點作直線 \overline{EG} 平行直線 \overline{BC}</p> <p>如圖 3.20(a)</p>	<p>作圖</p>
<p>(2) $\angle DEF = \angle 3 + \angle 4$</p>	<p>如圖 3.20(a)，全量等於分量和</p>
<p>(3) $\angle 1 = \angle B = 37^\circ$</p>	<p>由(1) $M \parallel \overline{AB}$，同位角相等 & 已知 $\angle B = 37^\circ$</p>
<p>(4) $\angle 2 = \angle 6 = 90^\circ$</p>	<p>由(1) $\overline{EG} \parallel \overline{BC}$，內錯角相等 & 已知 $\overline{BC} \perp \overline{EF}$，$\angle 6 = 90^\circ$</p>
<p>(5) $\angle 1 + \angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$</p>	<p>由(1) $\overline{EG} \parallel \overline{BC}$，同側內角互補</p>
<p>(6) $37^\circ + 90^\circ + \angle 4 = 180^\circ$ $\angle 4 = 180^\circ - 37^\circ - 90^\circ = 53^\circ$</p>	<p>將(3) $\angle 1 = 37^\circ$ & (4) $\angle 2 = 90^\circ$ 代入(5) 等量減法公理</p>

(7) $\angle 5 = 90^\circ$

(8) $\angle 3 + \angle 5 = 180^\circ$

(9) $\angle 3 + 90^\circ = 180^\circ$

$$\angle 3 = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

(10) $\angle DEF = 90^\circ + 53^\circ = 143^\circ$

已知 $\overline{AB} \perp \overline{DE}$

由(1) $M \parallel \overline{AB}$ ，同側內角互補

將(7) $\angle 5 = 90^\circ$ 代入 (8)

等量減法公理

將(9) $\angle 3 = 90^\circ$ & (6) $\angle 4 = 53^\circ$

代入(2) $\angle DEF = \angle 3 + \angle 4$