

106 年國中數學教育會考 數學科難題詳解

- 22 已知坐標平面上有兩個二次函數 $y=a(x+1)(x-7)$ 、 $y=b(x+1)(x-15)$ 的圖形，其中 a 、 b 為整數。判斷將二次函數 $y=b(x+1)(x-15)$ 的圖形依下列哪一種方式平移後，會使得此兩圖形的對稱軸重疊？
- (A) 向左平移 4 單位 (B) 向右平移 4 單位
(C) 向左平移 8 單位 (D) 向右平移 8 單位

詳解：

$y=a(x+1)(x-7)$ ，可求得通過 $(-1,0)$ 和 $(7,0)$ 兩點
 $(-1+7)/2=3$ ，可知對稱軸為 $x=3$

$y=b(x+1)(x-15)$ ，可求得通過 $(-1,0)$ 和 $(15,0)$ 兩點
 $(-1+15)/2=7$ ，可知對稱軸為 $x=7$

將 $x=7$ 向左平移 4 單位會與 $x=3$ 重疊，故選(A)

23 圖(十一)為阿輝、小薰一起到商店分別買了數杯飲料與在家分飲料的經過。



圖(十一)

若每杯飲料的價格均相等，則根據圖中的對話，判斷阿輝買了多少杯飲料？

- (A) 22 (B) 25 (C) 47 (D) 50

詳解：

依題意，兩人共花費 2000 元

小薰花費 $1000 + 120 = 1120$ 元

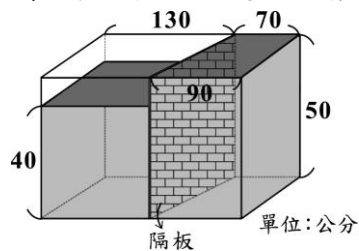
阿輝花費 $1000 - 120 = 880$ 元

小薰比阿輝多買 6 杯，這 6 杯的價格是 $1120 - 880 = 240$ 元

1 杯的價格是 $240 / 6 = 40$ 元

阿輝買的杯數是 $880 / 40 = 22$ 杯，故選(A)

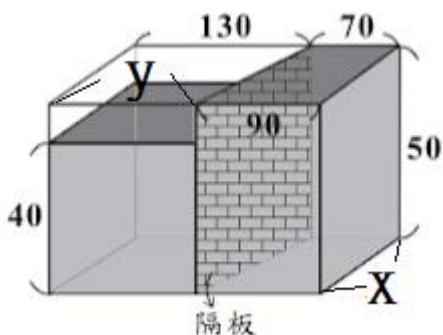
- 24 如圖(十二)，水平桌面上有個內部裝水的長方體箱子，箱內有一個與底面垂直的隔板，且隔板左右兩側的水面高度分別為 40 公分、50 公分。今將隔板抽出，若過程中箱內的水量未改變，且不計箱子及隔板厚度，則根據圖中的數據，求隔板抽出後水面靜止時，箱內的水面高度為多少公分？



圖(十二)

- (A) 43 (B) 44 (C) 45 (D) 46

詳解：



如圖，設深度為 x 公分。

$$y = 130 + 70 - 90 = 110$$

$$\text{右邊體積為 } 50 \times (70 + 90) \times x / 2 = 4000x$$

$$\text{左邊體積為 } 40 \times (130 + 110) \times x / 2 = 4800x$$

$$\text{拿掉隔板後底面積} = 200x$$

$$\text{水面高度} = (4000x + 4800x) / 200x = 44(\text{公分})，\text{故選(B)}$$

25 如圖(十三)，某計算機中有 $\sqrt{\quad}$ 、 $1/x$ 、 x^2 三個按鍵，以下是這三個按鍵的功能。

1. $\sqrt{\quad}$ ：將螢幕顯示的數變成它的正平方根，例如：螢幕顯示的數為 49 時，按下 $\sqrt{\quad}$ 後會變成 7。
2. $1/x$ ：將螢幕顯示的數變成它的倒數，例如：螢幕顯示的數為 25 時，按下 $1/x$ 後會變成 0.04。
3. x^2 ：將螢幕顯示的數變成它的平方，例如：螢幕顯示的數為 6 時，按下 x^2 後會變成 36。

若螢幕顯示的數為 100 時，小劉第一下按 $\sqrt{\quad}$ ，第二下按 $1/x$ ，第三下按 x^2 ，之後以 $\sqrt{\quad}$ 、 $1/x$ 、 x^2 的順序輪流按，則當他按了第 100 下後螢幕顯示的數是多少？



圖(十三)

- (A) 0.01 (B) 0.1 (C) 10 (D) 100

詳解：

原始數字：100

第 1 次按：10

第 2 次按： $\frac{1}{10}$

第 3 次按： $\frac{1}{100}$

第 4 次按： $\frac{1}{10}$

第 5 次按：10

第 6 次按：100

第 7 次按：10，跟第 1 次相同

第 8 次按： $\frac{1}{10}$ ，跟第 2 次相同

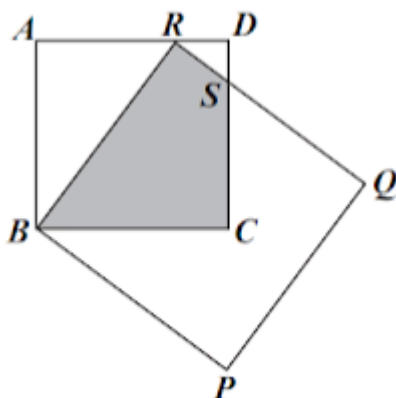
可知每 6 次為 1 循環，只要將按鍵數字除以 6，看餘數即可知道與第幾次數字相同

按 100 次： $100/6=16$ ，餘數 4

故與第 4 次相同，數字為 $\frac{1}{10}=0.1$ ，選擇(B)

26 圖(十四)為兩正方形 $ABCD$ 、 $BPQR$ 重疊的情形，其中 R 點在 \overline{AD} 上， \overline{CD} 與 \overline{QR} 相交於 S 點。

若兩正方形 $ABCD$ 、 $BPQR$ 的面積分別為 16、25，則四邊形 $RBCS$ 的面積為何？



圖(十四)

(A) 8 (B) $\frac{17}{2}$

(C) $\frac{28}{3}$ (D) $\frac{77}{8}$

詳解：

正方形 $ABCD$ 面積為 16 → 邊長為 4

正方形 $BPQR$ 面積為 25 → 邊長為 5

$$\overline{AR} = \sqrt{\overline{BR}^2 - \overline{AB}^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$$

$$\overline{RD} = \overline{AD} - \overline{AR} = 4 - 3 = 1$$

$\triangle ABR$ 和 $\triangle DRS$ 中：

$$\angle A = 90^\circ = \angle D$$

$$\angle ABR = 90^\circ - \angle AR = \angle DRS$$

故 $\triangle ABR$ 和 $\triangle DRS$ 相似(AA 相似)

相似三角形對應邊成比例：

$$\overline{DS} : \overline{AR} = \overline{RD} : \overline{AB}$$

$$\overline{DS} : 3 = 1 : 4$$

$$\overline{DS} = \frac{3}{4}$$

RBCS 面積 = 正方形 ABCD 面積 - $\triangle ABR$ 面積 - $\triangle DRS$ 面積

$$= 4^2 - \frac{4 \times 3}{2} - \frac{1 \times \frac{3}{4}}{2}$$

$$= 16 - 6 - \frac{3}{8}$$

$$= 9\frac{5}{8}$$

$$= \frac{77}{8}$$

故選(D)