

104 年國中數學教育會考 數學科難題詳解

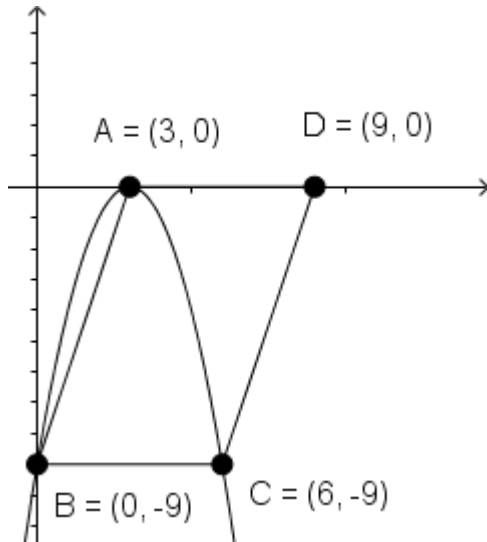
21. 座標平面上，二次函數 $y = -x^2 + 6x - 9$ 的圖形的頂點為 A ，且此函數圖形與 y 軸交於 B 點。若在此函數圖形上取一點 C ，在 x 軸上取一點 D ，使得四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形，則 D 點坐標為何？
- (A) $(6, 0)$ (B) $(9, 0)$ (C) $(-6, 0)$ (D) $(-9, 0)$

詳解：

二次函數 $y = -x^2 + 6x - 9$

→ $y = -(x-3)^2$ ，可知頂點為 $(3, 0)$ ，對稱軸為 $x=3$ ，開口向下
將 $x=0$ 代入，可知與 y 軸交點為 $B(0, -9)$

以 $x=3$ 為對稱軸， $B(0, -9)$ 的對稱點是 $(6, -9)$ ，即為 C 點。
因為平行四邊形對邊等長， C 點位置為 B 點往右移 6 單位，
故 D 點位置也是 A 點往右移 6 單位，即 $(9, 0)$ ，故選(B)



22. 已知甲校原有 1016 人，乙校原有 1028 人，寒假期間甲、乙兩校人數變動的原因只有轉出與轉入兩種，且轉出的人數比為 1：3，轉入的人數比也為 1：3。若寒假結束開學時甲、乙兩校人數相同，則乙校開學時的人數與原有的人數相差多少？
(A) 6 (B) 9 (C) 12 (D) 18

詳解：

設甲校轉出 r 人，乙校轉出 $3r$ 人、甲校轉入 s 人，乙校轉入 $3s$ 人

寒假後：

甲校人數為 $(1016 - r + s)$ 人

乙校人數為 $(1028 - 3r + 3s)$ 人

寒假後兩校人數相同：

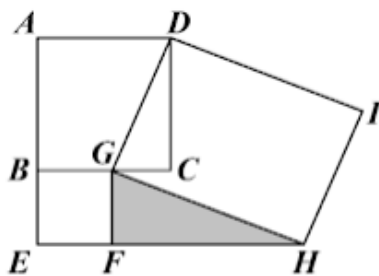
$$1016 - r + s = 1028 - 3r + 3s$$

$$\text{化簡得 } r - s = 6$$

乙校開學前後人數差：

$$1028 - (1028 - 3r + 3s) = 3(r - s) = 18, \text{ 故選(D)}$$

23. 圖(十五)為兩正方形 $ABCD$ 、 $BEFG$ 和矩形 $DGHI$ 的位置圖，其中 G 、 F 兩點分別在 \overline{BC} 、 \overline{EH} 上。若 $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BG} = 3$ ，則 $\triangle GFH$ 的面積為何？



圖(十五)

- (A) 10 (B) 11 (C) $\frac{15}{2}$ (D) $\frac{45}{4}$

詳解：

$DGHI$ 為矩形 $\rightarrow \angle DGC + \angle CGH = 90^\circ$

$BEFG$ 為正方形 $\rightarrow \angle FGH + \angle CGH = \angle FGC = \angle FGB = 90^\circ$

$\rightarrow \angle DGC + \angle CGH = \angle FGH + \angle CGH$

$\rightarrow \angle DGC = \angle FGH$

$\triangle DGC$ 與 $\triangle HGF$ 中：

$\angle DGC = \angle FGH$

$\angle HFG = \angle DCG = 90^\circ$

所以 $\triangle DGC$ 與 $\triangle HGF$ 相似(AA 相似)

$$\overline{GC} = \overline{BC} - \overline{BG} = \overline{AB} - \overline{BG} = 3$$

$$\overline{GF} = \overline{BG} = 3$$

$$\overline{CD} = \overline{AB} = 5$$

相似三角形對應邊成等比例：

$$\overline{GF} : \overline{GC} = \overline{FH} : \overline{CD}$$

$$3 : 2 = \overline{FH} : 5$$

$$\overline{FH} = \frac{15}{2}$$

$$\triangle GHF = \frac{1}{2} \times \overline{FH} \times \overline{GF} = \frac{1}{2} \times \frac{15}{2} \times 3 = \frac{45}{4}, \text{ 故選(D)}$$

24. 將甲、乙、丙三個正分數化為最簡分數後，其分子分別為 6、15、10，其分母的最小公倍數為 360。判斷甲、乙、丙三數的大小關係為何？
- (A) 乙 > 甲 > 丙 (B) 乙 > 丙 > 甲
(C) 甲 > 乙 > 丙 (D) 甲 > 丙 > 乙

詳解：

設甲、乙、丙分別為 $\frac{6}{a}$ 、 $\frac{15}{b}$ 、 $\frac{10}{c}$

a 、 b 、 c 的最小公倍數為 360，將 $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$

因為甲、乙、丙為最簡分數，所以：

甲的分母因數不會有 2 和 3， $a=5$ ，甲 = $\frac{6}{5} = \frac{432}{360}$

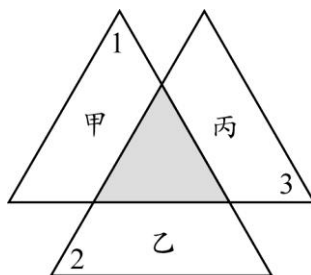
乙的分母因數不會有 3 和 5， $b=2^3$ ，乙 = $\frac{15}{8} = \frac{675}{360}$

丙的分母因數不會有 2 和 3， $c=3^2$ ，丙 = $\frac{10}{9} = \frac{400}{360}$

(b 不能為 2 或 4，否則最小公倍數不會是 360，同理 c 不能為 3)

乙 > 甲 > 丙，故選(A)

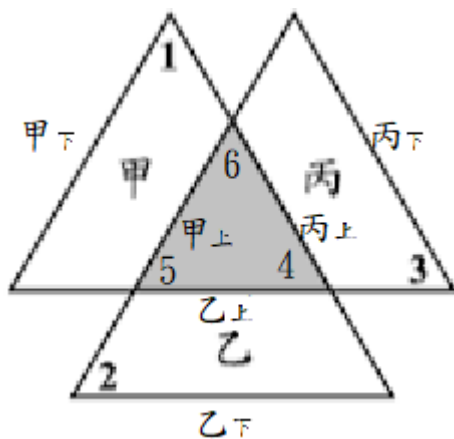
25. 圖(十六)的灰色小三角形為三個全等大三角形的重疊處，且三個大三角形各扣掉灰色小三角形後分別為甲、乙、丙三個梯形。若圖中標示的 $\angle 1$ 為 58° ， $\angle 2$ 為 62° ， $\angle 3$ 為 60° ，則關於甲、乙、丙三梯形的高的大小關係，下列敘述何者正確？



圖(十六)

- (A) 乙 > 甲 > 丙 (B) 乙 > 丙 > 甲
(C) 丙 > 甲 > 乙 (D) 丙 > 乙 > 甲

詳解：



- 三個全等大三角形，即三角形面積相等
甲面積 + 重疊處 = 乙面積 + 重疊處 = 丙面積 + 重疊處
→ 甲面積 = 乙面積 = 丙面積
- 因為甲、乙、丙為梯形，可知 $\angle 4 = 60^\circ$ 、 $\angle 5 = 62^\circ$ 、 $\angle 6 = 58^\circ$
→ 丙上 > 甲上 > 乙上 (大角對大邊)
→ 丙下 > 甲下 > 乙下 (大角對大邊)
- 丙上 + 丙下 > 甲上 + 甲下 > 乙上 + 乙下
- 甲面積 = 乙面積，依照梯形面積公式
$$\frac{(\text{甲上} + \text{甲下}) \times \text{甲高}}{2} = \frac{(\text{乙上} + \text{乙下}) \times \text{乙高}}{2}$$
因為甲上 + 甲下 > 乙上 + 乙下，故乙高 > 甲高
- 甲面積 = 丙面積，依照梯形面積公式
$$\frac{(\text{甲上} + \text{甲下}) \times \text{甲高}}{2} = \frac{(\text{丙上} + \text{丙下}) \times \text{丙高}}{2}$$
因為丙上 + 丙下 > 甲上 + 甲下，故甲高 > 丙高

得乙高 > 甲高 > 丙高，故選(A)