

## 103 年國中數學教育會考 數學科難題詳解

23. 若有一等差數列，前九項和為 54，且第一項、第四項、第七項的和為 36，則此等差數列的公差為何？

(A) -6 (B) -3 (C) 3 (D) 6

詳解：

設首項為  $a$ ，公差為  $d$

已知

(a) 等差數列前九項和為 54

$$\frac{9 \times (a + a + 8d)}{2} = 54$$

$$\text{化簡得 } a + 4d = 6 \dots (1)$$

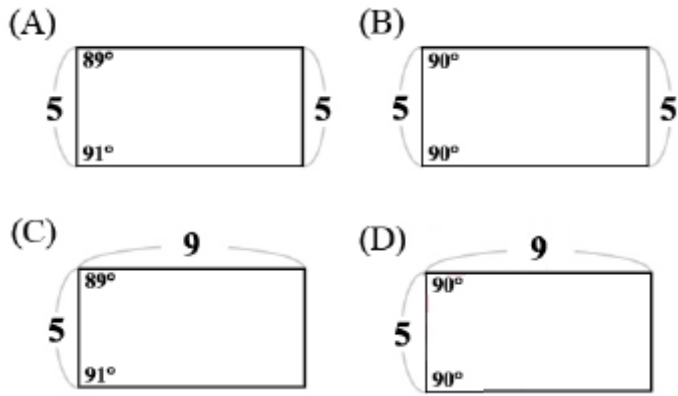
(b) 第一項、第四項、第七項和為 36

$$a + (a + 3d) + (a + 6d) = 36$$

$$\text{化簡得 } a + 3d = 12 \dots (2)$$

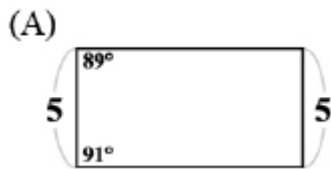
(1) - (2) 可得  $d = -6$ ，故選(A)

24. 下列選項中的四邊形只有一個為平行四邊形，根據圖中所給的邊長長度及角度，判斷哪一個為平行四邊形？

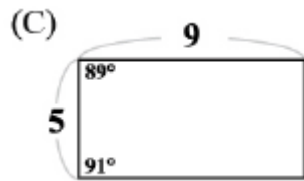


詳解：

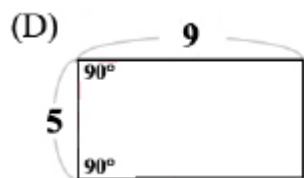
平行四邊形定義為。兩組對邊互相平行的四邊形



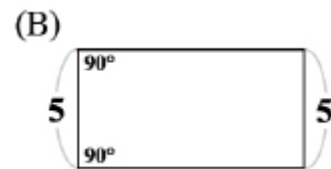
(A)僅能判斷一組對邊平行，可能是等腰梯形



(C)僅能判斷一組對邊平行，可能是梯形



(D)僅能判斷一組對邊平行，可能是梯形



(B)一組對邊平行，兩相鄰角為 90 度，為矩形，亦是平行四邊形，故選(B)

25. 有甲、乙兩個箱子，其中甲箱內有 98 顆球，分別標記號碼 1~98，且號碼為不重複的整數，乙箱內沒有球。已知小育從甲箱內拿出 49 顆球放入乙箱後，乙箱內球的號碼的中位數為 40。若此時甲箱內有  $a$  顆球的號碼小於 40，有  $b$  顆球的號碼大於 40，則關於  $a$ 、 $b$  之值，下列何者正確？  
(A)  $a = 16$  (B)  $a = 24$  (C)  $b = 24$  (D)  $b = 34$

詳解：

中位數：將資料數值由小到大排列

如果資料個數是奇數個，則中央的資料數值是中位數

如果資料個數是偶數個，則中央的兩個資料數值之平均值是中位數

未拿出前

甲箱：

$\boxed{1\sim39}$     $\boxed{40}$     $\boxed{41\sim98}$

號碼小於 40 的有 39 顆

號碼大於 40 的有 58 顆

甲箱拿出 49 顆到乙箱後：

乙箱內的球號碼中位數是 40，

因為球數是奇數，表示 40 號這 1 顆在乙箱

小於 40 的有 24 顆，

大於 40 的有 24 顆。

甲箱原本號碼小於 40 的有 39 顆，移到乙箱 24 顆，剩下 15 顆。 $a=15$

甲箱原本號碼大於 40 的有 58 顆，移到乙箱 24 顆，剩下 34 顆。 $b=34$

故選(D)

26. 已知  $a$ 、 $h$ 、 $k$  為三數，且二次函數  $y = a(x-h)^2 + k$  在坐標平面上的圖形通過  $(0, 5)$ 、 $(10, 8)$  兩點。  
若  $a < 0$ ， $0 < h < 10$ ，則  $h$  之值可能為下列何者？  
(A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 7

詳解：

二次函數  $y = a(x-h)^2 + k$ ，通過  $(0, 5)$ 、 $(10, 8)$  兩點，將座標代入：

$$5 = a(0-h)^2 + k, \text{ 化簡得 } 5 = ah^2 + k \dots (1)$$

$$8 = a(10-h)^2 + k, \text{ 化簡得 } 8 = 100a - 20ah + h^2 + k \dots (2)$$

$$(1) - (2)$$

$$5 - 8 = (ah^2 + k) - (100a - 20ah + h^2 + k)$$

$$-3 = -100a + 20ah$$

$$-100 + 20h = \frac{-3}{a}, \text{ 因為 } a < 0, \text{ 所以 } (-100 + 20h) \text{ 等於一個正數，也就是大於 } 0$$

$$-100 + 20h > 0$$

$$20h > 100$$

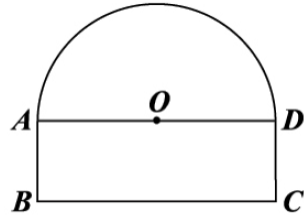
$$h > 5$$

故選(D)

27. 如圖(十三), 矩形  $ABCD$  中,  $\overline{AD} = 3\overline{AB}$ ,  $O$  為  $\overline{AD}$  中點,  $\widehat{AD}$  是半圓。甲、乙兩人想在  $\widehat{AD}$  上取一點  $P$ , 使得  $\triangle PBC$  的面積等於矩形  $ABCD$  的面積, 其作法如下:

(甲) 延長  $\overline{BO}$ , 交  $\widehat{AD}$  於  $P$  點, 則  $P$  即為所求

(乙) 以  $A$  為圓心,  $\overline{AB}$  長為半徑畫弧, 交  $\widehat{AD}$  於  $P$  點, 則  $P$  即為所求



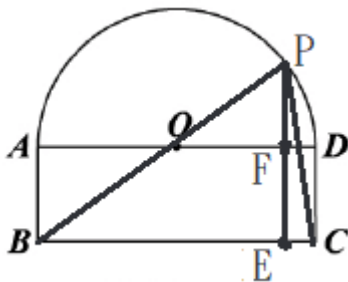
圖(十三)

對於甲、乙兩人的作法, 下列判斷何者正確?

- (A) 兩人皆正確      (B) 兩人皆錯誤  
 (C) 甲正確, 乙錯誤      (D) 甲錯誤, 乙正確

詳解:

甲作法:



(1) 延長線段  $\overline{BO}$ , 交弧  $\widehat{AD}$  於  $P$  點, 並連接  $\overline{PC}$

做  $\overline{PE} \perp \overline{BC}$ , 交  $\overline{AD}$  於  $F$ 。

$\overline{PF} \perp \overline{AD}$  且  $\overline{FE} = \overline{AB}$

(2)  $\triangle OAB$  與  $\triangle OFP$  中:

$\angle AOB = \angle DOP$  (對頂角相等)

$\angle BAO = \angle PFO = 90^\circ$

所以  $\triangle OAB$  與  $\triangle OFP$  相似 (AA 相似)

$\rightarrow \overline{AB} : \overline{FP} = \overline{OB} : \overline{OP}$  (對應邊成比例)

且  $\overline{OB} > \overline{OP}$

$\rightarrow \overline{AB} > \overline{FP}$  再加上  $\overline{AB} = \overline{FE}$

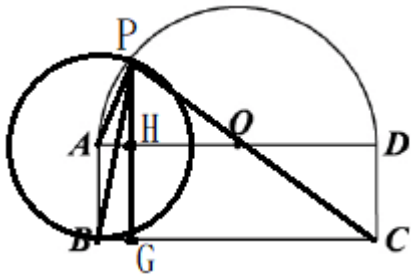
$\rightarrow \overline{AB} + \overline{AB} > \overline{FP} + \overline{FE}$

$\rightarrow 2\overline{AB} > \overline{PE}$

$$(3) \triangle PBC \text{ 面積} = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{PE} < \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times 2\overline{AB} = \overline{BC} \times \overline{AB} = \text{矩形 } ABCD \text{ 面積}$$

→  $\triangle PBC$  面積與矩形  $ABCD$  面積不相等，甲作法錯誤

乙作法：



(1) 以  $A$  為圓心， $\overline{AB}$  長為半徑畫圓，交弧  $\widehat{AD}$  於  $P$  點，

連接  $\overline{PB}$ 、 $\overline{PC}$ ，另外作  $\overline{PG} \perp \overline{BC}$ ，交  $\overline{AD}$  於  $H$

→  $\overline{PH} \perp \overline{AD}$ ，且  $\overline{HG} = \overline{AB}$

(2) 作  $\overline{PA}$ ， $\overline{PA} = \overline{AB}$  (都是同一圓之半徑)

(3) 在直角三角形  $PAH$  中， $\overline{PA} > \overline{PH}$

→  $\overline{PG} = \overline{PH} + \overline{HG} < \overline{PA} + \overline{AB} = \overline{AB} + \overline{AB} = 2\overline{AB}$

→  $\overline{PG} < 2\overline{AB}$

(4) 矩形  $ABCD$  面積 =  $\overline{BC} \times \overline{AB}$

$$\triangle PBC \text{ 面積} = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{PG} < \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times 2\overline{AB} = \overline{BC} \times \overline{AB}$$

所以  $\triangle PBC$  面積小於矩形  $ABCD$  面積，乙作法錯誤

甲、乙作法皆錯誤，故選(B)