

國二每周練習題(下學期第 16 周)

中心：_____

姓名：_____

例題一 雞肉串數量 x 串的重量 y 公克，已知雞肉串的重量與數量呈線形函數關係如圖示，試問：

- (1) 雞肉串 5 串重量為多少公克？
- (2) 450 公克的雞肉串數量有幾串？

解：

已知雞肉串的重量與串數成線形函數，所以將函數假設為

$y = f(x) = ax + b$...[1]，其中 a 、 b 為常數；

從右圖中觀察後可知函數圖形通過兩點，分別為 $(0,0)$ 、 $(6,900)$ ；

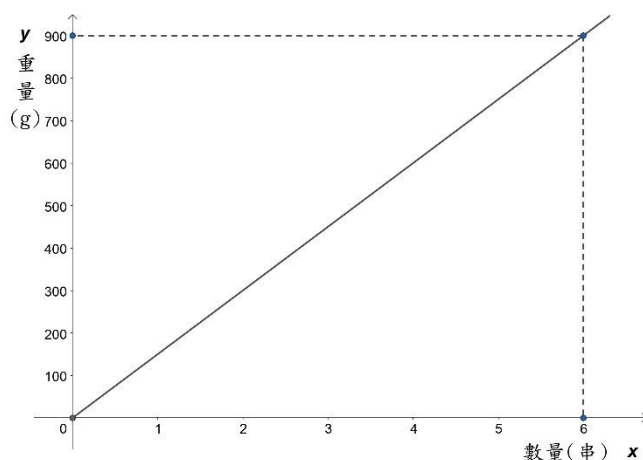
將兩點代入函數(1)得到：

$$\begin{cases} f(0) = 0 \cdot a + b = 0 \\ f(6) = 6 \cdot a + b = 900 \end{cases} \text{，化簡後得到聯立方程組} \begin{cases} b = 0 \dots\dots\dots[2] \\ 6a + b = 900 \dots[3] \end{cases}$$

將[2]式 $b = 0$ 代入[3]式，得到 $6a + 0 = 900 \Rightarrow a = 150$ ；

將 $a = 150$ 、 $b = 0$ 代入函數[1]，得到 $f(x) = 150x$...[4]

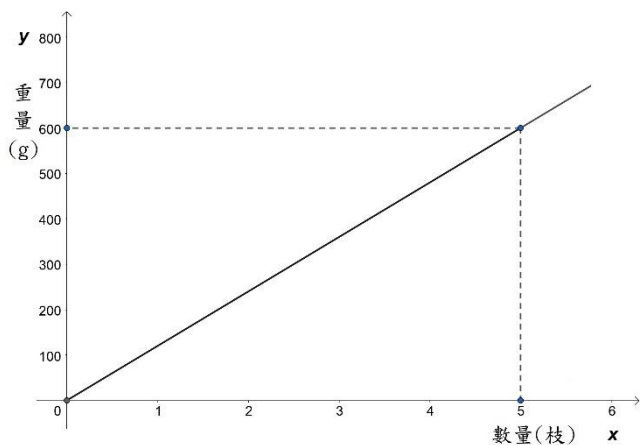
- (1) 雞肉串 5 串，將 $x = 5$ 代入函數[4]；
得到重量為 $f(5) = 150 \cdot 5 = 750$ 公克。
- (2) 450 公克的雞肉串，將 $y = f(x) = 450$ 代入函數[4]；
得到 $450 = 150x \Rightarrow x = 3$ 串。



答：(1) 750 公克 (2) 3 串

練習一 花枝丸 x 枝的重量 y 公克，已知花枝丸的重量與枝數成線形函數關係如圖示，試問：

- (1) 花枝丸 8 枝重量為多少公克？
- (2) 360 公克的花枝丸有幾枝？



小提醒：

線型函數：

在直角座標平面上，將函數的自變數 x 所對應的函數值 $f(x)$ 當作縱座標 y ，描繪出滿足 $y = f(x)$ 關係的點所形成的圖形為一直線，就稱為線型函數。

若函數為線型函數，可以將函數假設為 $f(x) = ax + b$ ，其中 a 、 b 為常數。

例題二 利用配方法，求下列各式的解：

(1) $3x^2 + 6x - 1 = 0$

(2) $5x^2 - 5x + 1 = 0$

解：

(1) 原式 $3x^2 + 6x - 1 = 0$

$$\Rightarrow 3x^2 + 6x = 1$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow x^2 + 2 \cdot x \cdot 1 + 1^2 = \frac{1}{3} + 1^2$$

$$\Rightarrow (x+1)^2 = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow x+1 = \pm \sqrt{\frac{4}{3}}$$

$$\Rightarrow x = -1 \pm \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

(2) 原式 $5x^2 - 5x + 1 = 0$

$$\Rightarrow 5x^2 - 5x = -1$$

$$\Rightarrow x^2 - x = -\frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{1}{5} + \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{20}$$

$$\Rightarrow x - \frac{1}{2} = \pm \sqrt{\frac{1}{20}}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{5}}{10}$$

答：(1) $x = -1 \pm \frac{2\sqrt{3}}{3}$ (2) $x = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{5}}{10}$



小提醒：

試著先將式子表示成 $(x-h)^2 = k$ 的形式，再求解。

練習二 利用配方法，求下列各式的解：

(1) $-x^2 + 6x + 2 = 0$

(2) $2x^2 - 6x - 1 = 0$

例題三 計算 $(2x-3)(3x+4)$ 的結果，並試著用直式記錄下來後觀察兩式相同的部分。

解：

原式 = $(2x-3)(3x+4)$

$$= 2x \cdot 4 + (-3) \cdot 4 + 2x \cdot 3x + (-3) \cdot 3x$$

$$= \underline{8x-12} + \underline{6x^2-9x}$$

$$= 6x^2 + 8x - 9x - 12$$

$$= 6x^2 - x - 12$$

$$2x-3$$

$$\times) 3x+4$$

$$\hline 8x-12$$

$$+) \underline{6x^2-9x}$$

$$\hline 6x^2 - x - 12$$

答： $6x^2 - x - 12$



小提醒：

利用乘法對加法的分配律將式子乘開後化簡。

練習三 計算 $(4x-3)(2x+5)$ 的結果，並試著用直式記錄下來後觀察兩式相同的部分。

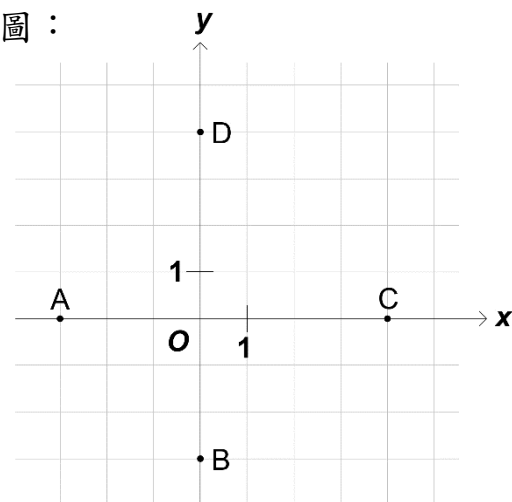
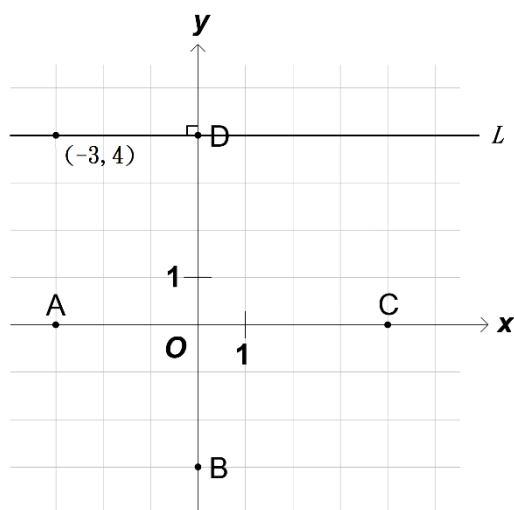
例題四 圖(四)的座標平面上有原點 O 與 A 、 B 、 C 、 D 四點。若有一直線 L 通過點 $(-3,4)$ 且與 y 軸垂直，則 L 也會通過下列哪一點？(108 會考改)
(請回答 A 、 B 、 C 、 D)



小提醒：
先依題意畫出直線 L
後再觀察圖形求解。

解：

在圖上標示點 $(-3,4)$ ，並在圖中畫出與 y 軸垂直的直線 L ，如下圖：

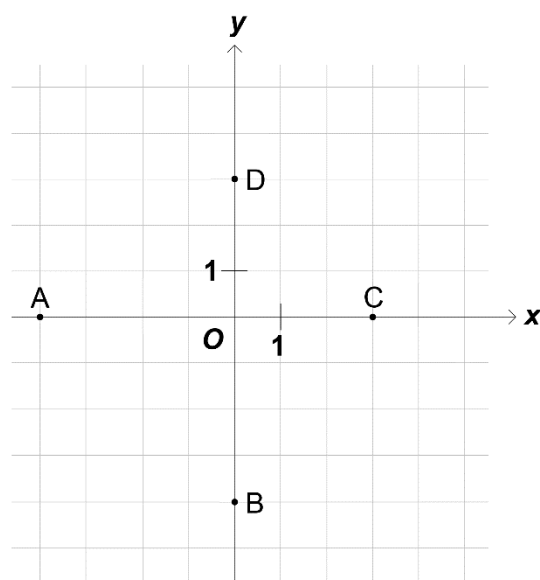


圖(四)

由圖觀察可知，直線通過 D 點。

答： D 點

練習四 右圖的座標平面上有原點 O 與 A 、 B 、 C 、 D 四點。若有一直線 L 通過點 $(-4,3)$ 且與 y 軸平行，則 L 也會通過下列哪一點？
(請回答 A 、 B 、 C 、 D)

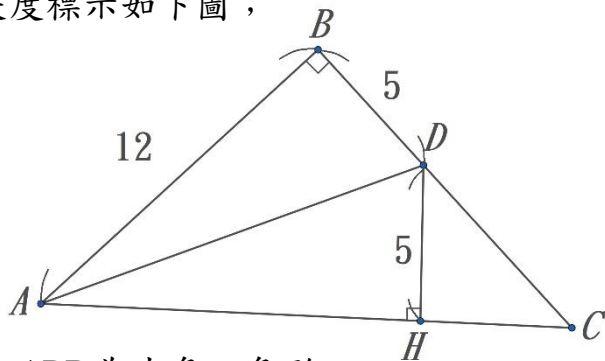


例題五 如右圖， $\angle B=90^\circ$ ， L 是 $\angle A$ 的角平分線，且與 $\triangle ABC$ 交 \overline{BC} 於 D 點，通過 D 點作 $\overline{DH} \perp \overline{AC}$ 於 H ，若 $\overline{AB}=12$ 、 $\overline{DH}=5$ ，求 \overline{AD} 為何？

解：

先在圖形上標示所給定長度，再根據 $\angle A$ 的角平分線到 $\angle A$ 的兩夾邊距離相等的性質，得到 $\overline{BD}=\overline{DH}=5$ ；

將長度標示如下圖；



又 $\triangle ABD$ 為直角三角形；

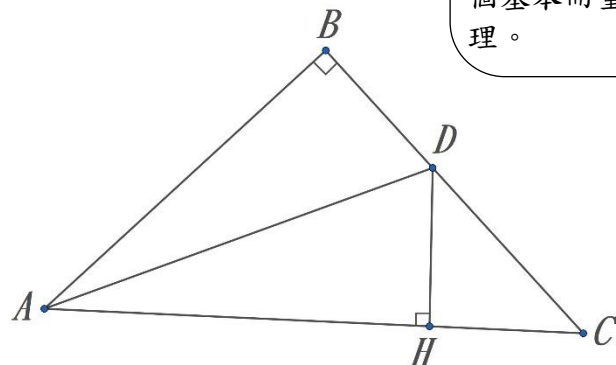
根據畢氏定理： $\overline{AD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BD}^2$

得到 $\overline{AD}^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$

所以 $\overline{AD}=13$ 。

答：13

練習五 如右圖， $\angle B=90^\circ$ ， L 是 $\angle A$ 的角平分線，且與 $\triangle ABC$ 交 \overline{BC} 於 D 點，通過 D 點作 $\overline{DH} \perp \overline{AC}$ 於 H ，若 $\overline{AD}=39$ 、 $\overline{DH}=15$ ，求 \overline{AB} 為何？



例題六 因式分解 $(x+2)(x+3)(x-4)(x-5)-60$ 。

解：

$$\begin{aligned} \text{原式} &= (x+2)(x+3)(x-4)(x-5)-60 \\ &= (x+2)(x-4)(x+3)(x-5)-60 \\ &= (x^2-2x-8)(x^2-2x-15)-60 \\ &= [(x^2-2x)-8][(x^2-2x)-15]-60 \\ &= (x^2-2x)^2-8 \cdot (x^2-2x)-15 \cdot (x^2-2x)+(-8) \cdot (-15)-60 \\ &= (x^2-2x)^2-23(x^2-2x)+60 \\ &= [(x^2-2x)-3][(x^2-2x)-20] \\ &= (x^2-2x-3)(x^2-2x-20) \\ &= (x+1)(x-3)(x^2-2x-20) \end{aligned}$$

答： $(x+1)(x-3)(x^2-2x-20)$



小提醒：

角平分線的性質：
 $\angle A$ 的角平分線上的點到 $\angle A$ 的兩夾邊距離相等。

畢氏定理：

若直角三角形的斜邊長為 a ，其兩股長分別為 b 、 c ，則滿足 $a^2=b^2+c^2$ 。



小知識：

畢氏定理：

又稱商高定理、畢達哥拉斯定理、勾股定理、勾股弦定理、新娘座椅定理、百牛定理，是平面幾何中一個基本而重要的定理。



小提醒：

觀察題目給定一次式，尋找任兩個一次式乘積，觀察積一次項或常數項是否相同，再作分解。

練習六 因式分解 $(x+1)(x-3)(x-5)(x-9)+63$ 。