

國二每周練習題(下學期第4周)

中心：_____

姓名：_____

例題一 解下列各二元一次聯立方程式：

$$(1) \begin{cases} y = 2x \\ 2x + 3y = 24 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 2x - y = -1 \\ x + 3y = 10 \end{cases}$$

解：

$$(1) \text{ 令原式 } \begin{cases} y = 2x \dots\dots\dots(1) \\ 2x + 3y = 24 \dots(2) \end{cases}$$

將(1)式中 $y = 2x$ 代入(2)式得到 $2x + 3 \cdot (2x) = 24$

$$\Rightarrow 2x + 6x = 24$$

$$\Rightarrow 8x = 24$$

$$\Rightarrow x = 3, \text{ 代回(1)式}$$

得到 $y = 2 \cdot (3) = 6$ ，方程式的解為 $\begin{cases} x = 3 \\ y = 6 \end{cases}$ 。

$$(2) \text{ 令原式 } \begin{cases} 2x - y = -1 \dots(1) \\ x + 3y = 10 \dots(2) \end{cases}$$

將(2)式 $\times 2$ 讓 x 項係數相同，得到 $2x + 6y = 20 \dots(3)$

$$\text{將新的聯立方程式列出得到 } \begin{cases} 2x - y = -1 \dots(1) \\ 2x + 6y = 20 \dots(3) \end{cases}$$

利用(1)式 $-$ (3)式，得到 $(2x - y) - (2x + 6y) = (-1) - (20)$

$$\Rightarrow 2x - y - 2x - 6y = -1 - 20$$

$$\Rightarrow 2x - 2x - y - 6y = -21$$

$$\Rightarrow (2 - 2)x + (-1 - 6)y = -21$$

$$\Rightarrow -7y = -21$$

$$\Rightarrow y = 3 \text{ 代回(1)式}$$

得到 $2x - (3) = -1$

$$\Rightarrow 2x = -1 + 3$$

$$\Rightarrow 2x = 2, x = 1, \text{ 方程式的解為 } \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$\text{答：(1) } \begin{cases} x = 3 \\ y = 6 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$$



小提醒：

代入消去法：

先將一個未知數以其他未知數或已知數表示，再將式子化成一元一次方程式求解。

加減消去法：

先將聯立方程式中一個未知數化成相同數量，再利用相加或相減消去未知數，化成一元一次方程式求解。

練習一 解下列各二元一次聯立方程式：

$$(1) \begin{cases} 3x + 2y = 9 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 7x - 5y = -29 \\ 3x + 5y = 9 \end{cases}$$

例題二 利用乘法公式計算下列各式的值：

(1) $19.4^2 + 2 \times 19.4 \times 0.6 + 0.6^2$

(2) $7.9^2 - 2 \times 7.9 \times 6.4 + 6.4^2$

(3) $69\frac{3}{5} \times 70\frac{2}{5}$

解：

(1) 原式 $= 19.4^2 + 2 \times 19.4 \times 0.6 + 0.6^2$
 $= (19.4 + 0.6)^2$
 $= 20^2$
 $= 400$

(2) 原式 $= 7.9^2 - 2 \times 7.9 \times 6.4 + 6.4^2$
 $= (7.9 - 6.4)^2$
 $= (1.5)^2$
 $= 2.25$

(3) 原式 $= 69\frac{3}{5} \times 70\frac{2}{5}$
 $= (70 - \frac{2}{5}) \times (70 + \frac{2}{5})$
 $= 70^2 - (\frac{2}{5})^2$
 $= 4900 - \frac{4}{25}$
 $= 4899\frac{21}{25}$

答：(1) 400 (2) 2.25 (3) $4899\frac{21}{25}$

小提醒：

乘法公式：

(1) 和的平方

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

(2) 差的平方

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

(3) 平方差

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

練習二 利用乘法公式計算下列各式的值：

(1) $47.2^2 + 94.4 \times 2.8 + 2.8^2$

(2) $31^2 - 31 \times 22 + 11^2$

(3) $66^2 - 34^2$

例題三 利用乘法公式，計算並化簡下列各式：

(1) $(\sqrt{6} - \sqrt{2})^2$

(2) $\frac{1}{\sqrt{3}-1}$

解：

(1) 原式 $= (\sqrt{6} - \sqrt{2})^2$
 $= (\sqrt{6})^2 - 2 \times \sqrt{6} \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2$
 $= 6 - 2\sqrt{12} + 2$
 $= 6 + 2 - 2\sqrt{2^2 \times 3}$
 $= 8 - 4\sqrt{3}$

(2) 原式 $= \frac{1}{\sqrt{3}-1}$
 $= \frac{1 \times (\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1) \times (\sqrt{3}+1)}$
 $= \frac{\sqrt{3}+1}{(\sqrt{3})^2 - 1^2}$
 $= \frac{\sqrt{3}+1}{3-1}$
 $= \frac{\sqrt{3}+1}{2}$

答：(1) $8 - 4\sqrt{3}$ (2) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

小提醒：

乘法公式：

(1) 和的平方

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

(2) 差的平方

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

(3) 平方差

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

練習三 利用乘法公式，計算並化簡下列各式：

(1) $(2+\sqrt{3})^2$

(2) $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$

例題四 小蛙每三天去圖書館一次，大偉每四天去圖書館一次，兩人於星期六在圖書館相遇，則下一次兩人同時於星期六在圖書館相遇至少是幾天後？
解：

小蛙每3天到圖書館一次；

大偉每4天去圖書館一次；

星期六每7天一次；

下一次至少是幾天，所以為3、4、7的最小公倍數；

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 3, 4, 7} \\ 2 \overline{) 3, 2, 7} \\ 3 \overline{) 3, 1, 7} \\ 7 \overline{) 1, 1, 7} \\ 1, 1, 1 \end{array}$$

$$[3, 4, 7] = 2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 1 \times 1 \times 1 = 84。$$

答：84天

練習四 惠娣小公主每兩天去操場慢跑一次，凌雲每六天去操場慢跑一次，兩人於星期三在操場慢跑時相遇，則下一次兩人同時於星期三在操場慢跑時相遇至少是幾天後？



小提醒：

從題目敘述中觀察，
再列出關係式。

例題五 國內生產總值（英語：Gross Domestic Product，縮寫：GDP）亦稱國內生產毛額或本地生產總值，是一定時期內（通常是一個季度或一年），一個區域內的經濟活動中所生產出之全部最終成果的市場價值。國內生產總值是國民經濟核算的核心指標，在衡量一個國家或地區經濟狀況和發展水準亦有相當重要性。

若一數列 $a, 6, b, -8, c$ 為一個等差數列，試回答下列問題：

- (1) a 、 b 、 c 值分別為何？
- (2) 此數列的首項、公差、項數分別為何？

解：

由數列可得到首項 $a_1 = a$ 、項數 $n = 5$ ，假設公差為 d ；

由第二項 6 及第四項 -8，得到 $\begin{cases} a_2 = 6 = a + (2-1) \cdot d \dots (1) \\ a_4 = -8 = a + (4-1) \cdot d \dots (2) \end{cases}$ ；

(2) - (1) 得到 $(-8) - (6) = [a + (4-1)d] - [a + (2-1)d]$

$$\Rightarrow -8 - 6 = [a + 3d] - [a + d]$$

$$\Rightarrow -14 = a + 3d - a - d$$

$$\Rightarrow -14 = a - a + 3d - d$$

$$\Rightarrow -14 = (1-1)a + (3-1)d$$

$$\Rightarrow -14 = 2d$$

$$\Rightarrow d = -7, \text{ 代回(1)}$$

得到 $6 = a + (2-1) \cdot (-7)$

$$\Rightarrow 6 = a + 1 \cdot (-7)$$

$$\Rightarrow 6 = a + (-7)$$

$$\Rightarrow 6 = a - 7$$

$$\Rightarrow 6 + 7 = a$$

$$\Rightarrow a = 13$$

所以 $b = a_3 = a + (3-1) \cdot d = 13 + 2 \cdot (-7) = -1$ ；

$$c = a_5 = a + (5-1) \cdot d = 13 + 4 \cdot (-7) = -15$$

答：(1) $a = 13$ 、 $b = -1$ 、 $c = -15$ (2) 首項為 13、公差為 -7、項數為 5

練習五 若一數列 $a, b, -17, -23, c$ 為一個等差數列，試回答下列問題：

- (1) a 、 b 、 c 值分別為何？
- (2) 此數列的首項、公差、項數分別為何？



小提醒：

等差數列：

在一個數列中任相鄰兩項，若後項減前項的差都相等時，就稱此數列為等差數列(或算術數列)。

而在等差數列中，為了方便起見，一般設代號為首項 a_1 、公差 d 、項數 n 、一般項 a_n 。

等差數列的一般項：

$$a_n = a_1 + (n-1)d。$$