

國二每周練習題(108年05月13日~05月17日)

中心：_____ 姓名：_____

例題一 (1) 已知 y 和 x 成正比，當 $x=5$ 時 $y=4$ ，求 y 和 x 的關係式為何？

(2) 已知 y 和 x 成反比，當 $x=5$ 時 $y=4$ ，求 y 和 x 的關係式為何？

解：

(1) 已知 y 和 x 成正比，所以 y 和 x 的關係式可以表示為 $\frac{y}{x} = k$ ， k 是常數；

將當 $x=5$ 、 $y=4$ 代入 $\frac{y}{x} = k$ 中，

得到 $\frac{4}{5} = k$ ，將 $k = \frac{4}{5}$ 代回 y 和 x 的關係式 $\frac{y}{x} = k$ ，

所以 y 和 x 的關係式為 $\frac{y}{x} = \frac{4}{5}$ 。

(2) 已知 y 和 x 成反比，所以 y 和 x 的關係式可以表示為 $xy = k$ ， k 是常數；

將當 $x=5$ 、 $y=4$ 代入 $xy = k$ 中，

得到 $5 \cdot 4 = k \Rightarrow k = 20$ ，將 $k = 20$ 代回 y 和 x 的關係式 $xy = k$ ，

所以 y 和 x 的關係式為 $xy = 20$ 。

答：(1) $\frac{y}{x} = \frac{4}{5}$ (2) $xy = 20$

練習一 (1) 已知 y 和 x 成正比，當 $x=4$ 時 $y=6$ ，求 y 和 x 的關係式為何？

(2) 已知 y 和 x 成反比，當 $x=4$ 時 $y=6$ ，求 y 和 x 的關係式為何？



小提醒：

若 y 和 x 成正比，則 y 和 x 的關係式可以表示成 $\frac{y}{x} = k_1$ ，其中 k_1 為比例常數。

若 y 和 x 成反比，則 y 和 x 的關係式可以表示成 $xy = k_2$ ，其中 k_2 為比例常數。

例題二 將下列各式作因式分解：

(1) $x^2 + 5x$

(2) $25 - 4x^2$

(3) $6x^2 + 5x - 6$

解：

(1) 原式 = $x^2 + 5x$

= $x \cdot (x+5)$

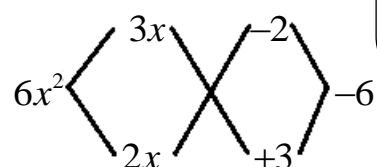
= $x(x+5)$

(2) 原式 = $25 - 4x^2$

= $5^2 - (2x)^2$

= $(5+2x)(5-2x)$

(3) 原式 = $6x^2 + 5x - 6$



= $(3x-2)(2x+3)$



小提醒：

試著利用

- (1) 提公因式法
- (2) 乘法公式
- (3) 十字交乘法作因式分解。

答：(1) $x(x+5)$ (2) $(5+2x)(5-2x)$ (3) $(3x-2)(2x+3)$

練習二 將下列各式作因式分解：

(1) $4x - 2x^2$

(2) $9x^2 - 16$

(3) $9x^2 - 11x - 14$

例題三 若一元二次方程式 $3x^2 + kx + (k + 24) = 0$ 的兩根相等，則 k 值為何？

解：

若一元二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 的兩根相等(重根)，表示其判別式

$$D = b^2 - 4ac = 0 \dots (1);$$

將 $a = 3$ 、 $b = k$ 、 $c = k + 24$ 代入(1)式，得到：

$$k^2 - 4 \cdot 3 \cdot (k + 24) = 0$$

$$\Rightarrow k^2 - 12k - 288 = 0$$

$$\Rightarrow k^2 - 12k = 288$$

$$\Rightarrow k^2 - 2 \cdot k \cdot 6 + 6^2 = 288 + 6^2$$

$$\Rightarrow (k - 6)^2 = 324$$

$$\Rightarrow k - 6 = \pm 18$$

$$\Rightarrow k = 24 \text{ 或 } k = -12$$

答： $k = 24$ 或 $k = -12$

練習三 若一元二次方程式 $5x^2 - (k - 3)x + (k - 8) = 0$ 的兩根相等，則 k 值為何？

例題四 小蛙將12%的酒精30毫升和10%的酒精20毫升混合後，所得到混合液的酒精濃度為何？

解：

酒精重量 = 溶液重量 \times 百分率

12%的酒精液體，酒精重量 = $30 \times 12\% = 3.6$ 毫升

10%的酒精液體，酒精重量 = $20 \times 10\% = 2$ 毫升

酒精混合液的酒精重量 = $3.6 + 2 = 5.6$ 毫升

酒精混合液的溶液重量 = $30 + 20 = 50$ 毫升

混合液的酒精濃度 = 溶質重 \div 溶液重 $\times 100\%$

$$= 5.6 \div 50 \times 100\%$$

$$= 5.6 \times \frac{1}{50} \times 100\%$$

$$= 11.2\%$$

答：11.2%



小提醒：

設一元二次方程式為 $ax^2 + bx + c = 0$ ，其中 $a \neq 0$ ，則：

1. 設 $D = b^2 - 4ac$ 為此一元二次方程式的判別式。

2. 一元二次方程式的公式解：

(1) 若 $D > 0$ 時，

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}。$$

(2) 若 $D = 0$ 時，

$$x = \frac{-b}{2a} \text{ (重根)}。$$

(3) 若 $D < 0$ 時，此方程式無解。



小提醒：

重量百分濃度 = 溶質重 \div 溶液重 $\times 100\%$ 。

練習四 大偉將25%的酒精30毫升和17%的酒精50毫升混合後，所得到混合液的酒精濃度為何？

例題五 已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，且頂點依序對應，若 $\overline{AB}=5$ 、 $\overline{BC}=12$ 、 $\overline{CA}=13$ ，且 $\overline{DE}=7x+12$ 、 $\overline{FD}=6y+1$ ，求數對 (x,y) 為何？

解：

因為 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，所以對應邊相等，所以 $\overline{AB} = \overline{DE}$ 且 $\overline{CA} = \overline{FD}$ ；

$$\text{得到} \begin{cases} 5 = 7x + 12 \\ 13 = 6y + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5 - 12 = 7x \\ 13 - 1 = 6y \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -7 = 7x \\ 12 = 6y \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$$

得到數對 $(x,y) = (-1,2)$

答： $(x,y) = (-1,2)$

練習五 已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，且頂點依序對應，若 $\overline{AB}=9$ 、 $\overline{BC}=15$ 、 $\overline{CA}=12$ ，且 $\overline{EF}=4x+3$ 、 $\overline{DE}=15-3y$ ，求數對 (x,y) 為何？



小提醒：

兩個三角形全等時，對應邊必相等、對應角必相等。反之，若兩個三角形對應邊相等、對應角相等，則這兩個三角形全等。



小知識：

歐幾里得

希臘化時代的數學家，被稱為「幾何學之父」。

他在著作《幾何原本》中提出五大公設，成為歐洲數學的基礎。歐幾里得也寫過一些關於透視、圓錐曲線、球面幾何學及數論的作品。

例題六 已知 $f(x+3)=2x+1$ ，試求(1) $f(5)=?$ (2) $f(x)=?$

解：

(1) 假設 $x+3=5$ ，則 $f(x+3)=f(5)$ ；

$$\Rightarrow x=5-3=2 \text{ 代入 } f(x+3)=2x+1$$

$$\text{得到 } f(2+3)=2 \cdot 2+1$$

$$\Rightarrow f(5)=4+1=5$$



小提醒：

未知數是以符號代表數，不限用何種符號表示。

(2) 假設 $x+3=A$ ，則 $f(x+3)=f(A)$ ；

$$\Rightarrow x=A-3 \text{ 代入 } f(x+3)=2x+1$$

$$\text{得到 } f(A-3+3)=2 \cdot (A-3)+1$$

$$\Rightarrow f(A)=2A-6+1$$

$$\Rightarrow f(A)=2A-5$$

再將 $A=x$ 代入 $f(A)=2A-5$ ，得到 $f(x)=2x-5$ 。

答：(1) $f(5)=5$ (2) $f(x)=2x-5$

練習六 已知 $f(5-2x)=-4x+3$ ，試求(1) $f(3)=?$ (2) $f(x)=?$