

國二每周練習題(108年05月06日~05月10日)

中心：_____

姓名：_____

例題一 已知 x 、 y 、 z 不為零，且 $2x:3y:4z=3:4:5$ ，求 $x:y:z$ 。

解：

原式 $2x:3y:4z=3:4:5$ ，

由前兩項比得知： $2x:3y=3:4$ ；

比例式內項相乘等於外項相乘得到 $9y=8x$ ，同除 $[9,8]=72$ ；

得到 $\frac{y}{8} = \frac{x}{9} \Rightarrow x:y=9:8$

由後兩項比得知： $3y:4z=4:5$ ；

同理，得到 $y:z=16:15$

所以 $x : y : z$

$$9 : 8 \quad \text{同} \times 2$$

$$\underline{16 : 15}$$

得到 $18 : 16$

$$\underline{16 : 15}$$

合併 $18 : 16 : 15$

答： $18:16:15$



小提醒：

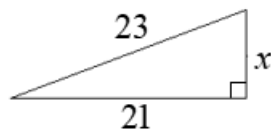
比例式內項相乘等於外項相乘：

若式子 $x:y=a:b$ ，則 $a \cdot y = b \cdot x$ 。

練習一 已知 x 、 y 、 z 不為零，且 $x:2y:3z=4:6:3$ ，求 $x:y:z$ 。

例題二 求下列各圖形的邊長 x 之值：

(1)



解：

(1) 由勾股定理 $c^2 = a^2 + b^2$

得到 $23^2 = x^2 + 21^2$

$\Rightarrow x^2 = 23^2 - 21^2$

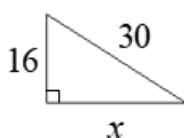
$\Rightarrow x^2 = (23+21)(23-21)$

$\Rightarrow x^2 = 88$

$\Rightarrow x = \pm 2\sqrt{22}$ (負不合)

$\Rightarrow x = 2\sqrt{22}$

(2)



(2) 由勾股定理 $c^2 = a^2 + b^2$

得到 $30^2 = x^2 + 16^2$

$\Rightarrow x^2 = 30^2 - 16^2$

$\Rightarrow x^2 = (30+16)(30-16)$

$\Rightarrow x^2 = 644$

$\Rightarrow x = \pm 2\sqrt{161}$ (負不合)

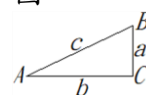
$\Rightarrow x = 2\sqrt{161}$

答：(1) $x = 2\sqrt{22}$ (2) $x = 2\sqrt{161}$



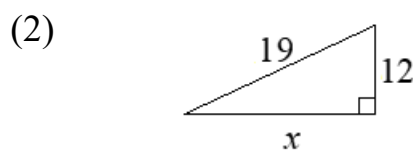
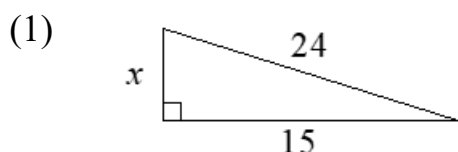
小提醒：

若直角三角形 ABC 如下圖：



則滿足 $c^2 = a^2 + b^2$ 。

練習二 求下列各圖形的邊長 x 之值：



例題三 台北 101 上的紀念品每個 50 元，每天可以賣出 3000 個。已知售價每減少 1 元，就可以多賣出 100 個。若今日結束營業時統計總收入為 160000 元，求今日的紀念品售價為多少元？

解：

假設售價減少了 x 元，所以當天的售價為 $(50-x)$ 元；

因為售價每減少 1 元，就可以多賣出 100 個，而現在售價減少了 x 元，所以多賣出 $100x$ 個，得到當天的賣出數量為 $(3000+100x)$ 個；

列出關係式：總收入 = 售價 \times 賣出個數

$$\Rightarrow 160000 = (50-x)(3000+100x)$$

$$\Rightarrow 160000 = 150000 + 5000x - 3000x - 100x^2$$

$$\Rightarrow 100x^2 - 2000x + 10000 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 20x + 100 = 0$$

$$\Rightarrow (x-10)^2 = 0$$

$$\Rightarrow x = 10(\text{重根})$$

當天的售價為 $(50-x) = (50-10) = 40$ 元。

答：40 元

練習三 動物園裡的紀念 T 恤每件 300 元，每天可以賣出 800 件。已知售價每減少 1 元，就可以多賣出 10 件。若今日結束營業時統計總收入為 280000 元，求今日的紀念 T 恤售價為多少元？



小提醒：

設一元二次方程式為 $ax^2+bx+c=0$ ，其中 $a \neq 0$ ，則：

1. 設 $D=b^2-4ac$ 為此一元二次方程式的判別式。

2. 一元二次方程式的公式解：

(1) 若 $D > 0$ 時，
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}。$$

(2) 若 $D = 0$ 時，
$$x = \frac{-b}{2a}(\text{重根})。$$

(3) 若 $D < 0$ 時，此方程式無解。



小知識：

台北 101(TAIPEI 101) 是位於台灣台北市信義區的摩天大樓，樓高 509.2 公尺，地上樓層共有 101 層、另有地下 5 層，由 李祖原聯合建築師事務所 設計，KTRT 團隊承造，最初的名稱為 台北國際金融中心，於 2003 年改為 台北 101。

例題四 請依題意列出不等式：

呱呱麵包坊的麵包成本為 x 元，若每個麵包都照成本加 20% 作為定價，周年慶時每個麵包照定價便宜 10 元售出，至少還可獲利成本的 5% 以上。

解：

成本為 x 元，成本加 20% 作為定價，所以定價為 $(x + x \cdot 20\%)$ 元；

照定價便宜 10 元售出，所以售價為 $[(x + x \cdot 20\%) - 10]$ 元；

獲利 = 售價 - 成本，是成本的 5% 以上

得到 $[(x + x \cdot 20\%) - 10] - x \geq x \cdot 5\%$ 。

答： $[(x + x \cdot 20\%) - 10] - x \geq x \cdot 5\%$



小提醒：

從題目敘述中觀察，再列出關係式。

練習四 請依題意列出不等式：

呱呱麵包坊的蛋糕成本為 x 元，若每個蛋糕都照成本加 200 元作為定價，周年慶時每個蛋糕照定價打 9 折售出，至少還可獲利成本的 10% 以上。

例題五 有一個正 N 邊形的每一個內角為 150° ，求 N 為何？

解：

因為多邊形的每一個內角都與其一個外角互補，所以正 N 邊形的每一個外角為 $(180^\circ - 150^\circ) = 30^\circ$

又多邊形外角和為 360° ，且正多邊形每一個外角相等；

所以此正多邊形會有 $360 \div 30 = 12$ 個外角，也會有同樣多的內角；

得到 $N = 12$ 。

答： $N = 12$



小提醒：

1. 多邊形外角和為 360°
2. 多邊形的每一個內角都與其一個外角互補 (和為 180°)。

練習五 有一個正 N 邊形的每一個內角為 144° ，求 N 為何？



例題六 設兩等差數列 $\langle a_n \rangle$ 、 $\langle b_n \rangle$ 的第 n 項比為 $(2n+1):(3n-2)$ ，試求兩數列前19項和的比為多少？

解：

假設數列 $\langle a_n \rangle$ 的前19項和為 $S_{19} = a_1 + a_2 + \dots + a_{19}$ ；

$$\Rightarrow S_{19} = \frac{(a_1 + a_{19}) \times 19}{2} = \frac{(a_1 + a_{19})}{2} \times 19 = a_{10} \times 19$$

假設數列 $\langle b_n \rangle$ 的前19項和為 $T_{19} = b_1 + b_2 + \dots + b_{19}$ ；

同理， $T_{19} = b_{10} \times 19$

從第 n 項比為 $(2n+1):(3n-2)$ 可以得知，

$$\text{第10項比 } a_{10}:b_{10} = (2 \cdot 10 + 1):(3 \cdot 10 - 2) = 21:28 = 3:4$$

所以兩數列前19項和的比 $S_{19}:T_{19} = a_{10} \times 19:b_{10} \times 19 = a_{10}:b_{10} = 3:4$ 。

答：3:4

練習六 設兩等差數列 $\langle a_n \rangle$ 、 $\langle b_n \rangle$ 的第 n 項比為 $(2n-3):(n+5)$ ，試求兩數列前9項和的比為多少？

小提醒：

$\langle a_n \rangle = a_1, a_2, \dots, a_n$ 為等差數列，則此數列的等差級數和，可以表示為 $S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$ 。