

國二每周練習題(108年04月22日~04月26日)

中心：_____

姓名：_____

例題一 若 $x:y=2:3$ ，且 $3x-y=6$ ，求 x 、 y 之值分別為何？

解：

原式為 $x:y=2:3$ ，假設 $x=2\times r$ 、 $y=3\times r$ ，其中 $r\neq 0$ ；

將 $x=2\times r$ 、 $y=3\times r$ 代入二元一次方程式 $3x-y=6$ ；

得到 $3\cdot(2\times r)-(3\times r)=6$

$$\Rightarrow 6r-3r=6$$

$$\Rightarrow 3r=6$$

$$\Rightarrow r=2 \text{ 代回 } x=2\times r、y=3\times r$$

得到 $x=4$ 、 $y=6$ 。

答： $x=4$ 、 $y=6$



小提醒：

若 $x:y=a:b$ ，則可以將 x 表示成 $a\times r$ ，將 y 表示成 $b\times r$ ，其中 $r\neq 0$ 。

練習一 若 $(x+1):(y+1)=5:3$ ，且 $x-2y=-2$ ，求 x 、 y 之值分別為何？

例題二 比較下列各組數的大小：

(1) $3\sqrt{5}$ 、 $5\sqrt{2}$ 、 $4\sqrt{3}$

(2) $\sqrt{11}+\sqrt{8}$ 、 $\sqrt{10}+3$ 、 $\sqrt{12}+\sqrt{7}$

解：

(1) 原數為： $3\sqrt{5}$ 、 $5\sqrt{2}$ 、 $4\sqrt{3}$

$$\text{又 } \begin{cases} 3\sqrt{5} = \sqrt{3^2 \cdot 5} = \sqrt{45} \\ 5\sqrt{2} = \sqrt{5^2 \cdot 2} = \sqrt{50} \\ 4\sqrt{3} = \sqrt{4^2 \cdot 3} = \sqrt{48} \end{cases}$$

因為 $\sqrt{50} > \sqrt{48} > \sqrt{45}$ ，得到 $5\sqrt{2} > 4\sqrt{3} > 3\sqrt{5}$ 。

(2) 原數為： $\sqrt{11}+\sqrt{8}$ 、 $\sqrt{10}+3$ 、 $\sqrt{12}+\sqrt{7}$

$$\text{又 } (\sqrt{11}+\sqrt{8})^2 = (\sqrt{11})^2 + 2\cdot\sqrt{11}\cdot\sqrt{8} + (\sqrt{8})^2 = 19 + 2\sqrt{88}$$

$$\text{同理， } \begin{cases} (\sqrt{10}+3)^2 = (\sqrt{10}+\sqrt{9})^2 = 19 + 2\sqrt{90} \\ (\sqrt{12}+\sqrt{7})^2 = 19 + 2\sqrt{84} \end{cases}$$

因為 $19 + \sqrt{90} > 19 + \sqrt{88} > 19 + \sqrt{84}$ ，又三數皆為正數，

所以 $\sqrt{10}+3 > \sqrt{11}+\sqrt{8} > \sqrt{12}+\sqrt{7}$ 。

答：(1) $5\sqrt{2} > 4\sqrt{3} > 3\sqrt{5}$ (2) $\sqrt{10}+3 > \sqrt{11}+\sqrt{8} > \sqrt{12}+\sqrt{7}$



小提醒：

利用平方後的數字比較根式的大小。
平方後數字之間的關係：

1. 若 $x > y \geq 0$ ，則 $x^2 > y^2$ 。
2. 若 $0 \geq x > y$ ，則 $y^2 > x^2$ 。

練習二 比較下列各組數的大小：

(1) $3\sqrt{7}$ 、 $5\sqrt{5}$ 、 $2\sqrt{17}$

(2) $\sqrt{7} + \sqrt{2}$ 、 $1 + 2\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3} + \sqrt{6}$

例題三 利用一元二次方程式的公式解，解下列各式：

(1) $2x^2 + x - 2 = 0$

(2) $4x^2 + 12x + 9 = 0$

(3) $3x^2 + 2x + 4 = 0$

解：

(1) 原式為 $2x^2 + x - 2 = 0$

利用判別式 $D = b^2 - 4ac$ ；

得到 $D_{(1)} = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2) = 17 > 0$

所以 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2)}}{2 \cdot 2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$ 。

(2) 原式為 $4x^2 + 12x + 9 = 0$

利用判別式 $D = b^2 - 4ac$ ；

得到 $D_{(2)} = 12^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9 = 0$

所以 $x = \frac{-12}{2 \cdot 4} = -\frac{3}{2}$ (重根)。

(3) 原式為 $3x^2 + 2x + 4 = 0$

利用判別式 $D = b^2 - 4ac$ ；

得到 $D_{(3)} = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot 4 = -44 < 0$

所以此方程式無解。

答：(1) $x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$ (2) $x = -\frac{3}{2}$ (重根) (3) 無解

練習三 利用一元二次方程式的公式解，解下列各式：

(1) $-2x^2 - 3x + 1 = 0$

(2) $x^2 - 8x + 16 = 0$

(3) $-x^2 + x - 2 = 0$



小提醒：

設一元二次方程式為 $ax^2 + bx + c = 0$ ，其中 $a \neq 0$ ，則：

1. 設 $D = b^2 - 4ac$ 為此一元二次方程式的判別式。

2. 一元二次方程式的公式解：

(1) 若 $D > 0$ 時，

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}。$$

(2) 若 $D = 0$ 時，

$$x = \frac{-b}{2a} \text{ (重根)}。$$

(3) 若 $D < 0$ 時，此方程式無解。

例題四 某天，華盛頓的父親和華盛頓說：「兩年前我的年齡是你年齡的四倍，而三年後我的年齡變成你年齡的三倍。」

求當時華盛頓的年齡為多少歲？

解：

假設當時華盛頓的年齡為 x 歲；

所以兩年前華盛頓的年齡為 $(x-2)$ 歲，且兩年前父親的年齡是華盛頓年齡的四倍，所以為 $(x-2) \cdot 4$ 歲；

由此可知，父親當時的年齡為 $[(x-2) \cdot 4 + 2]$ 歲。

所以三年後華盛頓年齡為 $(x+3)$ 歲、父親的年齡為 $\{[(x-2) \cdot 4 + 2] + 3\}$ 歲；

又三年後父親的年齡變成華盛頓年齡的三倍；

依題意列出式子： $\{[(x-2) \cdot 4 + 2] + 3\} = (x+3) \cdot 3$

$$\Rightarrow \{[4x - 8 + 2] + 3\} = 3x + 9$$

$$\Rightarrow \{4x - 6 + 3\} = 3x + 9$$

$$\Rightarrow 4x - 3 = 3x + 9$$

$$\Rightarrow 4x - 3x = 9 + 3$$

$$\Rightarrow x = 12$$

答：12 歲

練習四 兩年前小蛙的年齡是大偉的四倍，三年後小蛙的年齡是大偉的 2.5 倍，請問當時小蛙的年齡為多少歲？



小提醒：

從題目敘述中觀察所求，將其假設為未知數，再列出關係式。



小知識：

喬治·華盛頓(George Washington)，美國國父，1789 年成為美國第一任總統（其同時也成為全世界第一位以「總統」為稱號的國家元首）。其著名的偉人小故事——砍倒櫻桃樹，其實是帕森·威印這位神父兼職作家的著作《華盛頓生平》中虛構的。

例題五 下圖為線段 AB ，利用尺規在線段上找出一點 P ，使得 $\overline{AP} : \overline{BP} = 3:1$ 。

A  B

解：

作法：

(1) 以 A 為圓心，並以 $R (R > \frac{1}{2} \overline{AB})$ 為半徑，作一弧。

(2) 以 B 為圓心，並以相同的 R 為半徑，作一弧。

(3) 使兩弧相交於 C 、 D 兩點。

(4) 連接 C 、 D 與 \overline{AB} 交一點 E 。

(5) 以 E 為圓心，並以 $r (r > \frac{1}{2} \overline{EB})$ 為半徑，作一弧。



小提醒：

尺規作圖為只使用圓規和直尺的作圖法。

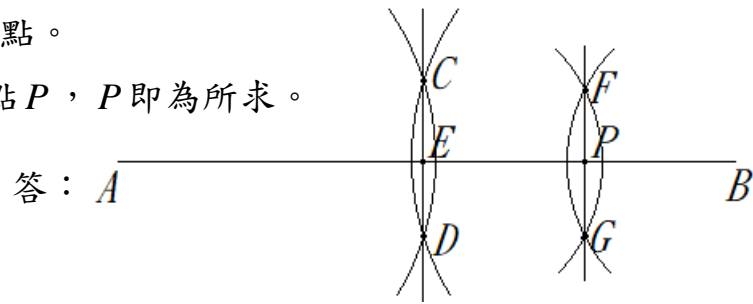
尺規作圖的限制：

1. 直尺只可用來將兩個點連在一起，不可以使用刻度。
2. 圓規可以開至無限寬，但上面亦不能有刻度。

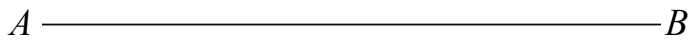
(6) 以 B 為圓心，並以相同的 r 為半徑，作一弧。

(7) 使兩弧相交於 F 、 G 兩點。

(8) 連接 F 、 G 與 \overline{AB} 交一點 P ， P 即為所求。



練習五 下圖為線段 AB ，利用尺規在線段上找出一點 P ，使得 $\overline{AP}:\overline{BP}=5:3$ 。



例題六 呱呱水果行進口哈密瓜，在運送途中不慎損壞12%，水果行以每顆 120 元的成本買進，再以每顆 150 元的價格售出且獲利不低於 28800 元，若水果行將哈密瓜裝盒出售，每盒 6 顆且不零售，則水果行至少需要進口幾盒水蜜桃？



小提醒：
依題意列出不等式求解。

解：

設最少進口 x 顆哈密瓜

運送途中不甚損壞12%，剩下的哈密瓜為 $x \cdot (1-12\%)$ 顆；

獲利 = 每顆的售價 \times 剩下的哈密瓜數量 - 每顆的成本 \times 買進的總數

得到 $150 \cdot [x \cdot (1-12\%)] - 120 \cdot x \geq 28800$

$$\Rightarrow 150 \cdot x \cdot 88\% - 120x \geq 28800$$

$$\Rightarrow 132x - 120x \geq 28800$$

$$\Rightarrow 12x \geq 28800$$

$$\Rightarrow x \geq 2400, x \text{ 至少 } 2400 \text{ 顆}$$

每盒 6 顆，2400 顆為 $2400 \div 6 = 400$ 盒。

答：400 盒

練習六 模型店進口魯夫公仔，在運送途中不慎損壞8%，模型店以每個 720 元的成本買進，再以每個 1000 元的價格售出且獲利超過 80000 元，則模型店至少需要進口幾個魯夫公仔？