

國二每周練習題(108年04月15日~04月19日)

中心：_____

姓名：_____

例題一 座標平面上，求直線 $3x - 2y = 6$ 與兩軸的交點座標為何？

解：

座標平面上與 x 軸交點的 y 座標為 0，且與 y 軸交點的 x 座標為 0；

假設與 x 軸交點座標為 $A(a, 0)$ ，與 y 軸交點座標為 $B(0, b)$ ；

將 A 代入直線方程式 $3x - 2y = 6$ ；

$$\text{得到 } 3 \cdot a - 2 \cdot 0 = 6$$

$$\Rightarrow 3a = 6$$

$$\Rightarrow a = 6 \div 3 = 2, \text{ 得到與 } x \text{ 軸交點座標為 } A(2, 0)。$$

將 B 代入直線方程式 $3x - 2y = 6$ ；

$$\text{得到 } 3 \cdot 0 - 2 \cdot b = 6$$

$$\Rightarrow -2b = 6$$

$$\Rightarrow b = 6 \div (-2) = -3, \text{ 得到與 } y \text{ 軸交點座標為 } B(0, -3)。$$

答：與 x 軸交點座標為 $(2, 0)$ 、與 y 軸交點座標為 $(0, -3)$

練習一 座標平面上，求直線 $y = -2x - 4$ 與兩軸的交點座標為何？



小提醒：

座標平面上的直線

(1) 與 x 軸的交點：

y 座標為 0。

(2) 與 y 軸的交點：

x 座標為 0。

例題二 (1) 利用平方差乘法公式，計算 $(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})$ 的值。

(2) 利用(1)，化簡 $\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ 。

解：

$$(1) \text{ 原式} = (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})$$

$$= (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2$$

$$= 3 - 2$$

$$= 1$$

$$(2) \text{ 原式} = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$$

$$= \frac{1}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})} \times \frac{(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})}$$

$$= \frac{1 \times (\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3} + \sqrt{2}) \times (\sqrt{3} - \sqrt{2})}$$

$$= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{1} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

答：(1) 1 (2) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$



小提醒：

平方差乘法公式：

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)。$$

練習二 (1) 利用平方差乘法公式，計算 $(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})$ 的值。

(2) 利用(1)，化簡 $\frac{2}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$ 。

例題三 若 $x = \frac{-1 + \sqrt{3}}{2}$ 是方程式 $x^2 + x + k = 0$ 的一個解，求 $k = ?$

解：

方法(一)：

$$\begin{aligned}x^2 + x + k &= 0 \\ \Rightarrow x^2 + x &= -k \\ \Rightarrow x^2 + 2 \cdot \frac{1}{2}x &= -k \\ \Rightarrow x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{2} &= -k \\ \Rightarrow x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 &= -k + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \\ \Rightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 &= -k + \frac{1}{4} \\ \Rightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 &= \frac{-4k + 1}{4} \\ \Rightarrow x + \frac{1}{2} &= \pm \sqrt{\frac{-4k + 1}{4}} \\ \Rightarrow x &= -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{-4k + 1}}{2} \\ \Rightarrow x &= \frac{-1 \pm \sqrt{-4k + 1}}{2}\end{aligned}$$

得到 $-4k + 1 = 3$

$$\Rightarrow -4k = 3 - 1$$

$$\Rightarrow k = 2 \div (-4) = -\frac{1}{2}$$

方法(二)：

$$\begin{aligned}x &= \frac{-1 + \sqrt{3}}{2} \\ \Rightarrow x \cdot 2 &= \frac{-1 + \sqrt{3}}{2} \cdot 2 \\ \Rightarrow 2x &= -1 + \sqrt{3} \\ \Rightarrow 2x + 1 &= \sqrt{3} \\ \Rightarrow (2x + 1)^2 &= (\sqrt{3})^2 \\ \Rightarrow 4x^2 + 4x + 1 &= 3 \\ \Rightarrow 4x^2 + 4x + 1 - 3 &= 0 \\ \Rightarrow 4x^2 + 4x - 2 &= 0 \\ \Rightarrow (4x^2 + 4x - 2) \div 4 &= (0) \div 4 \\ \Rightarrow x^2 + x - \frac{1}{2} &= 0\end{aligned}$$

得到 $k = -\frac{1}{2}$



小提醒：

完全平方式：

能將式子以 $(a+b)^2$ 或 $(a-b)^2$ 表示。

配方法：

將一元二次方程式化成完全平方式後，利用平方根求解。

答： $k = -\frac{1}{2}$

練習三 若 $x = \frac{-3 + \sqrt{17}}{4}$ 是方程式 $4x^2 + kx - 2 = 0$ 的一個解，求 $k = ?$

例題四 已知實驗室裡只有20個5克砝碼和20個3克砝碼，今想在等臂天平上秤出2克的質量，且等臂天平左邊限用5克砝碼，右邊限用3克砝碼，則總共有多少種不同的測量方法？

解：

先假設左邊5克砝碼用去了 x 個($x \leq 20$)，右邊3克砝碼用去了 y 個($y \leq 20$)；使得等臂天平左邊的重量為 $5x$ 克，右邊的重量為 $3y$ 克，且相差為2克；

(1) 若左邊比較重，則 $5x > 3y$ ，得到 $5x - 3y = 2$ (2) 若右邊比較重，則 $3y > 5x$ ，得到 $3y - 5x = 2$

x	1	4	7	10
y	1	6	11	16

共4種

x	2	5	8	11
y	4	9	14	19

共4種

所以總共有 $4+4=8$ 種。

答：8種

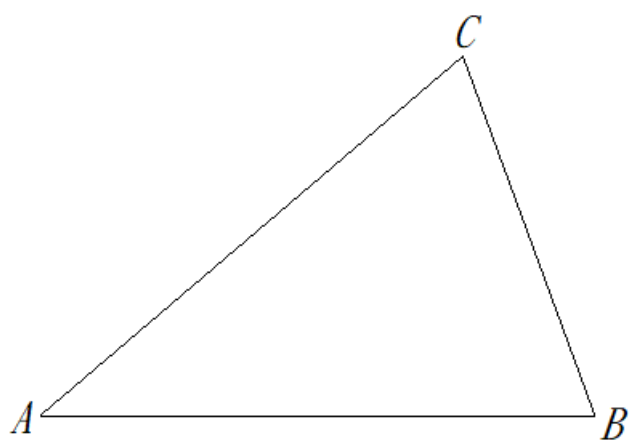


小提醒：

若要在等臂天平秤出 a 克的重量，則等臂天平左右邊的重量相差為 a 克。

練習四 已知實驗室裡只有10個3克砝碼和10個2克砝碼，今想在等臂天平上秤出7克的質量，且等臂天平左邊限用3克砝碼，右邊限用2克砝碼，則總共有多少種不同的測量方法？

例題五 下圖為三角形 ABC ，利用尺規在圖形上作出 \overline{AB} 的垂直平分線(中垂線)。



解：

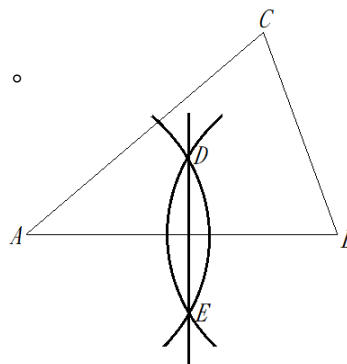
作法：

(1) 以 A 為圓心，並以 r ($r > \frac{1}{2}\overline{AB}$) 為半徑，作一弧。

(2) 以 B 為圓心，並以相同的 r 為半徑，作一弧。

(3) 使兩弧相交於 D 、 E 兩點。

(4) 連接 \overline{DE} 即為所求。



答：



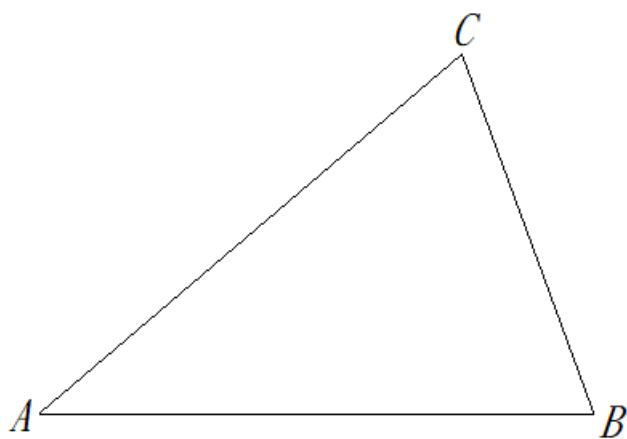
小提醒：

尺規作圖為只使用圓規和直尺的作圖法。

尺規作圖的限制：

1. 直尺只可用來將兩個點連在一起，不可以使用刻度。
2. 圓規可以開至無限寬，但上面亦不能有刻度。

練習五 下圖為三角形 ABC ，利用尺規在圖形上做出 $\angle ABC$ 的角平分線(分角線)。



例題六 迪士尼玩具店有米奇、米妮兩種公仔各 50 個，米奇公仔的售價每個 500 元，米妮公仔的售價每個 150 元。今玩具店促銷這兩種公仔，促銷的方式如下：買一個米奇公仔送一個米妮公仔；但若只買米妮公仔則沒有任何優惠。打烊後結算，這兩種公仔賣出的數量不同，共賣出 30 個(含贈送數量)，且這兩種公仔賣出的總金額超過 7000 元，若假設米奇公仔賣出 x 個，則請依題意列出不等式，並求出米奇公仔可能賣出的數量？

解：

賣出的米奇公仔數量為 x 個，且買一個米奇公仔送一個米妮公仔，則送出的米妮公仔數量為 x 個；

因兩款公仔共賣出 30 個，所以米妮公仔賣出的數量為：

全部 - 賣出的米奇公仔數量 - 送出的米妮公仔數量

得到米妮公仔賣出的數量為 $30 - x - x = 30 - 2x$ 個；

米奇公仔賣出的金額為： $500 \times$ 賣出的米奇公仔數量 $= 500 \cdot x$

米妮公仔賣出的金額為： $150 \times$ 賣出的米妮公仔數量 $= 150 \cdot (30 - 2x)$

因兩種公仔賣出的總金額超過 7000 元；

得到 $500x + 150 \cdot (30 - 2x) > 7000$

$$\Rightarrow 500x + 150 \cdot 30 - 150 \cdot 2x > 7000$$

$$\Rightarrow 500x + 4500 - 300x > 7000$$

$$\Rightarrow 500x - 300x > 7000 - 4500$$

$$\Rightarrow 200x > 2500$$

$$\Rightarrow x > 2500 \div 200$$

$$\Rightarrow x > 12.5 \dots (1)$$

又米妮公仔賣出的數量為 $30 - 2x \geq 0$

$$\Rightarrow 30 \geq 2x$$

$$\Rightarrow 30 \div 2 \geq 2x \div 2$$

$$\Rightarrow 15 \geq x \dots (2)$$

綜合(1)、(2)， $12.5 < x \leq 15$ ，即米奇公仔可能賣出 13、14 或 15 個。

答：13、14 或 15 個



小提醒：

依題意列出不等式求解。



小知識：

華爾特·伊利亞斯·迪士尼(Walt Disney)與其三哥羅伊·迪士尼為華特迪士尼公司共同創始人。如今仍是世界上獲得最多奧斯卡獎的人。

他創造了《白雪公主》、《木偶奇遇記》等很多知名的電影，還有米奇老鼠等動畫角色，也是他讓迪士尼樂園成為可能，開創了主題樂園這種形式。

練習六 呱呱工坊有大眼蛙、旅行青蛙兩種抱枕各 100 個，旅行青蛙抱枕的售價每個 900 元，大眼蛙抱枕的售價每個 250 元。今店內促銷這兩種抱枕，促銷的方式如下：買一個旅行青蛙抱枕送一個大眼蛙抱枕；但若只買大眼蛙抱枕則沒有任何優惠。打烊後結算，這兩種抱枕賣出的數量不同，共賣出 60 個(含贈送數量)，且這兩種公仔賣出的總金額超過 25000 元，若假設旅行青蛙公仔賣出 x 個，則請依題意列出不等式，並求出旅行青蛙公仔可能賣出的數量？