

第 6 級 目錄

單元名稱	教學活動	頁數
6-1 最大公因數與最小公倍數	6-1-1 質因數分解法	P. 1-51
	6-1-2 最大公因數	
	6-1-3 最小公倍數	
6-2 分數小數四則運算	6-2-1 分數除法	P. 52-102
	6-2-2 小數除法	
6-3 比與比值	6-3-1 認識比與比值	P. 103-142
	6-3-2 認識正比例	
6-4 怎樣解題	6-4-1 基準量與比較量	P. 143-211
	6-4-2 簡化問題	
	6-4-3 間隔問題	
6-5 列式與等式	6-5-1 列式與等式	P. 212-254
	6-5-2 等量公理	
6-6 分數小數混和四則運算	6-6-1 分數兩步驟四則運算	P. 255-291
	6-6-2 小數四則運算	
	6-6-3 分數小數混和四則運算	

《博幼數學課本的特色》

《教材架構》

學 習 地 位	溫 故 知 新	教 學 活 動	概 念 講 解	例 題 講 解	練 習 回	綜 合 回	進 階 挑 戰 區
------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	-------------	-------------	-----------------------

《教材特色》

一、學習地位分析

由學習地圖歸納出學習地位分析，了解本單元的預備經驗，再進入新的單元。

二、溫故知新

延伸學習地位分析中的「預備經驗」，教師在上新單元課程前，讓學童先做練習題，以了解學童是否已經具備「舊經驗」，幫助學童做複習，銜接進入新的課程。

三、概念講解

從情境問題發展數學的活動，老師能夠按照教學講解說明和使用教具操作，提供給老師不同的教學方法，引起學生學習的興趣和建立數學概念。概念講解搭配重新佈題，學習完後馬上再操作一次，再重複學習一次，讓學童愈練習愈熟悉。

四、例題講解

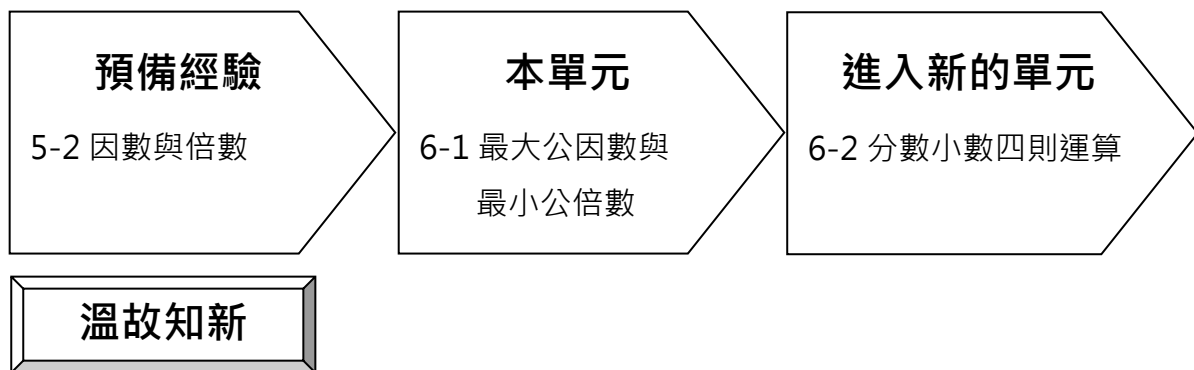
參考「Polya解題模式」：了解問題→擬定計畫→執行計畫→回顧答案，挑選出較困難或具代表性題目做解題範例，避免學童僅是「背」算式，或不會解答應用問題，因此提供多種解題方法的解說。例題講解搭配換你試試看，讓學童立刻再練習一次，測驗學生是否學會解題。

五、練習題一回、綜合題二回、進階挑戰區一回

練習回以小節為主，每小節提供一回練習回，提供小範圍的練習、加強概念。綜合回以單元為主，整合各小節的題目，提供較大範圍的練習。進階挑戰回將單元觀念做更深的運用，供學童自我挑戰。

6-1 最大公因數與最小公倍數

※學習地位分析



1. 請寫出因數或公因數

(1) 24 的因數：()。

(2) 36 的因數：()。

(3) 24 與 36 的公因數：()。

2. 請寫出倍數或公倍數

(1) 請寫出 1~30，3 的倍數：

()。

(2) 請寫出 1~30，4 的倍數：

()。

(3) 請寫出 1~30，3 與 4 的公倍數：

()。

3. 圈出 10 的倍數：

15、200、180、256、405、1000、300、288

6-1-1 質因數分解法與短除法

教學活動 1 (質數)

請寫出下列數字 2、3、5、7、11、13 的因數？請問這些數字的因數有什麼共同點？

【概念講解】

- ◆ 2 的因數是 1、2；
 - 3 的因數是 1、3；
 - 5 的因數是 1、5；
 - 7 的因數是 1、7；
 - 11 的因數是 1、11；
 - 13 的因數是 1、13。
- ◆ 這些數字只有 2 個因數，包括 1 和數本身。

小秘密：

- ✓ 一個大於 1 的整數，只有 1 和數本身 2 個因數，沒有其他的因數時，則稱這個數為「質數」。
- ✓ 2 是最小的質數，也是質數中唯一的偶數。



【重新佈題】

請寫出 1~20 間的質數有哪些？

教學活動 2 (合數)

請寫出下列數字 4、6、8、9、10 的因數？請問這些數字的因數有什麼共同點？

【概念講解】

- ◆ 4 的因數是 1、2、4；
6 的因數是 1、2、3、6；
8 的因數是 1、2、4、8；
9 的因數是 1、3、9；
10 的因數是 1、2、5、10。
- ◆ 這幾個數的因數都有 3 個以上。

小秘密：

- ✓ 一個大於 1 的整數，除了 1 和數本身 2 個因數外，還有其他的因數時，則稱這個數為「合數」。
- ✓ 「1」是個特別的數，它是所有數的因數，但它既不是質數也不是合數。



【重新佈題】

請寫出 1~20 的合數有哪些？

教學活動 3 (認識質因數)

請寫出 24 的因數？在這些因數中，有哪些是質數？

【概念講解】

24 的因數有：1、2、3、4、6、8、12、24。
因數中的質數有：2、3。

小秘密：

2、3 是 24 的因數，又是質數，所以稱 2、3 為 24 的「質因數」。



【重新佈題】

請寫出 28 的因數及質因數？

教學活動 4 (質因數分解法)

請寫出 30 的質因數，再用質因數做質因數分解。

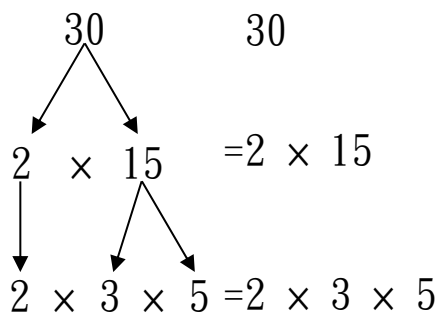
【概念講解】

◆ 30 的因數：1、2、3、5、6、10、15、30。

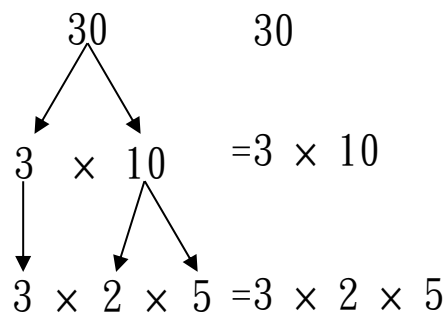
30 的質因數：2、3、5。

◆ 將 30 做質因數分解：

方法一：



方法二：



檢查一下，2、3、5 是不是質數？

答：30 的質因數為 2、3、5，30 的質因數分解為 $2 \times 3 \times 5$

小秘密：

- ✓ 將數字做質因數分解時，一直分解到只剩下質因數相乘，即稱為「質因數分解」。
- ✓ 做質因數分解時，習慣將質因數由小寫到大。例如 30 的質因數分解時，通常寫成 $2 \times 3 \times 5$ ，而不寫 $3 \times 2 \times 5$ 。



【計算題】

- (1) 求 25 質因數分解。 (2) 求 42 質因數分解。
- (3) 求 56 質因數分解。 (4) 求 72 質因數分解。

【重新佈題】

請寫出 70 的質因數，再用質因數做質因數分解。

教學活動 5 (短除法)

請用短除法將 60 做質因數分解。

【概念講解】

◆ 將 $60 \div 2 = 30$ 用下面的形式表示：

$$\begin{array}{c} 60 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 2 \quad \times \quad 30 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{除數} \leftarrow 2 \left| \begin{array}{l} 60 \rightarrow \text{被除數} \\ \hline 30 \rightarrow \text{商} \end{array} \right. \end{array}$$

這樣的記錄方式，稱為短除法。

◆ 用這樣的方式繼續分解 60：

$$\begin{array}{c} 60 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 2 \quad \times \quad 30 \\ \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ 2 \quad \times \quad 2 \quad \times \quad 15 \\ \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ 2 \quad \times \quad 2 \quad \times \quad 3 \quad \times \quad 5 \\ \hline 60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \end{array}$$

答： $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$

小秘密：

用短除法做質因數分解時，除數可以用該數的質因數進行。



【重新佈題】

請用短除法做 36 的質因數分解。

例題講解 1 (判斷質數)

「12、13、17、21」以上 4 個數字中，何者為質數？何者為合數？請將數字分類。

【解題步驟】

1. 什麼是質數？

一個大於 1 的整數，只有 1 和數本身 2 個因數，沒有其他的因數，則此整數為質數。

2. 什麼是合數？

一個大於 1 的整數，除了 1 及數本身 2 個因數外，還有其他因數時，則此整數為合數。

3. 如何找到答案？求出【12、13、17、21】4 個數字的因數來判別何者為質數與合數。

12 的因數：1、2、3、4、6、12 因數除了 1 及本身，還有其他(合數)。

13 的因數：1、13 因數只有 1 及本身(質數)。

17 的因數：1、17 因數只有 1 及本身(質數)。

21 的因數：1、3、7、21 因數除了 1 及本身，還有其他(合數)。

答：質數：13、17；合數：12、21

「5, 9, 11, 18, 25」以上 5 個數字中，何者為質數？何者為合數？請將數字分類。

換你試試看

質數：()。

合數：()。

例題講解 2 (短除法應用題)

已知某數 a 的短除法作法如下，請問 a 、 b 、 c 各是多少？

$$\begin{array}{r} 2 \mid a \\ 3 \mid b \\ 7 \mid c \\ 11 \end{array}$$

【解題步驟】

1. 由短除法可知 a 的質因數分解為 $2 \times 3 \times 7 \times 11$ ， $a = 2 \times 3 \times 7 \times 11 = 462$ 。
2. $b = 462 \div 2 = 231$ 。
3. $c = 231 \div 3 = 77$ 。

答： $a = 462$ ； $b = 231$ ； $c = 77$ 。

換你試試看

已知 60 的短除法作法如下，請問 a 、 b 各是多少？

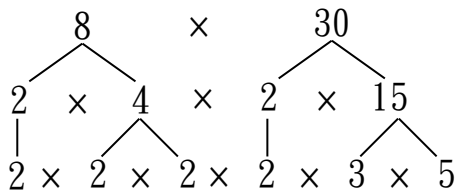
$$\begin{array}{r} a \mid 60 \\ 2 \mid 30 \\ b \mid 15 \\ 5 \end{array}$$

例題講解 3 (兩數相乘求質因數分解)

請寫出 8×30 的質因數分解。

【解題步驟】

1. 將兩個數字個別做質因數分解後再相乘。
2. 8 的質因數分解 $2 \times 2 \times 2$ 。
3. 30 的質因數分解 $2 \times 3 \times 5$ 。
4. 兩個相乘 $(2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 3 \times 5)$ ，去掉括號後 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$ 。
5. 也可以這樣做



6. 由上圖得到 8×30 的質因數分解為 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$ 。

答： $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$

換你試試看

請寫出 12×24 的質因數分解。

課外補充 (特殊倍數的判別法)

- 2 的倍數**：若一個整數的個位數字為 0、2、4、6、8，則此數必為 2 的倍數。例： $10 \div 2 = 5$ ； $22 \div 2 = 11$ ； $104 \div 2 = 52$ ； $366 \div 2 = 183$ ； $1008 \div 2 = 504$ 。
- 5 的倍數**：若一個整數的個位數字為 0、5，則此數必為 5 的倍數。例： $30 \div 5 = 6$ ； $705 \div 5 = 141$ 。
- 10 的倍數**：若一個整數的個位數字為 0，則此數必為 10 的倍數。例： $50 \div 10 = 5$ ； $1690 \div 10 = 169$ 。
- 4 的倍數**：若一個整數的末兩位數字為 4 的倍數，則此數必為 4 的倍數。
例： $568 \div 4 = 142$ ，驗證 $68 \div 4 = 17$ 整除；
 $1592 \div 4 = 398$ ，驗證 $92 \div 4 = 23$ 整除，
 $3732 \div 4 = 933$ ，驗證 $32 \div 4 = 8$ 整除，
由上述例子可知一整數的末兩位數字為 4 的倍數，則此整數就為 4 的倍數。
- 3 的倍數**：若一個整數的數字和為 3 的倍數，則此數必為 3 的倍數。例： $36 \div 3 = 12$ ，驗證 $3 + 6 = 9 \rightarrow 9 \div 3 = 3$ 整除；
 $123 \div 3 = 41$ ，驗證 $1 + 2 + 3 = 6 \rightarrow 6 \div 3 = 2$ 整除，
 $3762 \div 3 = 1254$ ，驗證 $3 + 7 + 6 + 2 = 18 \rightarrow 18 \div 3 = 6$ 整除，
由上述例子可以知道一整數的數字和為 3 的倍數，則此數為 3 的倍數。
- 9 的倍數**：若一個整數的數字和為 9 的倍數，則此數必為 9 的倍數。例： $36 \div 9 = 4$ ，驗證 $3 + 6 = 9 \rightarrow 9 \div 9 = 1$ 整除；
 $423 \div 9 = 47$ ，驗證 $4 + 2 + 3 = 9 \rightarrow 9 \div 9 = 1$ 整除，
 $5346 \div 9 = 594$ ，驗證 $5 + 3 + 4 + 6 = 18 \rightarrow 18 \div 9 = 2$ 整除，
由上述例子可以知道一整數的數字和為 9 的倍數，則此數為 9 的倍數。

6-1-2 最大公因數

教學活動 1 (互質)

請找出 8 和 15 的因數、公因數及最大公因數？

【概念講解】

◆ 8 的因數有：1、2、4、8。

15 的因數有：1、3、5、15。

◆ 8 和 15 的公因數：1。

◆ 8 和 15 的最大公因數：1。

答：8 的因數有：1、2、4、8。

15 的因數有：1、3、5、15。

8 和 15 的公因數：1。

8 和 15 的最大公因數：1。



小秘密：

8 和 15 的最大公因數是 1 時，則稱此兩數彼此「互質」。

【重新佈題】

請找出 18 和 35 的因數、公因數及最大公因數？並判斷此兩數是否互質？

教學活動 2 (最大公因數應用題)

有 24 枝鉛筆和 16 個橡皮擦分給小朋友，每個人拿到一樣多的鉛筆和橡皮擦，全部分完，可以分給幾位小朋友？最多可以分給幾位小朋友？

【概念講解】

- ◆ 24 枝鉛筆和 16 個橡皮擦分給小朋友，可以剛好分完。
- ◆ 找出可以同時整除 24 和 16 的數字：也就是 24、16 的公因數。
24 的因數：1，2，3，4，6，8，12，24。
16 的因數：1，2，4，8，16。
24 和 16 的公因數有：1，2，4，8。
24 枝鉛筆和 16 個橡皮擦分給 1 位、2 位、4 位或 8 位小朋友可以剛好分完。
- ◆ 最多可以分給幾位小朋友，找出最大公因數 8，所以最多可以分給 8 位小朋友。
答：可以分給 1、2、4、8 位小朋友，最多可以分給 8 位小朋友

【重新佈題】

有 32 枝棒棒糖和 48 顆巧克力要分給小朋友，每個人拿到一樣多的棒棒糖和巧克力，全部分完，可以分給幾位小朋友？最多可以分給幾位小朋友？

教學活動 3 (質因數分解法求最大公因數)

請將 48 和 60 做質因數分解，並用質因數分解寫出他們的最大公因數。

【概念講解】

◆ 用短除法找出 48 和 60 的質因數分解：

$$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 ;$$

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 .$$

2	48
2	24
2	12
2	6
	3

2	60
2	30
3	15
	5

◆ 在兩數的質因數分解中，將共同的因數圈起來，

$$48 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 2 \times 2 \times \boxed{3}$$

$$60 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times \quad \times \quad \boxed{3} \times 5$$

最大的公因數： $2 \times 2 \times 3 = 12$ 。

答：最大公因數 12

【計算題】請用質因數分解法求出下列各組數的最大公因數。

1. 求 56, 70 最大公因數。 2. 求 6, 12 最大公因數。

3. 求 25, 125 最大公因數。 4. 求 28, 32 最大公因數。

【重新佈題】

請將 20 和 24 做質因數分解，並用質因數分解寫出他們的最大公因數。

教學活動 4 (用短除法求最大公因數)

用短除法求 48 和 60 的最大公因數。

【概念講解】

◆承教學活動 4，寫出兩數的質因數分解，

$$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

◆使用短除法

2	48 60	提出兩數都有的質因數 2；
2	24 30	提出兩數都有的質因數 2；
3	12 15	提出兩數都有的質因數 3；
4	5	當兩數互質時就停止。

◆將提出的質因數相乘： $2 \times 2 \times 3 = 12$ 。

最大公因數是 12。

◆求最大公因數以符號()來表示，由上題求 48, 60 的最大公因數為 12，可寫成 $(48, 60) = 12$

答：48 和 60 的最大公因數是 12



小秘密：

最大公因數：使用質因數分解或短除法求最大公因數時，將共同擁有的質因數相乘後，即為兩數的最大公因數。

【計算題】請用短除法求出下列各數的最大公因數。

1. 求 14, 35 最大公因數。 2. 求 42, 56 最大公因數。

3. 求 36, 48 最大公因數。 4. 求 26, 78 最大公因數。

【重新佈題】

用短除法求 42 和 63 的最大公因數。

例題講解 1 (分組、均分)

體育課分組比賽，班上女生有 18 人，男生 24 人，分組時每一組的男生女生人數要一樣，請問最多可以分幾組？

【解題步驟】

1. 分組問題，分組時每一組的男生女生人數要一樣，代表男生及女生人數剛好被組數整除，所以是求男生及女生人數的公因數。
2. 題目問最多可以分幾組，代表要求男生及女生人數的最大公因數。
3. 求 18、24 的最大公因數：

$$\begin{array}{r|l} 2 & 18 \quad 24 \\ \hline 3 & 9 \quad 12 \\ & 3 \quad 4 \end{array} \quad (18, 24) = 2 \times 3 = 6。$$

18, 24 的最大公因數為 6。

答：最多 6 組

換你試試看

有 75 顆橘子及 105 根香蕉要平均分給學生，且全部分完，請問最多可以分給幾位學生？

例題講解 2 (整除)

63 除以某一個數字剛好整除，72 除以某一個數字也剛好整除，而這兩個數除以的是相同的數字且不是 1，請問這個數字最大是多少？

【解題步驟】

1. $63 \div (\text{某數})$ 剛好整除，代表(某數)是 63 的因數；
 $72 \div (\text{某數})$ 剛好整除，代表(某數)是 72 的因數。
2. (某數)是 63、72 的公因數，且題目說數字不是 1、數字最大是多少，就是要求最大公因數。
3. 求 63、72 的最大公因數：

$$\begin{array}{r|l} 3 & 63 \quad 72 \\ \hline 3 & 21 \quad 24 \\ & 7 \quad 8 \end{array} \quad (63, 72) = 3 \times 3 = 9。$$

63, 72 的最大公因數為 9。

答：最大的數是 9。

換你試試看

72 除以某一個數字剛好整除，96 除以某一個數字也剛好整除，而這兩個數除以的是相同的數字且不是 1，請問這個數字最大是多少？

例題講解 3 (邊長分割)

公佈欄長 225 公分、寬 162 公分，要貼滿大小相同的正方形色紙(邊長為整數)且邊與邊切齊不重疊，請問色紙的邊長最大是幾公分？

【解題步驟】

1. 要找出正方形色紙的邊長，且正方形色紙貼到公佈欄上邊與邊剛好切齊，要剛好貼滿，可知長與寬都要可以被正方形的邊長整除，也就是要找公佈欄長與寬的公因數。
2. 色紙的最大邊長 = 公佈欄長與寬的最大公因數，

$$\begin{array}{r|l} 3 & 225 \quad 162 \\ \hline 3 & 75 \quad 54 \\ & 25 \quad 18 \end{array}$$

$$(225, 162) = 3 \times 3 = 9。$$

225, 162 的最大公因數為 9。

3. 色紙的邊長最大是 9 公分。

答：9 公分

換你試試看

一張大壁報紙長 96 公分、寬 60 公分，需裁切成每張大小都相同的正方形紙片，且壁報紙剛好切完且正方形紙片的邊長是整數，請問正方形紙片的邊長最大是幾公分？

例題講解 4 (進階題型)

博幼課輔班今收到 82 個橡皮擦及 106 枝鉛筆，打算平均分給課輔老師做課堂獎勵，但在分的時候發現橡皮擦多 4 個，鉛筆多 2 枝，請問課輔老師最多有多少人？

【解題步驟】

1. 題目說有多的狀況，必須先將多的減掉，才是實際分給老師的數量，

$$82 - 4 = 78;$$

$$106 - 2 = 104。$$

2. 「平均分給課輔老師」，代表課輔老師拿到的橡皮擦的數量及鉛筆的數量是一樣多，因此找橡皮擦與鉛筆的公因數。

3. 根據上述及題目中問「課輔老師最多有多少人」，代表要求最大公因數。

4. 求 78、104 的最大公因數，

$$\begin{array}{r|l} 2 & 78 \quad 104 \\ \hline 13 & 39 \quad 52 \\ & 3 \quad 4 \end{array} \quad (78, 104) = 2 \times 13 = 26。$$

78, 104 的最大公因數為 26。

答：課輔老師最多 26 人

換你試試看

博幼課輔班今收到 80 個橡皮擦及 203 枝鉛筆，打算平均分給課輔老師做課堂獎勵，但在分的時候發現橡皮擦不夠 4 個，鉛筆不夠 7 枝，請問課輔老師最多有多少人？

例題講解 5 (最簡分數)

用約分的方式找出 $\frac{18}{72}$ 的等值分數。

【解題步驟】

1. 用約分的方式找等值分數時，先找出分子和分母的公因數，也就是 18 和 72 的公因數。

18 和 72 的公因數有：1、2、3、6、9、18

2. 用 2 約分： $\frac{18^9}{72_{36}} = \frac{9}{36}$ 用 3 約分： $\frac{18^6}{72_{24}} = \frac{6}{24}$

用 6 約分： $\frac{18^3}{72_{12}} = \frac{3}{12}$ 用 9 約分： $\frac{18^2}{72_8} = \frac{2}{8}$

用 18 約分： $\frac{18^1}{72_4} = \frac{1}{4}$

3. 所以用約分找出 $\frac{18}{72}$ 的等值分數有 $\frac{9}{36}$ 、 $\frac{6}{24}$ 、 $\frac{3}{12}$ 、 $\frac{2}{8}$ 、 $\frac{1}{4}$

當約分約到分子與分母互質時，這樣的分數稱為「最簡分數」。

換你試試看

將下列分數約成最簡分數。

(1) $\frac{6}{15}$

(2) $\frac{16}{24}$

(3) $\frac{23}{46}$

(4) $\frac{3}{57}$

6-1-3 最小公倍數

教學活動 1 (質因數分解法求最小公倍數)

請將 30 和 42 做質因數分解，並用質因數寫出最小公倍數。

【概念講解】

◆ $30 = 2 \times 15 = 2 \times 3 \times 5$ ，

質因數分解： $30 = 2 \times 3 \times 5$ ，

30 的倍數有 $(2 \times 3 \times 5) \times 1$ 、 $(2 \times 3 \times 5) \times 2$ 、 $(2 \times 3 \times 5) \times 3$ 、

$(2 \times 3 \times 5) \times 4$ 、 $(2 \times 3 \times 5) \times 5$ 、 $(2 \times 3 \times 5) \times 6$ 、 $(2 \times 3 \times 5) \times 7 \cdots$ ；

◆ $42 = 2 \times 21 = 2 \times 3 \times 7$ ，

質因數分解： $42 = 2 \times 3 \times 7$ ，

42 的倍數有 $(2 \times 3 \times 7) \times 1$ 、 $(2 \times 3 \times 7) \times 2$ 、 $(2 \times 3 \times 7) \times 3$ 、

$(2 \times 3 \times 7) \times 4$ 、 $(2 \times 3 \times 7) \times 5$ 、 $(2 \times 3 \times 7) \times 6$ 、 $(2 \times 3 \times 7) \times 7 \cdots$ 。

◆ 兩數的最小公倍數： $2 \times 3 \times 5 \times 7$ 。

◆ 合併來看：

$$30 = \boxed{2} \times \boxed{3} \times 5$$

$$42 = \boxed{2} \times \boxed{3} \times 7$$

◆ 最小的公倍數： $\boxed{2} \times \boxed{3} \times 5 \times 7$ 。

答：最小公倍數是 $2 \times 3 \times 5 \times 7$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 30 \\ \hline 3 & 15 \\ & 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 42 \\ \hline 3 & 21 \\ & 7 \end{array}$$



小秘密：

最小公倍數：使用質因數分解求最小公倍數時，除了共同擁有的質因數相乘外，再把各自剩餘的因數相乘，即為兩數的最小公倍數。

【計算題】請用質因數分解法求出下列各組數的最小公倍數。

(1) 求 24, 16 最小公倍數。 (2) 求 6, 12 最小公倍數。

(3) 求 25, 75 最小公倍數。 (4) 求 14, 16 最小公倍數。

【重新佈題】

請將 24 和 66 做質因數分解，並用質因數分解法寫出他們的最小公倍數。

教學活動 2 (短除法求最小公倍數)

用短除法求 14 和 42 的最小公倍數。

【概念講解】

◆ 先做質因數分解，

$$14 = 2 \times 7;$$

$$42 = 2 \times 3 \times 7。$$

◆ 使用短除法：

2	14	42	提出兩數都有的質因數 2，
7	7	21	提出兩數都有的質因數 7，
1	1	3	當兩數互質時就停止。

◆ 將提出的因數相乘： 2×7 ；再乘上剩下的 3，

最小公倍數是 $2 \times 3 \times 7 = 42$ 。

◆ 求最小公倍數以符號 $[\quad]$ 來表示，由題目求 14, 42 的最小公倍數為 42，可寫成 $[14, 42] = 42$ 。

答：14 和 42 的最小公倍數是 42

【計算題】請用短除法求出下列各數的最小公倍數。

(1) 求 14, 35 最小公倍數。 (2) 求 42, 56 最小公倍數。

(3) 求 36, 48 最小公倍數。 (4) 求 26, 78 最小公倍數。

【重新佈題】

用短除法求 14 和 18 的最小公倍數。

教學活動 3 (兩數互質求最小公倍數)

求 10 和 9 的最小公倍數。

【概念講解】

◆ 先做質因數分解，

$$10 = 2 \times 5,$$

$$9 = 3 \times 3。$$

◆ 使用短除法，當兩數互質，只能提出公因數 1。

$$\begin{array}{r|l} 1 & 10 \quad 9 \\ \hline & 10 \quad 9 \end{array}$$

◆ 當兩數互質求最小公倍數，就是將兩數相乘 $10 \times 9 = 90$ 。

◆ 最小公倍數是 90。

答：10 和 9 的最小公倍數是 90

【重新佈題】

求 15 和 4 的最小公倍數。

例題講解 1 (均分)

田徑隊在分組練習時每 8 人一組，每 12 人一組都剛好分完，請問田徑隊最少有多少人？

【解題步驟】

1. 分組時都剛好分完，代表田徑隊的人數是 8 和 12 的公倍數。
2. 題目問田徑隊最少有多少人，表示要求 8 和 12 的最小公倍數，

$$\begin{array}{r|l} 2 & 8 \quad 12 \\ \hline 2 & 4 \quad 6 \\ & 2 \quad 3 \end{array}$$

$$[8, 12] = 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24。$$

8, 12 的最小公倍數是 24。

3. 田徑隊最少有 24 人。

答：24 人

換你試試看

博幼花店在綁玫瑰花時發現每 15 枝綁一束，或每 24 枝綁一束都剛好將花用完，請問花店今天最少進多少枝玫瑰花？

例題講解 2 (整除)

某一個數字除以 12 和 28 都剛好整除，請問這個數字最小是多少？

【解題步驟】

1. (某數) \div 12 剛好整除，代表(某數)是 12 的倍數；
(某數) \div 28 剛好整除，代表(某數)是 28 的倍數。
2. (某數)是 12、28 的公倍數，且題目問數字最小是多少，就是求二個數的最小公倍數。
3. 求 12、28 的最小公倍數，

$$\begin{array}{r|l} 2 & 12 \quad 28 \\ \hline 2 & 6 \quad 14 \\ & 3 \quad 7 \end{array}$$

$$[12, 28] = 2 \times 2 \times 3 \times 7 = 84。$$

12, 28 的最小公倍數是 84。

答：最小的數是 84

換你試試看

某一個數字除以 24 和 18 都剛好整除，請問這個數字最小是多少？

例題講解 3 (時間間隔)

桌上有兩盞燈，已知紅燈每間隔 16 分鐘亮一次，藍燈每間隔 24 分鐘亮一次，請問現在兩盞燈同時亮後，下次同時亮的時間是幾分鐘後？

【解題步驟】

1. 紅燈每 16 分鐘亮一次，當時間是 16 的倍數時，紅燈會亮；
藍燈每 24 分鐘亮一次，當時間是 24 的倍數時，藍燈會亮。
2. 兩盞燈同時亮時，恰好是 16、24 的公倍數，且題目問下次同時亮的時間是幾分鐘後，代表求兩盞燈閃燈時間間隔的公倍數，最接近的時間也是兩盞燈亮的時間間隔的最小公倍數。
3. 求 16、24 的最小公倍數，

$$\begin{array}{r|l} 2 & 16 \quad 24 \\ \hline 2 & 8 \quad 12 \\ \hline 2 & 4 \quad 6 \\ \hline & 2 \quad 3 \end{array}$$

$$[16, 24] = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 48。$$

16, 24 的最小公倍數是 48。

答：48 分鐘後

換你試試看

已知 A 公車每 30 分鐘來一班，B 公車每 45 分鐘來一班，請問現在兩輛公車同時離開後，下次兩輛公車同時來的時間是幾分鐘後？

例題講解 4 (拼成正方形)

小博有數張長 18 公分、寬 12 公分的長方形紙片，小博若要將這些紙片同方向排成正方形，請問小博最少要用幾張長方形紙片？

【解題步驟】

1. 要將長方形紙片拼成正方形時，代表拼出來的兩邊邊長是一樣大。
2. 紙片要同一方向排列，代表不會有排列方向的不同，且題目問最少要用幾張紙片，表示要求長方形紙片長、寬的最小公倍數。

3. 求 18、12 的最小公倍數，

$$[18, 12] = 2 \times 3 \times 3 \times 2 = 36。$$

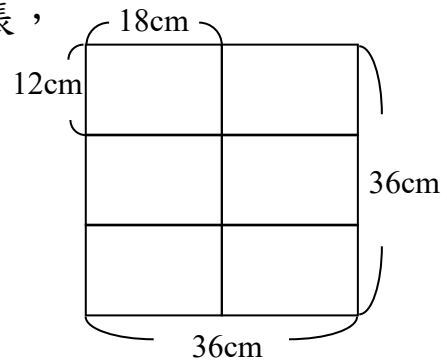
18, 12 的最小公倍數是 36。

$$\begin{array}{r|l} 2 & 18 \quad 12 \\ \hline 3 & 9 \quad 6 \\ & 3 \quad 2 \end{array}$$

4. 36 是最小正方形的邊長，題目問要幾張，

$$2 \times 3 = 6。$$

答：6 張



換你試試看

小幼有數塊長 15 公分、寬 10 公分的長方形磁磚，小幼若要將這些磁磚同方向排成正方形，請問小幼最少要用幾塊長方形磁磚？

例題講解 5 (距離)

有一直線道路，從起點開始每隔 30 公尺設一座電線杆，每隔 45 公尺設一座路燈，請問道路起點兩個都設置後，下一個會一起設置的位置距離起點多少公尺？

【解題步驟】

1. 下一個同時設置的電線杆及路燈距離起點會相同，所以是求兩個物品設置距離的最小公倍數。

2. 求 30、45 的最小公倍數，

$$[30, 45] = 3 \times 5 \times 2 \times 3 = 90。$$

30, 45 的最小公倍數是 90。

答：90 公尺

$$\begin{array}{r|l} 3 & 30 \quad 45 \\ \hline 5 & 10 \quad 15 \\ & 2 \quad 3 \end{array}$$

換你試試看

學校要舉辦運動大會，在直線跑道的起點畫上紅、白線條後，每隔 9 公尺畫一條紅線，每隔 30 公尺畫一條白線，請問自起點是同時畫上兩條線後，下一個畫上兩條線的位置距離起點幾公尺？

例題講解 6 (進階題型)

博幼課輔班今收到一些橡皮擦，打算平均分給課輔老師做課堂獎勵，若分給 8 位課輔老師橡皮擦多 3 個，若分給 20 位課輔老師也多 3 個，請問橡皮擦最少有幾個？

【解題步驟】

1. 「平均分給課輔老師」，代表每位課輔老師拿到的橡皮擦的數量一樣多，且分給 8 位課輔老師及 20 位課輔老師都剛好多 3 個，代表橡皮擦的數量是 8、20 的公倍數再加 3 個。
2. 根據上述及題目中問「橡皮擦最少有幾個」，代表要求最小公倍數。
3. 求 8、20 的最小公倍數，

$$\begin{array}{r|l} 2 & 8 \quad 20 \\ \hline 2 & 4 \quad 10 \\ & 2 \quad 5 \end{array}$$

$$[8, 20] = 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 40,$$

8, 20 的最小公倍數是 40。

4. 實際分給課輔老師的數量是 40 個，但題目有說多 3 個， $40 + 3 = 43$ 。

答：43 個

換你試試看

有一包糖果，打算平均分給學生做課堂獎勵，若分給 9 位學生糖果則少 5 顆，若分給 24 位學生也少 5 顆，請問糖果最少有幾顆？