

六年級目錄

	單元名稱	教學活動		頁數
一	最大公因數與最小公倍數	1.	質因數分解	1~59
		2.	最大公因數	
		3.	最小公倍數	
二	比與比值	1.	認識比與比值	60~97
		2.	認識正比	
三	怎樣解題	1.	基準量與比較量	98~174
		2.	簡化問題	
		3.	間隔問題	
四	列式與等式	1.	列式與等式	175~224
		2.	等量公理	
五	分數四則運算	1.	分數四則運算	225~256
六	小數四則運算	1.	小數四則運算	257~279

《博幼數學課本的特色》

《教材架構》

學 習 地 位	溫 故 知 新	教 學 活 動	概 念 講 解	例 題 講 解	練 習 回	綜 合 回	進 階 挑 戰 區
------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	-------------	-------------	-----------------------

《教材特色》

一、學習地位分析

由學習地圖歸納出學習地位分析，了解本單元的預備經驗，再進入新的單元。

二、溫故知新

延伸學習地位分析中的「預備經驗」，教師在上新單元課程前，讓學童先做練習題，以了解學童是否已經具備「舊經驗」，幫助學童做複習，銜接進入新的課程。

三、概念講解

從情境問題發展數學的活動，老師能夠按照教學講解說明和使用教具操作，提供給老師不同的教學方法，引起學生學習的興趣和建立數學概念。概念講解搭配重新佈題，學習完後馬上再操作一次，再重複學習一次，讓學童愈練習愈熟悉。

四、例題講解

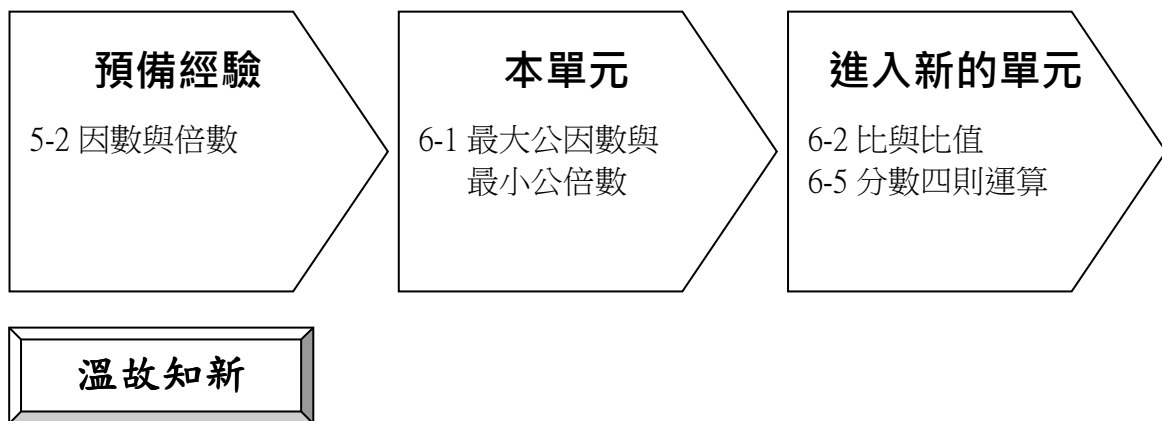
參考「Polya解題模式」：了解問題→擬定計畫→執行計畫→回顧答案，挑選出較困難或具代表性題目做解題範例，避免學童僅是「背」算式，或不會解答應用問題，因此提供多種解題方法的解說。例題講解搭配換你試試看，讓學童立刻再練習一次，測驗學生是否學會解題。

五、練習題一回、綜合題二回、進階挑戰回一回

練習回以小節為主，每小節提供一回練習回，提供小範圍的練習、加強概念。綜合回以單元為主，整合各小節的題目，提供較大範圍的練習。進階挑戰回將單元觀念做更深的運用，供學童自我挑戰。

6-1 最大公因數與最小公倍數

※學習地位分析



1. 請寫出因數或公因數

(1) 24 的因數：()。

(2) 36 的因數：()。

(3) 24 與 36 的公因數：()。

2. 請寫出倍數或公倍數

(1) 請寫出 1~30，3 的倍數：

()。

(2) 請寫出 1~30，4 的倍數：

()。

(3) 請寫出 1~30，3 與 4 的公倍數：

()。

整 6-1-1 質因數分解

教學活動 1 (質數)

請寫出下列數字 2、3、5、7、11、13 的因數？請問這些數字的因數有什麼共同點？

【概念講解】

- ◆ 2 的因數是 1、2；
3 的因數是 1、3；
5 的因數是 1、5；
7 的因數是 1、7；
11 的因數是 1、11；
13 的因數是 1、13。
- ◆ 這些數字只有 2 個因數，包括 1 和數本身。

上述中，一個大於 1 的整數，只有 1 和數本身 2 個因數，沒有其他的因數時，則稱這個數為"質數"。

【重新佈題】

請寫出 10~30 間的質數有哪些？

教學活動 2(合數)

請寫出下列數字 4、6、8、9、10 的因數？ 請問這些數字的因數有什麼共同點？

【概念講解】

- ◆ 4 的因數是 1、2、4；
 - 6 的因數是 1、2、3、6；
 - 8 的因數是 1、2、4、8；
 - 9 的因數是 1、3、9；
 - 10 的因數是 1、2、5、10。
- ◆ 這幾個數都有 3 個以上的因數。

上述中，一個大於 1 的整數，除了 1 和數本身 2 個因數外，還有其他的因數時，則稱這個數為"合數"。

「1」是個特別的數，它是所有數的因數，但它不是質數也不是合數。

【重新佈題】

請寫出 10~30 的合數有哪些？

教學活動 3(質因數)

請寫出 24 的因數？ 在這些因數中，有哪些是質數？

【概念講解】

24 的因數有： 1、2、3、4、6、8、12、24。

因數中的質數有： 2、3。

2、3 是 24 的因數，又是質數，所以稱 2、3 為 24 的質因數。

【重新佈題】

請寫出 28 的因數及質因數？

教學活動 4 (質因數分解)

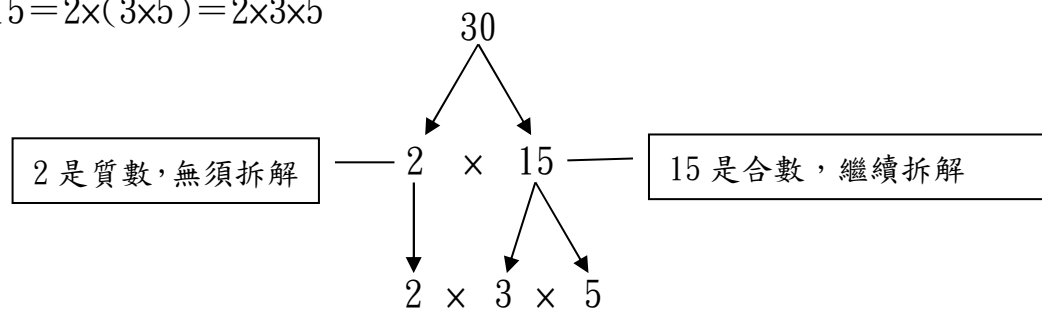
請寫出 30 的質因數，再用質因數做質因數分解。

【概念講解】

◆ 30 的因數：1、2、3、5、6、10、15、30。

30 的質因數：2、3、5。

◆ $30 = 2 \times 15 = 2 \times (3 \times 5) = 2 \times 3 \times 5$



把 30 分解成二數相乘，也就是 $30 = 2 \times 15$ ，若相乘的數中還有合數，再將合數繼續分解，一直分解到只有質因數相乘 ($30 = 2 \times 3 \times 5$)，即稱為"質因數分解"。

答：30 的質因數為 2、3、5，30 的質因數分解 $2 \times 3 \times 5$ 。

【計算題】

1. 求 25 質因數分解。

2. 求 42 質因數分解。

3. 求 56 質因數分解。

4. 求 72 質因數分解。

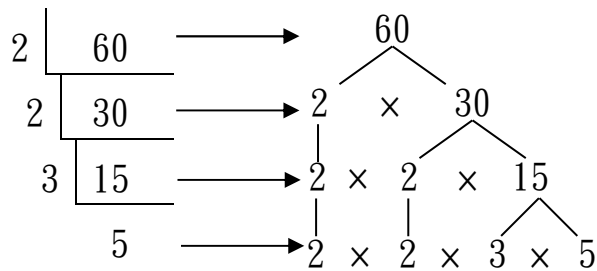
【重新佈題】

請寫出 70 的質因數，再用質因數做質因數分解。

教學活動 5 (短除法)

請用短除法將 60 做質因數分解。

【概念講解】



$$60 = 2 \times 30 = 2 \times 2 \times 15 = 2 \times 2 \times 3 \times 5。$$

短除法：使用該數的質因數做為除數，一直除到沒有合數時，即完成短除法。

答： $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$ 。

【重新佈題】

請用短除法做 36 的質因數分解。

例題講解 1 (判斷質數)

「12、13、17、21」以上 4 個數字中，何者為質數？何者為合數？請將數字分類。

【解題步驟】

1. 什麼是質數？

一個大於 1 的整數，除了 1 及本身 2 個因數時，則此整數為質數。

2. 什麼是合數？

一個大於 1 的整數，除了 1 及數本身 2 個因數外，還有其他因數時，則此整數為合數。

3. 如何找到答案？

求【12、13、17、21】4 個數字的因數來判別何者為質數與合數

12 的因數：1、2、3、4、6、12 因數除了 1 及本身，還有其他(合數)。

13 的因數：1、13 因數只有 1 及本身(質數)。

17 的因數：1、17 因數只有 1 及本身(質數)。

21 的因數：1、3、7、21 因數除了 1 及本身，還有其他(合數)。

答：質數→13、17；

合數→12、21

換你試試看

「5, 9, 11, 18, 25」以上 5 個數字中，何者為質數？何者為合數？請將數字分類。

質數：()。

合數：()。

例題講解 2 (質因數分解判斷質數)

請問 1×2 、 1×19 、 3×7 、 2×2 、 $2 \times 3 \times 5$ 哪些是質數、哪些是合數？

【解題步驟】

1. 什麼是質數？

一個大於 1 的整數，只有 1 及本身兩個因數時，則此整數為質數。

2. 什麼是合數？

一個大於 1 的整數，除了 1 和數本身 2 個因數外，還有其他的因數時，則稱這個數為"合數"。

3. $1 \times 2 = 2$ ，2 的因數有 1、2，所以 1×2 是質數。

4. $1 \times 19 = 19$ ，19 的因數有 1、19，所以 1×19 是質數。

5. $3 \times 7 = 21$ ，21 的因數有 1、3、7、21，所以 3×7 是合數。

6. $2 \times 2 = 4$ ，4 的因數有 1、2、4，所以 2×2 是合數。

7. $2 \times 3 \times 5 = 30$ ，30 的因數有 1、2、3、5、6、10、15、30，所以 $2 \times 3 \times 5$ 是合數。

8. 由上面可以發現，當一數的質因數分解中只有 $1 \times$ 質數，則此數即為質數；若一數的質因數分解是由 2 個以上的質因數相乘，則此數為合數。

答： 1×2 、 1×19 是質數、 3×7 、 2×2 、 $2 \times 3 \times 5$ 是合數。

換你試試看

請將下列是質數的打「√」？

- | | | | |
|-------------------|---------------------------|-------------------|---------------------------|
| () 2×7 | () 2×5 | () 1×17 | () 2×1 |
| () 3×5 | () 1×7 | () 5×5 | () $2 \times 5 \times 7$ |
| () 1×53 | () $3 \times 5 \times 7$ | | |

例題講解 3 (短除法應用題)

已知某數 a 的短除法作法如下，請問 a 、 b 、 c 各是多少？

$$\begin{array}{r|l} 2 & a \\ \hline 3 & b \\ \hline 7 & c \\ \hline & 11 \end{array}$$

【解題步驟】

1. 由短除法可知 a 的質因數分解為 $2 \times 3 \times 7 \times 11$ ， $a = 2 \times 3 \times 7 \times 11 = 462$ 。
2. $b = 462 \div 2 = 231$ 。
3. $c = 231 \div 3 = 77$ 。

答： $a = 462$ ； $b = 231$ ； $c = 77$ 。

換你試試看

已知 60 的短除法作法如下，請問 a 、 b 、 c 各是多少？

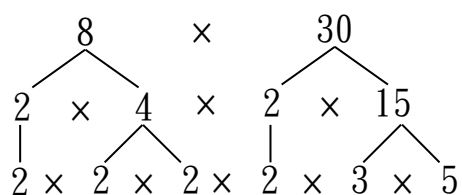
$$\begin{array}{r|l} a & 60 \\ \hline 2 & 30 \\ \hline b & c \\ \hline & 5 \end{array}$$

例題講解 4 (兩數相乘求質因數分解)

請寫出 8×30 的質因數分解。

【解題步驟】

1. 將兩個數字個別做質因數分解後再相乘。
2. 8 的質因數分解 $2 \times 2 \times 2$ 。
3. 30 的質因數分解 $2 \times 3 \times 5$ 。
4. 兩個相乘 $(2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 3 \times 5)$ ，去掉括號後 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$ 。
5. 也可以這樣做



6. 由上圖得到 8×30 的質因數分解為 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$ 。

答： $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$ 。

換你試試看

請寫出 12×24 的質因數分解。

課外補充(特殊倍數的判別法)

1. **2 的倍數**：若一個整數的個位數字為 0、2、4、6、8，則此數必為 2 的倍數。

例： $10 \div 2 = 5$ ； $22 \div 2 = 11$ ； $104 \div 2 = 51$ ； $366 \div 2 = 183$ ； $1008 \div 2 = 504$ 。

2. **5 的倍數**：若一個整數的個位數字為 0、5，則此數必為 5 的倍數。

例： $30 \div 5 = 6$ ； $705 \div 5 = 141$ 。

3. **10 的倍數**：若一個整數的個位數字為 0，則此數必為 10 的倍數。

例： $50 \div 10 = 5$ ； $1690 \div 10 = 169$

4. **4 的倍數**：若一個整數的末兩位數字為 4 的倍數，則此數必為 4 的倍數。

例： $568 \div 4 = 142$ ，驗證 $68 \div 4 = 17$ 整除；

$1592 \div 4 = 398$ ，驗證 $92 \div 4 = 23$ 整除，

$3732 \div 4 = 933$ ，驗證 $32 \div 4 = 8$ 整除，

由上述例子可知一整數的末兩位數字為 4 的倍數，則此整數就為 4 的倍數。

5. **3 的倍數**：若一個整數的數字和為 3 的倍數，則此數必為 3 的倍數。

例： $36 \div 3 = 12$ ，驗證 $3 + 6 = 9 \rightarrow 9 \div 3 = 3$ 整除；

$123 \div 3 = 41$ ，驗證 $1 + 2 + 3 = 6 \rightarrow 6 \div 3 = 2$ 整除，

$3762 \div 3 = 1254$ ，驗證 $3 + 7 + 6 + 2 = 18 \rightarrow 18 \div 3 = 6$ 整除，

由上述例子可以知道一整數的數字和為 3 的倍數，則此數為 3 的倍數。

6. **9 的倍數**：若一個整數的數字和為 9 的倍數，則此數必為 9 的倍數。

例： $36 \div 9 = 4$ ，驗證 $3 + 6 = 9 \rightarrow 9 \div 9 = 1$ 整除；

$423 \div 9 = 47$ ，驗證 $4 + 2 + 3 = 9 \rightarrow 9 \div 9 = 1$ 整除，

$5346 \div 9 = 594$ ，驗證 $5 + 3 + 4 + 6 = 18 \rightarrow 18 \div 9 = 2$ 整除，

由上述例子可以知道一整數的數字和為 9 的倍數，則此數為 9 的倍數。

整 6-1-2 最大公因數

教學活動 1 (用列舉法求公因數及最大公因數)

請寫出 15 和 30 的因數及公因數？最大的公因數是？

【概念講解】

◆ 15 的因數：1、3、5、15。

30 的因數：1、2、3、5、6、10、15、30。

◆ 15 和 30 的公因數：1、3、5、15。

◆ 15 和 30 最大的公因數：15。

15 和 30 的最大公因數是 15。

答：15 的因數：1、3、5、15。

30 的因數：1、2、3、5、6、10、15、30。

15 和 30 的公因數：1、3、5、15。

15 和 30 最大的公因數：15。

在公因數中最大的數即稱為「最大公因數」。

【重新佈題】

請寫出 18 和 45 的因數、公因數及最大公因數。

教學活動 2 (互質)

請找出 8 和 15 的因數、公因數及最大公因數？

【概念講解】

◆ 8 的因數有：1、2、4、8。

15 的因數有：1、3、5、15。

◆ 8 和 15 的公因數：1。

◆ 8 和 15 的最大公因數：1。

答：8 的因數有：1、2、4、8。

15 的因數有：1、3、5、15。

8 和 15 的公因數：1。

8 和 15 的最大公因數：1。

上述題目中，8 和 15 的最大公因數是 1 時，則稱此兩數彼此「互質」。

【重新佈題】

請找出 18 和 35 的因數、公因數及最大公因數？並判斷此兩數是否互質？

教學活動 3(最大公因數應用題)

有 24 枝鉛筆和 16 個橡皮擦分給小朋友，每個人拿到一樣多的鉛筆和橡皮擦，全部分完，可以分給幾位小朋友？最多可以分給幾位小朋友？

【概念講解】

- ◆ 24 枝鉛筆和 16 個橡皮擦分給小朋友，可以剛好分完。
- ◆ 找出可以整除 24 和 16 的數字：
24 的因數：1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24。
24 枝鉛筆分給 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 位小朋友可以剛好分完。
16 的因數：1, 2, 4, 8, 16。
16 個橡皮擦分給 1, 2, 4, 8, 16 位小朋友可以剛好分完。
24 和 16 的公因數有：1, 2, 4, 8。
24 枝鉛筆和 16 個橡皮擦分給 1 位、2 位、4 位或 8 位小朋友可以剛好分完。
- ◆ 公因數中最大的數字是 8，所以最多可以分給 8 位小朋友。

答：可以分給 1、2、4、8 位小朋友，最多可以分給 8 位小朋友。

【重新佈題】

有 32 枝棒棒糖和 48 顆巧克力要分給小朋友，每個人拿到一樣多的棒棒糖和巧克力，全部分完，可以分給幾位小朋友？最多可以分給幾位小朋友？

教學活動 4 (質因數分解法求最大公因數)

請將 48 和 60 做質因數分解，並用質因數分解寫出他們的最大公因數。

【概念講解】

◆ $48 = 2 \times 24 = 2 \times 2 \times 12 = 2 \times 2 \times 2 \times 6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$ ，

質因數分解： $48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$ ；

$60 = 2 \times 30 = 2 \times 2 \times 15 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$ ，

質因數分解： $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$ 。

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48} \\ \underline{2} \\ 2 \\ \underline{2} \\ 2 \\ \underline{2} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 60} \\ \underline{2} \\ 2 \\ \underline{3} \\ 15 \\ \underline{3} \\ 5 \end{array}$$

◆ 在兩數的質因數分解中將共同的因數圈起來，

$$48 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 2 \times 2 \times \boxed{3}$$

$$60 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times \times \boxed{3} \times 5$$

最大的公因數： $2 \times 2 \times 3 = 12$ 。

答：最大公因數 12。

【計算題】請用質因數分解法求出下列各組數的最大公因數。

1. 求 56, 70 最大公因數。

2. 求 6, 12 最大公因數。

3. 求 25, 125 最大公因數。

4. 求 28, 32 最大公因數。

【重新佈題】

請將 20 和 24 做質因數分解，並用質因數分解寫出他們的最大公因數。

教學活動 5 (用短除法求最大公因數)

用短除法求 48 和 60 的最大公因數。

【概念講解】

◆ 承教學活動 4，寫出兩數的質因數分解，

$$\begin{aligned} 48 &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \\ 60 &= 2 \times 2 \times 3 \times 5 \end{aligned}$$

◆ 使用短除法

2	48 60	提出兩數都有的質因數 2；
2	24 30	提出兩數都有的質因數 2；
3	12 15	提出兩數都有的質因數 3；
	4 5	當兩數互質時就停止。

◆ 將提出的質因數相乘： $2 \times 2 \times 3 = 12$ 。

最大公因數是 12。

◆ 求最大公因數以符號()來表示，由上題求 48, 60 的最大公因數為 12，可寫成 $(48, 60) = 12$

最大公因數：使用質因數分解或短除法求最大公因數時，將共同擁有的質因數相乘後即為兩數的最大公因數。

答：48 和 60 的最大公因數是 12。

【計算題】請用短除法求出下列各數的最大公因數。

1. 求 14, 35 最大公因數。

2. 求 42, 56 最大公因數。

3. 求 36, 48 最大公因數。

4. 求 26, 78 最大公因數。

【重新佈題】

用短除法求 42 和 63 的最大公因數。

教學活動 6 (3 個數求最大公因數)

用短除法求 24、36 和 48 的最大公因數。

【概念講解】

◆ 使用質因數分解法：

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

◆ 使用短除法：

$$\begin{array}{r|l} 2 & 24 \quad 36 \quad 48 \\ \hline \end{array} \quad \text{提出三數都有的質因數 2；}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 12 \quad 18 \quad 24 \\ \hline \end{array} \quad \text{提出三數都有的質因數 2；}$$

$$\begin{array}{r|l} 3 & 6 \quad 9 \quad 12 \\ \hline \end{array} \quad \text{提出三數都有的質因數 3；}$$

2 3 4 當三個數的最大公因數為 1，則三數互質。

◆ 將提出的公因數相乘： $2 \times 2 \times 3 = 12$ ，

最大公因數是 12。

◆ 可寫成 $(24, 36, 48) = 12$ 。

答：24、36 和 48 的最大公因數是 12。

【計算題】

1. 求 36, 48, 72 最大公因數。 2. 求 55, 77, 88 最大公因數。

3. 求 12, 18, 24 最大公因數。 4. 求 28, 42, 70 最大公因數。

【重新佈題】

用短除法求 28、56 和 70 的最大公因數。

例題講解 1 (分組、均分)

體育課分組比賽，班上女生有 18 人，男生 24 人，分組時每一組的男生女生人數要一樣，請問最多可以分幾組？

【解題步驟】

1. 分組問題，分組時每一組的男生女生人數要一樣，代表男生及女生人數剛好被組數整除，所以是求男生及女生人數的公因數。
2. 題目問最多可以分幾組，代表要求男生及女生人數的最大公因數。
3. 求 18、24 的最大公因數：

$$\begin{array}{r|l} 2 & 18 \quad 24 \\ \hline 3 & 9 \quad 12 \\ \hline & 3 \quad 4 \end{array}$$

$$(18, 24) = 2 \times 3 = 6。$$

18, 24 的最大公因數為 6。

答：最多 6 組。

換你試試看

有 75 顆橘子及 105 根香蕉要平均分給學生，且全部分完，請問最多有幾位學生？

例題講解 2 (整除)

63 除以某一個數字剛好整除，72 除以某一個數字也剛好整除，而這兩個數除以的是相同的數字且不是 1，請問這個數字最大是多少？

【解題步驟】

1. $63 \div (\text{某數})$ 剛好整除，代表(某數)是 63 的因數；
 $72 \div (\text{某數})$ 剛好整除，代表(某數)是 72 的因數。
2. (某數)是 63、72 的公因數，且題目說數字不是 1、數字最大是多少，就是要求最大公因數。
3. 求 63、72 的最大公因數：

$$\begin{array}{r|l} 3 & 63 \quad 72 \\ \hline 3 & 21 \quad 24 \\ \hline & 7 \quad 8 \end{array}$$

$$(63, 72) = 3 \times 3 = 9。$$

63, 72 的最大公因數為 9。

答：最大的數是 9。

換你試試看

72 除以某一個數字剛好整除，96 除以某一個數字也剛好整除，而這兩個數除以的是相同的數字且不是 1，請問這個數字最大是多少？

例題講解 3 (三個數求最大公因數)

水果攤在包裝水果禮盒，今有 60 顆蘋果、72 顆水梨及 96 顆李子，要平均分裝成數個禮盒，且每種水果在每一盒的數量都一樣多且全部放完，請問最多可以裝幾盒？

【解題步驟】

1. 分裝時都剛好分完且每盒每種水果的數量相同，問最多可以裝幾盒，代表求三種水果數量的最大公因數。

2. 求 60、72 和 96 的最大公因數，

$$(60, 72, 96) = 2 \times 2 \times 3 = 12。$$

60, 72, 96 的最大公因數為 12。

$$\begin{array}{r|l} 2 & 60 \quad 72 \quad 96 \\ \hline 2 & 30 \quad 36 \quad 48 \\ \hline 3 & 15 \quad 18 \quad 24 \\ \hline & 5 \quad 6 \quad 8 \end{array}$$

3. 最多可裝 12 盒。

答：12 盒。

換你試試看

有 30 枝螢光筆、60 個橡皮擦及 90 枝鉛筆要平均分給今天有到課輔班上課的學生，且全部分完，請問今天課輔班的學生最多有幾人？

例題講解 4 (邊長分割)

公佈欄長 225 公分、寬 162 公分，要貼滿大小相同的正方形色紙(邊長為整數)且邊與邊切齊不重疊，請問色紙的邊長最大是幾公分？

【解題步驟】

1. 要找出正方形色紙的邊長，且正方形色紙貼到公佈欄上邊與邊剛好切齊，要剛好貼滿，可知長與寬都要可以被正方形的邊長整除，就要找出佈告欄長與寬的公因數。
2. 色紙的最大邊長 = 佈告欄長與寬的最大公因數，

$$\begin{array}{r|l} 3 & 225 \quad 162 \\ \hline 3 & 75 \quad 54 \\ \hline & 25 \quad 18 \end{array}$$

$$(225, 162) = 3 \times 3 = 9。$$

225, 162 的最大公因數為 9。

3. 色紙的邊長最大是 9 公分。

答：9 公分。

換你試試看

一張大壁報紙長 96 公分、寬 60 公分，需裁切成每張大小都相同的正方形紙片，且壁報紙剛好切完且正方形紙片的邊長是整數，請問正方形紙片的邊長最大是幾公分？

例題講解 5 (進階題型)

博幼課輔班今收到 82 個橡皮擦及 106 枝鉛筆，打算平均分給課輔老師做課堂獎勵，但在分的時候發現橡皮擦多 4 個，鉛筆多 2 枝，請問課輔老師最多有多少人？

【解題步驟】

1. 題目說有多的狀況，必須先將多的減掉，才是實際分給老師的數量，
 $82 - 4 = 78$ ；
 $106 - 2 = 104$ 。
2. 「平均分給課輔老師」，代表課輔老師拿到的橡皮擦的數量及鉛筆的數量是一樣多，因此找橡皮擦與鉛筆的公因數。
3. 根據上述及題目中問「課輔老師最多有多少人」，代表要求最大公因數。
4. 求 78、104 的最大公因數，

$$\begin{array}{r|l} 2 & 78 \quad 104 \\ \hline 13 & 39 \quad 52 \\ & 3 \quad 4 \end{array}$$

$$(78, 104) = 2 \times 13 = 26。$$

78, 104 的最大公因數為 26。

答：課輔老師最多 26 人。

換你試試看

博幼課輔班今收到 80 個橡皮擦及 203 枝鉛筆，打算平均分給課輔老師做課堂獎勵，但在分的時候發現橡皮擦不夠 4 個，鉛筆不夠 7 枝，請問課輔老師最多有多少人？

整 6-1-3 最小公倍數

教學活動 1 (用列舉法求最小公倍數)

請寫出 4 和 6 的倍數及公倍數？最小的公倍數是？

【概念講解】

◆ 4 的倍數：4、8、12、16、20、24、28、32、36、40、……；

6 的倍數：6、12、18、24、30、36、42、48、……。

◆ 4 和 6 的公倍數：12、24、36、……。

◆ 4 和 6 最小的公倍數：12，

4 和 6 的最小公倍數是 12。

答：4 的倍數：4、8、12、16、20、24、28、32、36、40、……；

6 的倍數：6、12、18、24、30、36、42、48、……；

4 和 6 的公倍數：12、24、36、……；

4 和 6 最小的公倍數：12。

在公倍數中最小的數即稱為「最小公倍數」

【重新佈題】

請寫出 5 和 7 的倍數、公倍數及最小公倍數。

教學活動 2 (最小公倍數)

有一疊撲克牌，每 3 張一數，或每 5 張一數，都剛好可以數完，這疊撲克牌最少有幾張？

【概念講解】

- ◆ 可以每 3 張一數，代表是 3 的倍數，也可以每 5 張一數，代表也是 5 的倍數，

3 的倍數：3，6，9，12，15，18，21，24，27，30，33，36…；

5 的倍數：5，10，15，20，25，30，35，40…。

- ◆ 能被 3 跟 5 數完，就是 3 跟 5 的公倍數，

3 跟 5 的公倍數：15，30…。

- ◆ 題目問最少有幾張，代表求 3 和 5 的最小公倍數，

3 跟 5 的最小公倍數：15。

答：最少有 15 張。

【重新佈題】

有一疊撲克牌，每 7 張一數，或每 8 張一數，都剛好可以數完，這疊撲克牌最少有幾張？

教學活動 3 (質因數分解法求最小公倍數)

請將 30 和 42 做質因數分解，並用質因數寫出最小公倍數。

【概念講解】

◆ $30 = 2 \times 15 = 2 \times 3 \times 5$ ，

質因數分解： $30 = 2 \times 3 \times 5$ ，

30 的倍數有 $(2 \times 3 \times 5) \times 1$ 、 $(2 \times 3 \times 5) \times 2$ 、 $(2 \times 3 \times 5) \times 3$ 、
 $(2 \times 3 \times 5) \times 4$ 、 $(2 \times 3 \times 5) \times 5$ 、 $(2 \times 3 \times 5) \times 6$ 、 $(2 \times 3 \times 5) \times 7 \dots$ ；

$42 = 2 \times 21 = 2 \times 3 \times 7$ ，

質因數分解： $42 = 2 \times 3 \times 7$ ，

42 的倍數有 $(2 \times 3 \times 7) \times 1$ 、 $(2 \times 3 \times 7) \times 2$ 、 $(2 \times 3 \times 7) \times 3$ 、
 $(2 \times 3 \times 7) \times 4$ 、 $(2 \times 3 \times 7) \times 5$ 、 $(2 \times 3 \times 7) \times 6$ 、 $(2 \times 3 \times 7) \times 7 \dots$ 。

◆ 兩數的最小公倍數： $2 \times 3 \times 5 \times 7$ 。

◆ 合併來看：

$$30 = \boxed{2} \times \boxed{3} \times 5$$

$$42 = \boxed{2} \times \boxed{3} \times 7$$

◆ 最小的公倍數： $\boxed{2} \times \boxed{3} \times 5 \times 7$ 。

$$\begin{array}{r|l} 2 & 30 \\ \hline 3 & 15 \\ & 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 42 \\ \hline 3 & 21 \\ & 7 \end{array}$$

答：最小公倍數是 $2 \times 3 \times 5 \times 7$ 。

最小公倍數：使用質因數分解求最小公倍數時，除了共同擁有的質因數相乘外，再把各自剩餘的因數相乘，即為兩數的最小公倍數。

【計算題】請用質因數分解法求出下列各組數的最小公倍數。

1. 求 56, 70 最小公倍數。

2. 求 6, 12 最小公倍數。

3. 求 25, 125 最小公倍數。

4. 求 14, 16 最小公倍數。

【重新佈題】

請將 24 和 66 做質因數分解，並用質因數分解法寫出他們的最小公倍數。

教學活動 4 (用短除法求最小公倍數)

用短除法求 60 和 84 的最小公倍數。

【概念講解】

◆ 先做質因數分解，

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5;$$

$$84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7。$$

◆ 使用短除法：

2	60 84	提出兩數都有的質因數 2，
2	30 42	提出兩數都有的質因數 2，
3	15 21	提出兩數都有的質因數 3，
	5 7	當兩數互質時就停止。

◆ 將提出的因數相乘： $2 \times 2 \times 3$ ；再乘上剩下的 5 跟 7，

最小公倍數是 $2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 = 420$ 。

◆ 求最小公倍數以符號 [] 來表示，由題目求 60, 84 的最小公倍數為 420，

可寫成 $[60, 84] = 420$ 。

答：60 和 84 的最小公倍數是 420。

【計算題】請用短除法求出下列各數的最小公倍數。

1. 求 14, 35 最小公倍數。 2. 求 42, 56 最小公倍數。

3. 求 36, 48 最小公倍數。 4. 求 26, 78 最小公倍數。

【重新佈題】

用短除法求 42 和 63 的最小公倍數。

教學活動 5 (兩數互質求最小公倍數)

求 24 和 35 的最小公倍數。

【概念講解】

◆ 先做質因數分解，

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3,$$

$$35 = 5 \times 7。$$

◆ 使用短除法，當兩數互質，只能提出公因數 1。

$$\begin{array}{r|l} 1 & 24 \quad 35 \\ \hline & 24 \quad 35 \end{array}$$

◆ 當兩數互質時要求最小公倍數，就是將兩數相乘 $24 \times 35 = 840$ 。

◆ 最小公倍數是 840。

答：24 和 35 的最小公倍數是 840。

【重新佈題】

求 25 和 28 的最小公倍數。

教學活動 6 (三個數求最小公倍數)

求 12、15 和 30 的最小公倍數。

【概念講解】

- ◆ 寫出 3 數的倍數求最小公倍數，

12 的倍數：12、24、36、48、60、72、84、96、108、120、……；

15 的倍數：15、30、45、60、75、90、105、120、135、150、……；

30 的倍數：30、60、90、120、150、180、210、240……；

12、15、30 公倍數：60、120……，

12、15、30 最小公倍數：60。

- ◆ 使用短除法求最小公倍數，與求最大公因數不同的是，除了提出三數的公因數外，任兩數之間公因數也要提出來，

$$\begin{aligned} 12 &= 2 \times 2 \times 3 \\ 15 &= 3 \times 5 \\ 30 &= 2 \times 3 \times 5 \end{aligned}$$

3		12	15	30	提出三數都有的質因數 3，
2		4	5	10	提出 4 和 10 都有的質因數 2，
5		2	5	5	提出 5 和 5 都有的質因數 5，
		2	1	1	當三數中任兩數皆互質時，則停止。

- ◆ 將提出的因數相乘： $3 \times 2 \times 5$ ，再乘上剩下的 $2 \times 1 \times 1$ ，

最小公倍數是 $3 \times 2 \times 5 \times 2 \times 1 \times 1 = 60$ ，可寫成 $[12, 15, 30] = 60$ 。

答：12、15 和 30 的最小公倍數是 60。

【計算題】 請求出下列各數的最小公倍數。

1. 求 14, 21, 42 最小公倍數。 2. 求 22, 33, 44 最小公倍數。

3. 求 25, 50, 125 最小公倍數。 4. 求 26, 52, 78 最小公倍數。

【重新佈題】

用短除法求 12、24 和 30 的最小公倍數。

例題講解 1 (均分)

田徑隊在分組練習時每 8 人一組，每 12 人一組都剛好分完，請問田徑隊最少有多少人？

【解題步驟】

1. 分組時都剛好分完，代表田徑隊的人數是 8 和 12 的公倍數。
2. 題目問田徑隊最少有多少人，表示要求 8 和 12 的最小公倍數，

$$\begin{array}{r|l} 2 & 8 \quad 12 \\ \hline 2 & 4 \quad 6 \\ & 2 \quad 3 \end{array}$$

$$[8, 12] = 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24。$$

8, 12 的最小公倍數是 24。

3. 田徑隊最少有 24 人。

答：24 人。

換你試試看

博幼花店在綁玫瑰花時發現每 15 枝綁一束，或每 24 枝綁一束都剛好將花用完，請問花店今天最少進多少枝玫瑰花？

例題講解 2 (三個數求最小公倍數應用題)

童軍社團活動在分組練習時每 8 人一組、每 10 人一組及每 12 人一組都剛好分完，請問童軍社團最少有多少人？

【解題步驟】

1. 分組時都剛好分完，代表童軍社團的人數是 8、10 和 12 的公倍數。
2. 題目問童軍社團最少有多少人，表示要求 8、10 和 12 的最小公倍數，

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 8 & 10 & 12 \\ \hline 2 & 4 & 5 & 6 \\ & 2 & 5 & 3 \end{array}$$

$$[8, 10, 12] = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 3 = 120。$$

8, 10, 12 的最小公倍數是 120。

3. 社團最少有 120 人。

答：120 人。

換你試試看

有一包糖果平均分給 12 位、18 位及 24 位小朋友都剛好分完，請問這包糖果最少有多少顆？

例題講解 3 (整除)

某一個數字除以 12 和 28 都剛好整除，請問這個數字最小是多少？

【解題步驟】

1. (某數) \div 12 剛好整除，代表(某數)是 12 的倍數；
(某數) \div 28 剛好整除，代表(某數)是 28 的倍數。
2. (某數)是 12、28 的公倍數，且題目問數字最小是多少，就是求二個數的最小公倍數。
3. 求 12、28 的最小公倍數，

$$\begin{array}{r|l} 2 & 12 \quad 28 \\ \hline 2 & 6 \quad 14 \\ \hline & 3 \quad 7 \end{array}$$

$$[12, 28] = 2 \times 2 \times 3 \times 7 = 84。$$

12, 28 的最小公倍數是 84。

答：最小的數是 84。

換你試試看

某一個數字除以 24 和 64 都剛好整除，請問這個數字最小是多少？

例題講解 4 (時間間隔)

桌上有 2 盞燈，已知紅燈每間隔 16 分鐘亮一次，藍燈每間隔 24 分鐘亮一次，請問現在兩盞燈同時亮後，下次同時亮的時間是幾分鐘後？

【解題步驟】

1. 紅燈每 16 分鐘亮一次，所以當時間是 16 的倍數時，紅燈會亮；
藍燈每 24 分鐘亮一次，所以當時間是 24 的倍數時，藍燈會亮。
2. 兩盞燈同時亮時，恰好是 16、24 的公倍數，且題目問下次同時亮的時間是幾分鐘後，代表求兩盞燈閃燈時間間隔的公倍數，最接近的時間也是兩盞燈亮的時間間隔的最小公倍數。
3. 求 16、24 的最小公倍數，

$$\begin{array}{r|l} 2 & 16 \quad 24 \\ \hline 2 & 8 \quad 12 \\ \hline 2 & 4 \quad 6 \\ \hline & 2 \quad 3 \end{array}$$

$$[16, 24] = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 48。$$

16, 24 的最小公倍數是 48。

答：48 分鐘後。

換你試試看

已知 A 公車每 30 分鐘來一班，B 公車每 45 分鐘來一班，請問現在兩台公車同時離開後，下次兩台公車同時來的時間是幾分鐘後？

例題講解 5 (拼成正方形)

小博有數張長 18 公分、寬 12 公分的長方形紙片，小博若要將這些紙片同方向排成正方形，請問小博最少要用幾張長方形紙片？

【解題步驟】

1. 要將長方形紙片拼成正方形時，代表拼出來的兩邊邊長是一樣大。
2. 紙片要同一方向排列，代表不會有排列方向的不同，且題目問最少要用幾張紙片，表示要求長方形紙片長、寬的最小公倍數。

3. 求 18、12 的最小公倍數，

$$[18, 12] = 2 \times 3 \times 3 \times 2 = 36。$$

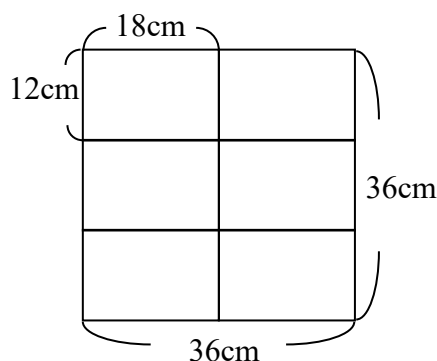
18, 12 的最小公倍數是 36。

$$\begin{array}{r|l} 2 & 18 \quad 12 \\ \hline 3 & 9 \quad 6 \\ & 3 \quad 2 \end{array}$$

4. 36 是最小正方形的邊長，題目問要幾張，

$$2 \times 3 = 6。$$

答：6 張。



換你試試看

小幼有數塊長 15 公分、寬 10 公分的長方形磁磚，小幼若要將這些磁磚同方向排成正方形，請問小幼最少要用幾塊長方形磁磚？

例題講解 6 (距離)

有一直線道路，從起點開始每隔 160 公尺設一座電線杆，每隔 250 公尺設一座路燈，請問道路起點 2 個都設置後，下一個會一起設置的位置距離起點多少公尺？

【解題步驟】

1. 下一個同時設置的電線杆及路燈距離起點會相同，所以是求兩個物品設置距離的最小公倍數。

2. 求 160、250 的最小公倍數，
 $[160, 250] = 2 \times 5 \times 16 \times 25 = 4000$ 。
160、250 的最小公倍數是 4000。

$$\begin{array}{r|l} 2 & 160 \quad 250 \\ \hline 5 & 80 \quad 125 \\ \hline & 16 \quad 25 \end{array}$$

答：4000 公尺。

換你試試看

學校要舉辦運動大會，在直線跑道的起點畫上紅、白線條後，每隔 9 公尺畫一條紅線，每隔 30 公尺畫一條白線，請問自起點是同時畫上兩條線後，下一個畫上兩條線的位置距離起點幾公尺？

例題講解 7 (進階題型)

博幼課輔班今收到一些橡皮擦，打算平均分給課輔老師做課堂獎勵，若分給 8 位課輔老師橡皮擦多 3 個，若分給 20 位課輔老師也多 3 個，請問橡皮擦最少有幾個？

【解題步驟】

1. 「平均分給課輔老師」，代表每位課輔老師拿到的橡皮擦的數量一樣多，且分給 8 位課輔老師及 20 位課輔老師都剛好多 3 個，代表橡皮擦的數量是 8、20 的公倍數再加 3 個。
2. 根據上述及題目中問「橡皮擦最少有幾個」，代表要求最小公倍數。
3. 求 8、20 的最小公倍數，

$$\begin{array}{r|l} 2 & 8 \quad 20 \\ \hline 2 & 4 \quad 10 \\ & 2 \quad 5 \end{array}$$

$$[8, 20] = 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 40,$$

8, 20 的最小公倍數是 40。

4. 實際分給課輔老師的數量是 40 個，但題目有說多 3 個，

$$40 + 3 = 43。$$

答：43 個。

換你試試看

有一包糖果，打算平均分給學生做課堂獎勵，若分給 9 位學生糖果則少 5 顆，若分給 24 位學生也少 5 顆，請問糖果最少有幾顆？