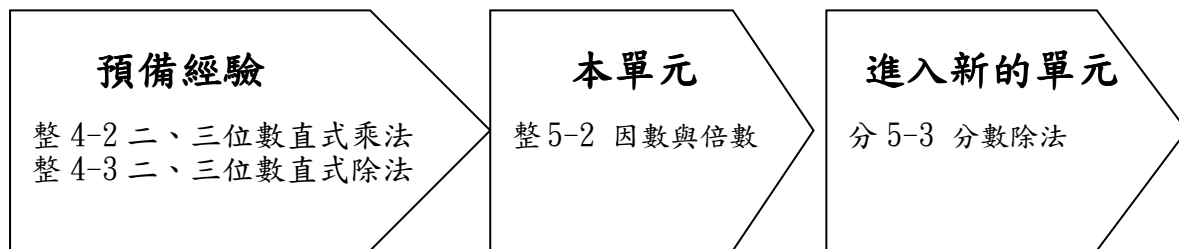


整 5-2 因數與倍數

※學習地位分析



溫故知新

1. 乘法計算：

(1) $17 \times 4 =$

(3) $17 \times 9 =$

(3) $23 \times 7 =$

(4) $23 \times 3 =$

2. 除法計算：

(1) $96 \div 4 =$

(3) $96 \div 6 =$

(3) $54 \div 3 =$

(4) $54 \div 9 =$

5-2-1 因數與公因數

教學活動 1 (整除)

玩撲克牌遊戲，把 52 張撲克牌全部分給小朋友，每人一樣多，如果有 2 人、3 人、4 人、5 人或 6 人參與遊戲，分給幾個人可以全部分完？每一個人分到幾張牌？

【概念講解】

◆ 把 52 張撲克牌分給 2 人、3 人、4 人、5 人或 6 人。

$$52 \div 2 = 26 \cdots 0$$

$$52 \div 3 = 17 \cdots 1$$

$$52 \div 4 = 13 \cdots 0$$

$$52 \div 5 = 10 \cdots 2$$

$$52 \div 6 = 8 \cdots 4$$

上述中，被除數 \div 除數=商 \cdots 餘數，餘數為 0 時，叫做整除。

◆ 52 張撲克牌分給 2、4 人剛剛好分完，52 可以被 2、4 整除。

◆ 52 不可以被 3、5、6 整除，因為餘數是 1，2，4。

答：52 張撲克牌可以分給 2 人，每一個人發 26 張；

可以分給 4 人，每一個人發 13 張

【重新佈題】

玩紙牌遊戲，把 48 張紙牌全部分給小朋友，每人一樣多，如果有 2 人、3 人、4 人、5 人、6 人、7 人參與遊戲，分給幾個人可以全部分完？每一個人分到幾張牌？

教學活動 2 (因數)

玩遊戲時，如果要把 36 張紙牌全部分給小朋友，分給幾個人時，每個人有一樣多的紙牌？（不包括分給 1 個人）

【概念講解】

◆ 把 36 張撲克牌全部分給 2、3、4、6、9、12、18、36 位小朋友，可以分的剛好。

$$36 \div 2 = 18 \cdots 0$$

$$36 \div 3 = 12 \cdots 0$$

$$36 \div 4 = 9 \cdots 0$$

$$36 \div 6 = 6 \cdots 0$$

$$36 \div 9 = 4 \cdots 0$$

$$36 \div 12 = 3 \cdots 0$$

$$36 \div 18 = 2 \cdots 0$$

$$36 \div 36 = 1 \cdots 0$$

除了以上算式，還有 $36 \div 1 = 36 \cdots 0$

這些數字 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 能整除 36，叫做 36 的因數。

答：分給 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 人時，每個人紙牌一樣多

【重新佈題】

玩撲克牌遊戲時，先拿走 4 張撲克牌，再把剩下的 48 張撲克牌全部分給小朋友，分給幾個人時，每個人有一樣多的撲克牌？（不包括分給 1 個人）

教學活動 3 (因數)

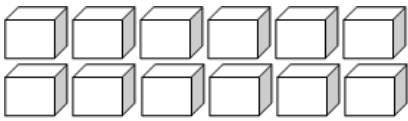
12 個積木，分成數排，每排都有一樣多的積木，可以有幾種排法？

【概念講解】

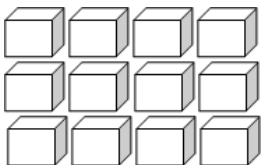
- ◆ 1. 每一排有 12 個積木，有 1 排。

$$12 \times 1 = 12$$

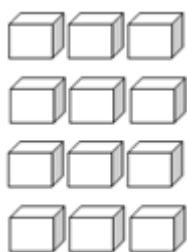

- ◆ 2. 每一排有 6 個積木，有 2 排。

$$6 \times 2 = 12$$


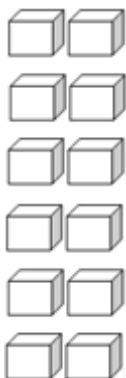
- ◆ 3. 每一排有 4 個積木，有 3 排。

$$4 \times 3 = 12$$


- ◆ 4. 每一排有 3 個積木，有 4 排。

$$3 \times 4 = 12$$


- ◆ 5. 每一排有 2 個積木，有 6 排。

$$2 \times 6 = 12$$


◆ 6. 每一排有 1 個積木，有 12 排。

$$1 \times 12 = 12$$



◆ 積木共有 6 種排法。

答： 1、2、3、4、6 和 12，都能整除 12。

12 的因數有 1、2、3、4、6 和 12

【重新佈題】

18 個積木，分成數排，每一排都有一樣多的積木，可以有幾種排法？

教學活動 4 (公因數)

15 和 30 的因數各有哪些? 有哪些是共同的因數?

【概念講解】

- ◆ 15 的因數: 1、3、5、15
- ◆ 30 的因數: 1、2、3、5、15、30
- ◆ 15 和 30 的共同因數有: 1、3、5、15

1、3、5、15 是 15 和 30 的公因數。

答: 15 的因數: 1、3、5、15 ;

30 的因數: 1、2、3、5、15、30 ;

15 和 30 的共同因數有: 1、3、5、15

【重新佈題】

18 和 36 的因數各有哪些? 他們的公因數是哪些?

教學活動 5 (公因數)

有 12 枝鉛筆和 9 個橡皮擦分給小朋友，每個人拿到一樣多的鉛筆和橡皮擦，全部分完，有哪幾種分法？

【概念講解】

◆ 12 枝鉛筆和 9 個橡皮擦分給小朋友，可以剛好分完。

◆ 找出可以整除 12 和 9 的數字：

12 的因數：1, 2, 3, 4, 6, 12。

12 枝鉛筆分給 1, 2, 3, 4, 6, 12 位小朋友可以剛好分完。

9 的因數：1, 3, 9。

9 個橡皮擦 1, 3, 9 位小朋友可以剛好分完。

12 和 9 的共同因數有：1, 3。

12 枝鉛筆和 9 個橡皮擦分給 1 位或 3 位小朋友可以剛好分完。

◆ 1、3 可以整除 12 和 9，也是 12 和 9 的公因數。

答：分給 1 位或 3 位小朋友

【重新佈題】

男生 16 人和女生 28 人混合分組，每組的男生一樣多，每組的女生也一樣多，全部人都分到，有哪幾種分法？

例題講解 1. 找因數

請列出 28 的所有因數。

【解題步驟】

1. 28 的因數是可以整除 28 的所有整數。
2. 從數字 1 開始找，一一找出可以整除 28 的數：

$$28 \div 1 = 28$$

$$28 \div 8 = 3 \cdots 4$$

$$28 \div 2 = 14$$

$$28 \div 9 = 3 \cdots 1$$

$$28 \div 3 = 9 \cdots 1$$

$$28 \div 10 = 2 \cdots 8$$

$$28 \div 4 = 7$$

$$28 \div 11 = 2 \cdots 6$$

$$28 \div 5 = 5 \cdots 3$$

$$28 \div 12 = 2 \cdots 4$$

$$28 \div 6 = 4 \cdots 4$$

$$28 \div 13 = 2 \cdots 2$$

$$28 \div 7 = 4$$

$$28 \div 14 = 2$$

還要再繼續往下找嗎？不用。

因為 $28 \div 28 = 1$ ，

在 15~27 之間的數都無法整除 28。

3. 整理結果如下：

$$28 \div 1 = 28$$

$$28 \div 2 = 14$$

$$28 \div 4 = 7$$

$$28 \div 7 = 4$$

$$28 \div 14 = 2$$

$$28 \div 28 = 1$$

發現除數為 1、2、4、7、14、28

商數為 28、14、7、4、2、1，剛好相反。

比一比，左邊的式子有哪些式子很像？

所以一個式子可以找到二個因數，

因為 $28 \div 2 = 14$ ，

同時也可以得到 $28 \div 14 = 2$ ，

即找到 2、14、28 三個因數。

4. 將所有的因數由小排到大，28 的因數有 1、2、4、7、14、28。

換你試試看

請列出 36 的所有因數

例題講解 2. 因數應用題

16 枝鉛筆要平分給同學，每位同學分到的鉛筆數量都一樣，且全部分完，請問有哪幾種不同分法，請將分法一一寫下來。

【解題步驟】

1. 題目問什麼？請把它找出來。

【有哪幾種不同分法，請將分法一一寫下來】

2. 從哪裡可以找到答案？【16 枝鉛筆要平分給同學，每位同學分到的鉛筆數量都一樣，且全部分完】

3. 「每位同學分到的鉛筆數量都一樣」就是要平分，
「全部分完」就是要整除，所以要找出 16 的因數。

4. 從數字 1 開始找，找出可以整除 16 的數：

$16 \div 1 = 16$ 分給 1 個人，每人可以得到 16 枝筆

$16 \div 2 = 8$ 分給 2 個人，每人可以得到 8 枝筆

$16 \div 4 = 4$ 分給 4 個人，每人可以得到 4 枝筆

$16 \div 8 = 2$ 分給 8 個人，每人可以得到 2 枝筆

$16 \div 16 = 1$ 分給 16 個人，每人可以得到 1 枝筆

答：5 種分法

換你試試看

18 枝鉛筆要平分給同學，每位同學分到的鉛筆數量都一樣，且全部分完，請問有哪幾種分法，請將分法一一寫下來。

例題講解 3. 找公因數

24 和 36 的公因數有哪些？

【解題步驟】

1. 24 和 36 公因數有哪些？
2. 找二數的公因數前，必須先將二數的因數找出來，從數字 1 開始找。
3. 找出可以整除 24 的數與可以整除 36 的數：
可以整除 24：1、2、3、4、6、8、12、24
可以整除 36：1、2、3、4、6、9、12、18、36
4. 找出 24 與都有的因數，即稱為公因數。
24 和 36 的公因數：1、2、3、4、6、12

換你試試看

15 和 40 的公因數有哪些？

例題講解 4. 公因數應用題

把 36 枝鉛筆和 45 枝彩色筆，分裝在若干個袋子裡，每袋的鉛筆一樣多，彩色筆也要一樣多，全部分完，有幾種分法？

【解題步驟】

1. 題目問什麼？請把它找出來。【有幾種分法？】

2. 從哪裡可以找到答案？

【把 36 枝鉛筆和 45 枝彩色筆，分裝在若干個袋子裡，每袋的鉛筆一樣多，彩色筆也要一樣多，全部分完】

3. 「鉛筆一樣多，彩色筆也要一樣多」，就是要將鉛筆與彩色筆平分，「全部裝完」就是要整除，所以要找出 36 與 45 的公因數。

4. 找二數的公因數前，必須先將二數的因數找出來，從數字 1 開始找，找出可以整除 36 與可以整除 45 的數有

可以整除 36：1、2、3、4、6、9、12、18、36

可以整除 45：1、3、5、9、15、45

二數的公因數有 1、3、9

分 1 袋時，鉛筆有 36 枝，彩色筆有 45 枝；

分 3 袋時，鉛筆有 12 枝，彩色筆有 15 枝；

分 9 袋時，鉛筆有 4 枝，彩色筆有 5 枝。

答：3 種分法

換你試試看

把 12 枝鉛筆和 18 枝彩色筆，分裝在若干個袋子裡，每袋的鉛筆一樣多，彩色筆也要一樣多，全部分完，有幾種分法？

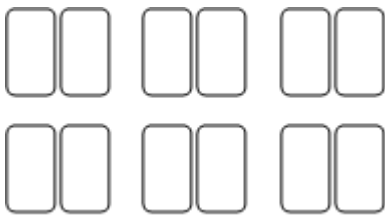
5-2-2 倍數與公倍數

教學活動 1 (倍數)

玩撲克牌時，小李負責發牌。小李每次發 2 張撲克牌，每人都拿到 6 次，請問 1 個人拿到多少張撲克牌？

【概念講解】

小李每次發 2 張撲克牌，每人都拿到 6 次。



第 1 次發 2 張，2 的 1 倍 $2 \times 1 = 2$ (張)

第 2 次再發 2 張，2 的 2 倍 $2 \times 2 = 4$ (張)

第 3 次再發 2 張，2 的 3 倍 $2 \times 3 = 6$ (張)

第 4 次再發 2 張，2 的 4 倍 $2 \times 4 = 8$ (張)

第 5 次再發 2 張，2 的 5 倍 $2 \times 5 = 10$ (張)

第 6 次再發 2 張，2 的 6 倍 $2 \times 6 = 12$ (張)

答：每個人可以拿到 12 張撲克牌

◆ 2、4、6、8、10、12 都是 2 的倍數。

2 的倍數有無限多個，可以繼續數下去。

【重新佈題】

玩撲克牌時，小康發牌給所有人，每次發 3 張撲克牌，每人都拿到 5 次，請問 1 個人可以拿到多少張撲克牌？

教學活動 2 (倍數)

哥哥有四十幾張撲克牌，每 8 張一數，剛好可以數完，請問哥哥有幾張撲克牌？

【概念講解】

◆ 哥哥有四十幾張撲克牌，表示是 41~49 張。

◆ 8 張一數，剛好數完，所以牌數是 8 的倍數。

$$8 \times 1 = 8 \quad 8 \times 4 = 32 \quad 8 \times 7 = 56 (\text{超過 } 49)$$

$$8 \times 2 = 16 \quad 8 \times 5 = 40$$

$$8 \times 3 = 24 \quad 8 \times 6 = 48$$

只有 48 是介於 41~49 之間。

答：哥哥有 48 張撲克牌

【重新佈題】

弟弟有三十幾張撲克牌，每 6 張一數，剛好可以數完，請問弟弟有幾張撲克牌？

教學活動 3 (公倍數)

4 和 6 的倍數各有哪些？他們共同的倍數有哪些？

【概念講解】

◆ 4 的倍數：4、8、12、16、20、24、28、32、36……。

6 的倍數：6、12、18、24、30、36……。

4 和 6 共同的倍數：12、24、36……。

12、24、36……，是 4 和 6 共同的倍數，叫做公倍數。

◆ 4 和 6 公倍數也是無限多個，這些公倍數 12、24、36……，
也是 12 的倍數。

【重新佈題】

7 和 21 的倍數有哪些？他們的公倍數有哪些？

教學活動 4 (公倍數)

有一疊撲克牌十幾張，每 3 張一數，或每 5 張一數，都剛好可以數完，這疊撲克牌有幾張？

【概念講解】

◆ 可以讓小朋友猜測會是幾張？為什麼？

每 3 張一數，3 的倍數：3、6、9、12、15、18、21…

每 5 張一數，5 的倍數：5、10、15、20…

◆ 能被 3 和 5 數完，3 和 5 的公倍數是 15，這疊撲克牌有 15 張。

答：15 張

【重新佈題】

有一疊撲克牌四十幾張，每 8 張一數，或每 12 張一數，都剛好可以數完，這疊撲克牌有幾張？

例題講解 1. 找倍數

請由小到大，寫出 5 個 14 的倍數。

【解題步驟】

1. 寫出 5 個 14 的倍數，14 的倍數就是將 14 乘以任意一個 **不是 0** 的整數。
2. 由小到大寫出 5 個，所以從數字 1 開始找倍數：

$$14 \times 1 = 14$$

$$14 \times 2 = 28$$

$$14 \times 3 = 42$$

$$14 \times 4 = 56$$

$$14 \times 5 = 70$$

3. 14 的倍數有 14、28、42、56、70。

換你試試看

請由小到大寫出 4 個 21 的倍數

例題講解 2. 倍數的應用題

五年甲班的人數是 15 的倍數，且在 55~65 人之間，請問五年甲班有多少人？

【解題步驟】

1. 題目問什麼？請把它找出來。【五年甲班有多少人】
2. 從哪裡可以找到答案？【人數是 15 的倍數，且在 55~65 人之間】
3. 五年甲班的人數是 15 的倍數。

找出 15 的倍數，且介於 55~65 之間：

$$15 \times 1 = 15$$

$$15 \times 2 = 30$$

$$15 \times 3 = 45$$

$$15 \times 4 = 60$$

$$15 \times 5 = 75$$

4. 找出了 5 個 15 的倍數，其中在 55~65 之間的數是 60，所以五年甲班有 60 人。

答：60 人

換你試試看

五年乙班的人數是 13 的倍數，且在 50~55 人之間，請問五年乙班有多少人？

例題講解 3. 找公倍數

請由小到大找出 2 個 6 和 15 的公倍數。

【解題步驟】

1. 由小到大找出 2 個 6 和 15 的公倍數，找二數的公倍數前，

必須先將二數的倍數找出來。

2. 由小到大，所以從 1 倍開始找，6 和 15 的倍數有：

6 的倍數：6、12、18、24、30、36、42、48、54、60、66……。

15 的倍數：15、30、45、60、75、90、105、120……。

因此，找到二數的公倍數有 30、60。

3. 倍數與公倍數不只 1 個，題目指定由小到大找出 2 個，

所以為 30、60。

換你試試看

請由小到大找出 2 個 8 和 12 的公倍數

例題講解 4. 公倍數應用題

一盒糖果有二十幾顆，小華將糖果每 3 顆裝成一包，剛好可以裝完，若改 4 顆裝成一包，也剛好可以裝完，請問這盒糖果有多少顆？

【解題步驟】

1. 題目問什麼？請把它找出來。【糖果有多少顆】
2. 從哪裡可以找到答案？【糖果有二十幾顆，小華將糖果每 3 顆裝成一包，剛好可以裝完，若改 4 顆裝成一包，也剛好可以裝完】
3. 糖果二十幾顆，每 3 顆裝一包與每 4 顆裝一包都可以剛好裝完，表示二十幾可以被 3 和 4 整除，也就是 3 和 4 的倍數，相當於 3 和 4 的公倍數。
4. 找出 3 和 4 的倍數：
3 的倍數：3、6、9、12、15、18、21、24、27、30…
4 的倍數：4、8、12、16、20、24、28、32…
因此，找到二數的公倍數是 12、24…
5. 題目提到糖果有「二十幾顆」，所以只有 24 顆為正確答案。

換你試試看

一盒糖果有三十幾顆，美美將糖果每 4 顆裝成一包，剛好可以裝完，若改 6 顆裝一包，也剛好可以裝完，請問這盒糖果有多少顆？